Предисловие

Настоящее пособие предназначено, в первую очередь, для студентов экономических и инженерно-технических специальностей, для которых дисциплина Общая физика читается в одном семестре. Оно может быть полезным для студентов, изучающих общий курс физики в том или ином объеме.

Пособие представляет собой конспект лекций, содержание и расположение материала соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта специальности Экономика и управление на предприятии.

Данный конспект лекций содержит необходимый материал по основным разделам курса общей физики. Изложение теоретического материала по всем темам завершается разбором типовых задач, приведены задачи для самостоятельного решения.

Пособие может быть использовано студентами также для самостоятельного изучения соответствующего материала, является базой для подготовки к экзамену. Кроме того, книга должна помочь студенту и в тех случаях, когда он что-то не успел записать на лекции, какие-то лекции были пропущены или в чем-то трудно разобраться по другим учебникам.

Авторы надеются, что данный курс лекций будет способствовать более глубокому изучению студентами курса общей физики.

Тема 1

Введение. Научный метод познания. Фундаментальные закономерности современного естествознания. Роль физики в социальном и экономическом развитии общества. Предмет и задачи физики. Системы единиц физических величин. Международная система единиц физических величин.

Введение.

Экономическое мышление – ровесник человеческого общества. Слово «экономия» и производное от него «экономика» берут начало от «ойкономия» («ойкос» – дом, хозяйство, «номос» – правило, закон). Первоначально экономика рассматривалась как наука о домашнем хозяйстве. Аристотель определил экономику как естественную хозяйственную деятельность, связанную с производством необходимых для жизни продуктов и их разумного личного потребления. Он первый ввёл в употребление термин «хрематистика», который характеризует искусство наживать состояние, накапливать богатство, особенно в форме денег. Беспредельное богатство и обладание деньгами Аристотель считал противоестественными.

Можно только удивляться, понимая, какую невероятную трансформацию претерпела идея Аристотеля о естественности экономики и противоестественности хрематистики в западноевропейской культуре.

В средние века христианские учёные-богословы осуждали ростовщичество и отчасти торговлю, развивая учение о «справедливой цене». Однако уже в XVI в. богатство стало рассматриваться как признак избранности, угодный Богу. Новое время создало экспериментальную науку. Основателем экспериментального метода следует считать Галилео Галилея (1564-1642). Это не означает, однако, что ему мы обязаны введением эксперимента как средства исследования: применение эксперимента не прекращается с античности до наших дней. Мы обязаны Галилею философской концепцией, которой следует, порой бессознательно, современный исследователь. Стали нарицательными слова Галилея: «Книга природы написана на языке математики, её буквами служат треугольники, окружности и другие математические фигуры, без помощи которых человеку невозможно понять её речь, без них – напрасное блуждание в тёмном лабиринте». Чувственный опыт, рабочая гипотеза, математическая разработка и их опытная проверка – таковы, по Галилею, четыре фазы исследования явления природы, которое начинается с опыта и к нему возвращается, но не может развиваться без обращения к математике.

В XVII в. естественные явления начинают исследоваться с помощью эксперимента и математического моделирования, а искусственные процессы и рукотворные объекты начинают изучаться и создаваться как действующие в соответствии с законами природы. Термин «технология» ввёл в научное употребление основатель немецкой технологической школы Иоганн Бекман (1739-1811). Этим термином он обозначил дисциплину, которую он читал в университете Геттингена с 1772 г. Дисциплина включала в себя основы ремесла, политическую экономию, финансы, вопросы организации производства. Она была предназначена для лиц, занимающихся предпринимательством в промышленности.

Можно сказать, что предметом технологии при её зарождении была проблема организации производства на основе наличных трудовых, финансовых, энергетических, природных ресурсов и имеющихся технических средств, а также способов воздействия на предмет труда. Это утверждение справедливо и поныне, когда мы говорим о технологии машиностроения, технологии производства электрических машин и трансформаторов, химической или биологической технологии и т.п. Однако в последние годы произошли радикальные изменения.

Прежде всего, выделились дисциплины, рассматривающие проблемы экономического анализа производства, организации и управления производством. Экономика сформировалась как наука. В 1936 г. английский экономист Джон Мейнард

Кейнс опубликовал свою знаменитую работу «Общая теория занятости, процента и денег», основав тем самым новое направление экономической мысли – кейнсианство. До него при анализе экономических процессов применялся так называемый микроэкономический подход, когда рассматривается деятельность отдельной фирмы в условиях свободной конкуренции: снижение её издержек, повышение прибыли, рациональная занятость рабочей силы. В отличие от микроэкономического подхода, Кейнс произвёл анализ взаимообусловленности совокупных показателей – национального дохода, инвестиций, потребления, сбережений и др. Он установил, что основой успешного функционирования рыночного хозяйства является формирование эффективного спроса и его составляющих – потребительского и инвестиционного спроса, а также факторов, влияющих на их изменение. Экономическая теория всё более и более приобретает форму естественнонаучной дисциплины. Её важнейшим методом стал метод научной абстракции, с помощью которого формулируются экономические категории и строятся экономические модели. Современная экономика широко пользуется математическим моделированием и экспериментальными исследованиями.

По мнению американского экономиста русского происхождения, лауреата Нобелевской премии Василия Леонтьева, дальнейшее развитие экономики как науки существенным образом зависит от того, насколько ей удастся постичь методологические принципы естественных наук, в особенности наиболее развитой среди них – физики. Именно это будет способствовать созданию адекватного математического аппарата современной экономики.

1.1. Научный метод познания.

Наукой в общем виде можно назвать попытки систематизировать сумму знаний об окружающем нас материальном мире, о самом человеке и о результатах его деятельности. Сам термин «наука» в настоящее время употребляют во множественном числе, подчеркивая многогранность этого понятия. В этом смысле науки разделяют на гуманитарные и естественные. Общим для всех наук является обязательное использование формальной логики как универсального метода научного мышления. Научный метод познания – метод, основанный на воспроизводимом эксперименте или наблюдении. Он отличается от других методов познания (умозрительных рассуждений, "божественного" откровения и т.п.) гораздо более высокой степенью достоверности результатов. Предсказание будущего – задача науки. Зачем естественные науки нужны людям? Одно из основных назначений наук о природе – предсказывать будущее состояние (поведение) изучаемых объектов.

Физика как отдельная наука изучает наиболее общие законы формирования и развития окружающей нас материи в ее наиболее примитивных формах, которые принято называть неживой природой. Поэтому можно утверждать, что физика является фундаментом всех естественных наук.

В XIX и XX веках физика пережила бурный расцвет, физические знания и физический метод исследования получили большую известность и нашли применения в различных аспектах человеческой деятельности.

Сущность этого метода состоит в том, что в основу критической оценки всех разработанных физических теорий положен эксперимент.

На ранних стадиях развития науки физики свои заключения строили на основе реальных наблюдений различных природных явлений, например, таких как гроза. Позднее человек научился искусственно воспроизводить эти явления в лабораторных условиях – «ставить научные эксперименты». Ясно, что ни одна лаборатория не в силах обеспечить полное воспроизведение всех природных условий наблюдений какого-либо явления. Поэтому для правильной постановки того или иного физического эксперимента необходимо провести правильный **анализ** изучаемого явления, выделить его наиболее существенные связи с остальным миром. Таким образом, изучение явления или объекта всегда проводится в некотором приближении, когда исследователь сознательно или

неосознанно отбрасывает некоторые детали воспроизводимого явления. Получив экспериментальные данные, наблюдатель для их объяснения создает на основе имеющихся у него представлений путем **синтеза** рабочую гипотезу, которая может объяснить не только один, но и целую группу подобных экспериментов. Важно отметить, что осмысление результатов эксперимента идет в некотором упрощенном или, как принято говорить, в модельном представлении, т.е. само явление заменяется его некоторым упрощенным представлением или моделью.

Если разработанные представления оказываются справедливыми для достаточно широкого класса явлений, то принято говорить о возникновении физической теории. Отдельные положения этой теории носят названия физических законов, при условии их выполнения для всего класса изученных объектов и явлений.

Важной особенностью физической науки является использование количественных характеристик отдельных свойств физических объектов. Эти характеристики определяются путем **измерений**, и для установления взаимосвязи между различными физическими параметрами применяется количественная логика, т.е. математика. Математика является мощным средством для аналитического представления физических законов и следствий из них. Любая физическая теория должна быть справедливой для всех явлений природы, в противном случае теория носит лишь частный (ограниченный) характер. Если появляются новые экспериментальные факты, которые не объясняются с точки зрения разработанной теории, то это как раз и указывает на ограниченность теории. В этом случае становится очевидной необходимость построения новой теории, в которой новый экспериментальный материал находит свое естественное объяснение (пример – механика Ньютона и теория относительности Эйнштейна).

Здесь важно подчеркнуть тот факт, что критерием оценки справедливости того или иного логического построения выступает **эксперимент**. Именно он является своеобразным «верховным судьей», выносящим свой «приговор» относительно какой-либо теории.

Эксперимент – метод познания, при помощи которого в контролируемых и управляемых условиях исследуются явления действительности. В отличие от обыденного наблюдения в эксперименте исследователь активно вмешивается в протекание изучаемого процесса с целью получения определенного знания. Исследуемые явления наблюдаются в специально создаваемых и контролируемых условиях. Познавательная роль эксперимента велика не только в том отношении, что он дает ответы на ранее поставленные вопросы, но и в том, что в ходе его возникают новые проблемы, решение которых требует проведение новых опытов. Часто главной задачей эксперимента есть проверка гипотез и предсказаний теорий. Эксперимент выполняет функцию критерия истинности научного познания в целом. Современная наука использует различные виды эксперимента.

Простейший – качественный эксперимент – цель выявление наличия или отсутствия предполагаемого теорией явления.

Измерительный эксперимент – выявление количественно определенных, каких либо свойств объекта.

Мысленный эксперимент – система мысленных процедур проводимых над идеализированным объектом. Их проводят в целях выяснения согласованности основных принципов теории.

Социальный эксперимент – способствует внедрению в жизнь новых форм социальной организации и оптимизации управления обществом.

Однако цепочечная связь «эксперимент – гипотеза – закон – теория – эксперимент» не означает, что физическая теория играет лишь описательную роль, и ее призвание состоит только в объяснении проведенных экспериментов. Союз теории и эксперимента носит творческий характер: атомная теория строения вещества получила всеобщее

признание задолго до того, когда стало возможно непосредственное наблюдение отдельных атомов.

Научный метод познания включает следующую последовательность действий:

- ✓ обобщение определённой группы фактов и постановку проблемы;
- ✓ выдвижение обоснованного предположения, дающего ключ к решению поставленной проблемы, гипотезы;
- ✓ вывод из гипотезы вытекающих следствий, которые позволяют объяснить наблюдаемые или предвидеть новые явления;
- ✓ экспериментальная проверка гипотезы и вытекающих из неё следствий и применение на практике.

Истинность научных понятий, законов и выводов достигается исключительно благодаря их неразрывной связи со всей суммой экспериментальных данных.

Научное познание осуществляется в следующих формах:

проблема, факт, теория, гипотеза.

После проверки и отбора фактов и выдвижения научной идеи начинается следующий этап решения проблемы – выработка научной гипотезы. Гипотеза – научное допущение или предположение истинного, значение которого не определено. Гипотеза – это предположение о существовании какой-то вещи, явления, свойства, связи, отношения и т.д. Однако не всякое предположение в науке является гипотезой. Научная гипотеза должна отвечать ряду требований, главные из которых:

1) соответствие фактам, которые эта гипотеза собирается объяснить;
2) внутренняя непротиворечивость;
3) проверяемость;
4) соответствие ранее накопленному, объективно истинному теоретическому знанию;
5) простота.

Различают гипотезы – как метод развития научного знания, включающий в себя выдвижение и последующую экспериментальную проверку предположений и как структурный элемент научной теории. Каждая гипотеза выдвигается для объяснения, предсказания каких-то фактов. Соответствие фактам – главное условие состоятельности научной гипотезы. Другое требование – внутренней непротиворечивости – это требование последовательности, логической безупречности гипотезы вытекает из того, что внутренне противоречивая гипотеза практически бесполезна, так как из нее, можно вывести все, что угодно. Важнейшим требованием к научной гипотезе является ее проверяемость. Если гипотеза не допускает принципиальной проверки, то она становится недоказуемой и неопровержимой, превращается в религиозную догму. Важным требованием к научной гипотезе является ее принципиальная опровержимость. Если гипотеза в принципе не может быть опровергнута, не допускается даже возможность существования фактов, противоречащих гипотезе, она не является научной. Четвертое требование к гипотезе есть проявление, так называемого, принципа соответствия в науке.

Гипотеза – это, в сущности, утверждение о том, как, по нашему мнению, обстоят дела в действительности. Она сообщает о том, что мы ожидаем увидеть в результате правильно организованных наблюдений за событиями, происходящими в реальном мире. Гипотезы представляют собой декларативные предположения, описывающие ожидаемые нами взаимосвязи между явлениями, обозначаемыми нашими понятиями.

Гипотеза, можно сказать, представляет собой такой же инструмент исследований, как микроскоп, осциллограф или центрифуга. Но у каждого инструмента есть своя специфика и, соответственно, своя область применения, свой круг задач. Микроскоп предназначен для исследований крайне малых объектов, осциллограф – для исследований быстро протекающих процессов, центрифуга – для исследований веществ, отличающихся

по плотности. У гипотез другое назначение. Они позволяют переходить от лобового исследования трудноразрешимой проблемы к изучению следствий гипотезы, относящихся, как правило, к иным, часто – более изученным, разделам науки. Иначе говоря, гипотезы, выдвигаемые при решении трудных проблем, предназначены для переноса исследований из области, почему-либо неудобной для изучения, в другую, более удобную область, где, возможно, исследования уже проведены или где провести их намного легче.

Специфичной чертой гипотез, как инструмента исследований, является их сугубая индивидуальность по отношению к решаемой проблеме и большая интеллектуальная трудоёмкость. Если для решения многих проблем достаточно один раз изобрести микроскоп, то гипотезы в каждом случае требуется изобретать заново. Поэтому, как не все могут быть грузчиками или молотобойцами, так далеко не каждому по силам создавать пригодные для применения в исследованиях гипотезы.

Одни гипотезы подтверждаются, превращаются в теории, другие подвергаются проверке, развитию, третьи опровергаются как несостоятельные. Есть и так называемые рабочие гипотезы, "первоначальные предположения", предназначенные для первичной систематизации научного материала.

В целом следует заметить, что гипотезы играют огромную роль в развитии теоретических знаний и в формировании научных теорий.

1.2. Виды методов научного познания.

Кратко рассмотрим, какие именно методы чаще всего используются в научных работах:

Анализ – расчленение целостного предмета на составляющие части (стороны, признаки, свойства или отношения) с целью их всестороннего изучения. Данный метод является наиболее популярным для курсовых и дипломных работ. Так может использоваться: сравнительно-правовой анализ (например, сравниваются правовые системы России и Франции), статистический анализ (динамика рассматриваемого явления за определенный период) и т.д.

Аналогия – прием познания при котором на основе сходства объектов по одним признакам делается заключение об их сходстве по другим.

Дедукция – вид умозаключения от общего к частному, когда из массы частных случаев делается обобщенный вывод о всей совокупности таких случаев.

Индукция – метод исследования и способ рассуждения, в котором общий вывод строится на основе частных посылок.

Классификация – разделение всех изучаемых предметов на отдельные группы в соответствии с каким-либо важным для исследователя признаком (особое значение имеет в описательных науках: геологии, географии, некоторых разделах биологии)

Моделирование – изучение объекта (оригинала) путем создания и исследования его копии (модели), замещающей оригинал с определенных сторон, интересующих познание. Модель всегда соответствует объекту-оригиналу в тех свойствах, которые подлежат изучению, но в то же время отличаются от него по ряду других признаков, что делает модель удобной для исследования изучаемого объекта.

Наблюдение – целенаправленное восприятие явлений объективной действительности, в ходе которого получают знания о внешних сторонах, свойствах и отношениях изучаемых объектов.

Обобщение – прием мышления, в результате которого устанавливаются общие свойства и признаки объектов.

Описание – фиксация средствами естественного или искусственного языка сведений об объектах.

Прогнозирование – специальное научное исследование конкретных перспектив развития какого-либо явления.

Синтез – соединение ранее выделенных частей (сторон, признаков, свойств или отношений) предмета в единое целое.

Эксперимент – апробирование, испытание изучаемых явлений в контролируемых и управляемых условиях. В эксперименте стремятся выделить изучаемое явление в чистом виде, с тем, чтобы было как можно меньше препятствий в получении искомой информации.

1.3. Фундаментальные закономерности современного естествознания.

Современная наука основывается на определенной методологии – то есть совокупности используемых методов и учений о методе. Система методов научного исследования включает в себя, во-первых, методы, применяемые не только в науке, но и в других отраслях знания, во-вторых, методы, применяемые во всех отраслях науки и, в-третьих, методы специфические для отдельных определенных разделов науки, отдельных научных дисциплин. Метод это совокупность действий, призванных помочь достижению желаемого результата. Существуют различные типы классификации методов, в совокупности образующих методологию, которая понимается и как система принципов и способов организации и построения теоретической и практической деятельности, и как учение об этой системе.

Остановимся лишь на одном, но важном, разделении всех методов на две большие группы – на методы эмпирические и теоретические.

Эмпирические методы не вытекают из сущности объекта, а поэтому содержат в себе много субъективных моментов. Но они таковы только в том случае, если не входят как необходимый момент в сферу действия системы методов теоретических, которые построены на единстве предмета и метода. Поскольку теоретические методы выступают способом организации субъектом своей деятельности в соответствии с сущностью предмета, то эмпирические методы, вовлеченные в сферу действия теории, получают внутри нее направленность и объективность.

Вспомним, что любое знание не возникает «на пустом месте». Для этого нужно либо проделать много экспериментов и сформулировать обобщение, либо проделать теоретические рассуждения и вывести частный случай более общего знания.

Познание начинается с наблюдения.

Наблюдение – это метод направленного отражения характеристик предмета, позволяющий составить определенное представление о наблюдаемом явлении. В блок процедур наблюдения входят описание, измерение, сравнение.

Эксперимент – это более эффективный метод, отличающийся от наблюдения тем, что исследователь с помощью эксперимента активно воздействует на предмет путем создания искусственных условий, необходимых для выявления ранее неизвестных свойств предмета.

Метод моделирования основан на создании модели, которая является заместителем реального объекта в силу определенного сходства с ним. Главная функция моделирования, если брать его в самом широком понимании, состоит в материализации, опредмечивании идеального. Построение и исследование модели равнозначно исследованию и построению моделируемого объекта, с той лишь разницей, что второе совершается материально, а первое – идеально, не затрагивая самого моделируемого объекта. Из этого вытекает вторая важная функция модели в научном познании – модель выступает программой действия по предстоящему построению, сооружению моделируемого объекта.

Анализ и синтез. Эмпирический анализ – это просто разложение целого на его составные, более простые элементарные части.

Синтез – это, наоборот, – соединение компонентов сложного явления. Теоретический анализ предусматривает выделение в объекте основного и существенного, незаметного эмпирическому зрению. Аналитический метод при этом включает в себя результаты абстрагирования, упрощения, формализации.

Теоретический синтез – это расширяющее знание, конструирующее нечто новое, выходящее за рамки имеющейся основы.

Индукция и дедукция. Индукция может быть определена как метод перехода от знания отдельных фактов к знанию общего. Дедукция – это метод перехода от знания общих закономерностей к частному их проявлению. Теоретическая индукция и основанная на ней дедукция отличаются от эмпирических индукции и дедукции тем, что они основаны не на поисках абстрактно-общего, одинакового в разных предметах и фактах («Все лебеди – белы»), а на поисках конкретно-всеобщего, на поисках закона существования и развития исследуемой системы.

1.4. Особая роль физики в развитии общества.

Само название науки «физика» происходит, как известно, от греческого слова phisis – природа. Законы физики базируются на фактах, установленных опытным путём. Но вместе с тем законы физики представляют из себя количественные соотношения и формулируются на языке математики. В чем состоит специфика физики, как одной из естественных наук, каков предмет физики?

Физика – наука о наиболее простых общих свойствах окружающего нас мира.

Как выделяют физики из бесконечного многообразия окружающего мира интересующие их немногочисленные простые свойства? Что такое физическая модель?

Модель какой-либо реальной системы – это другая система, в которой сохранены только существенные для рассматриваемой задачи свойства реальной системы и которую можно описать на языке данной науки. Модель какой-либо области явлений – это научная теория, изучающая эти явления. Физика строит модели действительного мира, которые может описать язык физики.

На каком языке «говорит» физика? Язык физики количественный, точный. Он широко использует математику, иногда говорят: «Математика – язык физики». Предсказания физических теорий – это точные, количественные предсказания.

Экспериментальная физика – это опыты, проводимые для:

- ✓ обнаружения новых фактов;
- ✓ проверки истинности предсказаний теории.

Теоретическая физика формулирует физические законы, на основе которых объясняются обнаруженные на опыте факты и делаются предсказания новых явлений. Если предсказания теории подтверждаются большой совокупностью опытов, то теорию считают верной. Если на опыте не подтверждается хотя бы одно из предсказаний теории, то такую теорию необходимо либо изменить, либо заменить другой, более удовлетворительной. Старая теория в этом случае обычно не отбрасывается, но ее область применения уточняется и ограничивается.

В настоящее время динамично развивается научно-технический прогресс (НТП). Произошли глубокие, качественные изменения во многих областях науки и техники. Появление НТП связанно с великими открытиями в области фундаментальной физики. Открытие радиоактивности, электромагнитных волн, ультразвука, реактивного движения и т.д. привело к тому, что человек применяя эти знания, далеко вперед продвинул развитие техники. Человек научился передавать на расстоянии не только звук, но и изображение. Человек вышел в космос высадился на луну, увидел ее обратную сторону. С помощью уникальных оптических приборов, возможно, узнать из какого вещества состоят далекие планеты. Полученные новые данные когда-нибудь позволят человеку сделать новые невероятные открытия, которые приведут к новым достижениям в науке и технике. Во всем мире наблюдаются глубокие качественные перемены в основных отраслях

техники. НТП коренным образом изменил роль науки в жизни общества. Наука стала непосредственной производительной силой.

Прикладная электроника, бывшая до недавнего времени частью общей физики стала независимой областью науки, так же как и физическая химия, геофизика и астрофизика отделились от общей физики. Основные достижения в последние годы были получены на стыке разных наук – в биофизике, физике твердых тел и астрофизике. Расшифровка структур ДНК, синтез сложных протеиновых молекул и достижения генной инженерии были осуществлены благодаря достижениям спектроскопии, рентгеновской кристаллографии и электронному микроскопу. В научных изысканиях и практических применениях все большее значение приобретает ультразвук. Формируется новое направление химии – ультразвуковая химия. Возникли новые области применения ультразвука: микроскопия, голография, квантовая акустика и т.д. Ультразвук помогает морякам обнаруживать различные подводные объекты, медикам проводить диагностику заболеваний. Ультразвук строит и разрушает, режет и сверлит, штампует и паяет, очищает, сортирует, стерилизует, разведывает. Его взяли на вооружение геологоразведчики и нефтяники. И это еще не все, перечень применения ультразвука можно продолжить.

Изобретение транзистора привело к настоящей революции в области радиоэлектроники. На основе транзисторной технологии появилось новое направление в науке и технике – микроэлектроника, что позволило человеку построить первые полупроводниковые ЭВМ. Физика вносит решающий вклад в создание современной вычислительной техники, представляющей собой материальную основу информатики. За короткий промежуток времени вычислительная техника шагнула далеко в перед. Современные персональные компьютеры имеют огромную скорость обработки информации, большие объемы памяти, позволяющие осуществлять практически любые расчеты. С помощью периферийных устройств компьютер видит, слышит, рисует, чертит, печатает, говорит, показывает, играет в игры, обучает, управляет технологическими процессами на производстве, следит за космическим полетом и т.д. Трудно представить себе сегодняшний день без компьютера. С помощью компьютера в наши дни осуществляется связь по интернету с любой точки земного шара.

Таким образом, идет обмен видео, аудио и текстовой информации между людьми в разных странах. Это позволяет людям понять друг друга лучше, узнать много нового друг о друге, получить требуемую информацию. Электронная почта в считанные секунды доставит ваше сообщение огромного объема в любой уголок земли. Развитие компьютерной техники и технологии, дают возможность ученым физикам производить сложнейшие расчеты, анализировать вероятностные ситуации, строить математические модели различных процессов. Т.е. развитие самой физики не возможно без участия ее собственного детища.

Точно такие же примеры можно привести относительно любого раздела физики. Любое открытие новых физических законов немедленно приводит к использованию их в развитии других наук и техники. А это в свою очередь приводит к новым открытиям в фундаментальной физике. Таким образом, научно технический прогресс невозможно остановить. Развитие физики принесло не только фундаментальные изменения в представление о материальном мире, но и с применением современных технологий, основанных на лабораторных открытиях, происходят прогрессивные изменения в обществе. Благодаря развитию науки и техники люди на планете Земля стали ближе – пребывая в едином информационном пространстве. Теперь уже не кажется, что Земля бесконечно велика и на ее поверхности и в ее недрах можно делать что угодно. Необдуманные действия человека, вооруженного достижениями той же самой науки и техники, приводят к необратимым и часто разрушительным последствиям для природы и самого человека.

Сегодня прогресс достиг небывалых темпов роста и продолжает динамично развиваться. Современный мир сложен, многообразен, динамичен, пронизан

противоборствующими тенденциями. Он противоречив, но взаимозависим, во многом целостен.

Если двадцатый век называли веком науки и техники, то нынешний век будет веком информационным. Главной ценностью становится информация. Еще в XIX в. появились первые признаки того, что наука стала мировой, объединив усилия ученых разных стран. Возникла и в дальнейшем развилась интернационализация научных связей. Расширение сферы применения науки в конце XIX – начале XX в. привело к переменам в жизни десятков миллионов людей, проживающих в развитых промышленных странах, и объединению их в новую экономическую систему. Возрастание роли техники и технического знания в жизни общества характеризуется зависимостью науки от научно-технических разработок, усиливающейся технической оснащенностью, созданием новых методов и подходов, основанных на техническом способе решения проблем в разных областях знания, в том числе, и военно-техническом знании. Современное понимание технического знания и технической деятельности связывается с традиционным кругом проблем и с новыми направлениями в технике и инженерии, в частности с техникой сложных вычислительных систем, системотехникой и др. Научно-технический прогресс выдвинул на передний план проблему применения техники нового типа. Подобная техника – электронно-вычислительные машины (ЭВМ), автоматизированные системы управления (АСУ) – в наше время проникла в самые разнообразные области общественной жизнедеятельности и науки. От эффекта ее практического применения стали непосредственно зависеть успехи в развитии этих важнейших областей. Следует отметить, что развитие техники происходило не только по пути ее усложнения, но также и в направлении повышения ее качества и надежности. Компьютеризация может привести не только к позитивным, прогрессивным изменениям в жизни человека, но и спровоцировать негативные изменения, например, такие как уменьшение интеллектуальной активности человека, снижению его творческой активности. Таким образом, сейчас приходится сталкиваться с положительными и отрицательными последствиями применения научных достижений.

История науки знает немало выдающихся исследователей отдельных областей знаний, но значительно более редко встречались учёные, которые своей мыслью охватывали все знания о природе своей эпохи и пытались дать им синтез. Таковы были во второй половине XV века и в начале XVI в. Леонардо да Винчи, в XVIII столетии М.В. Ломоносов (1711-1765) и его французский современник Ж.Л. Бюффон (1707-1788). А также наш крупнейший естествоиспытатель Владимир Иванович Вернадский (1863-1945) по строю мыслей и широте охвата природных явлений он стоит в одном ряду с этими великими учёными.

Цель науки – сохранять и преумножать знания для общества и последующих поколений. Знания позволяют человеку, зная природу вещей делать верный выбор из имеющихся вариантов, тем самым делая свою жизнь более богатой во всех смыслах. В этом суть того, зачем нужны знания.

1.5. Предмет и задачи физики.

Физика – фундаментальная естественная наука, изучающая наиболее общие свойства материи, наиболее простые и общие закономерности движения.

Физика – экспериментальная наука. Хотя современные физические теории имеют достаточно сложную и абстрактную математическую структуру, тем не менее, их основные законы являются результатом обобщения экспериментальных фактов.

Эксперименты, лежащие в основе того или иного закона физики характеризуются точностью измерений и ограничениями на область изменения рассматриваемых величин. Так что любой физический закон имеет определенные границы применимости. Несмотря на это, в физике удалось получить такие законы (закономерности), которые имеют всеобъемлющий характер, т.е. действуют во всех известных нам физических явлениях и

верны при любой точности измерений. К этому числу относятся, к примеру, законы сохранения энергии, заряда и т.д.

Физические законы, имеющие наиболее широкое поле применения, часто называют фундаментальными. Кроме законов сохранения к числу фундаментальных законов можно отнести, например, законы Кулона и всемирного тяготения. С другой стороны, ряд физических законов имеют строго ограниченные границы применения. Например, законы сухого и мокрого трения, закон Гука верны лишь в жестко определенных пределах относительных скоростей, температуры, деформаций и т.п.

Физика изучает явления, наблюдаемые в реальном мире, и свойства материальных объектов. Эти явления и свойства мы характеризуем с помощью физических величин. Например, движение характеризуется скоростью и ускорением, свойства тел притягивать друг друга характеризуются массой или зарядом. Наблюдаемые нами явления и физические свойства тел возникают вследствие взаимодействия между телами либо между частицами – атомами и молекулами, из которых состоят материальные тела. В результате этих взаимодействий соответствующие физические величины не остаются постоянными, а испытывают всевозможные изменения. Эти изменения могут происходить как непрерывно, так и скачками, как по величине, так и по направлению. При наблюдении изменений физических величин возникает необходимость в их количественной и качественной оценке. Для этой цели физика использует математические методы.

В отличие от математики, которая изучает количественные и пространственные отношения между рассматриваемыми объектами, физика изучает материальные свойства тел и частиц, из которых состоят эти тела. Как показывает опыт, материальные свойства обусловлены взаимодействиями между телами либо между частицами. В природе существуют разные взаимодействия. Каждое из них имеет свои особенности, и поэтому физика разделяется на ряд областей, изучающих отдельные виды взаимодействий. На первый взгляд физика состоит из целого ряда независимых разделов – механики, термодинамики, электродинамики, оптики и других. На самом деле эти области физики настолько связаны друг с другом, что не могут существовать друг без друга и, строго говоря, даже не могут быть разделены. Ведь сама природа не делит всевозможные взаимодействия на различные виды, в природе все происходит сразу и вместе. Возможность рассмотрения каждого вида взаимодействия по отдельности, как это делается в физике, связана с тем, что при изучении конкретного взаимодействия мы считаем, что другие взаимодействия отсутствуют или очень малы. Можно ли это делать или нельзя, в каждом отдельном случае показывает опыт. В этом заключается существо физического подхода к изучению явлений и свойств материальных объектов.

Из разделов физики наиболее рано начала развиваться механика.

Механика – наука о движении и равновесии тел. Движение материи в широком смысле – это ее изменение вообще. Механика изучает простейший вид движения материи – механическое движение. Основы механики, сформулированные Ньютоном (1643-1727), с успехом описывали и объясняли все экспериментальные факты и наблюдения вплоть до XX века, когда выяснилось, что ньютоновская механика относится только к медленно двигающимся макроскопическим телам. Поясним смысл этого утверждения.

Говоря «медленное» движение мы подразумеваем движения, скорости которых намного меньше скорости света в вакууме **c**:

Движения со скоростями близкими к скорости света называются релятивистскими и описываются законами релятивистской механики.

В задачах, представляющих практический интерес, мы имеем дело, в основном, с медленными движениями. В частности, движение тел в Солнечной системе описывается законами механики Ньютона. С релятивистскими движениями мы сталкиваемся в исследованиях, связанных с движением частиц в ускорителях или в некоторых космических явлениях.

В начале XX века экспериментально было установлено, что физические объекты обладают волновыми свойствами. Причем приписываемая объекту длина волны определяется формулой (Луи де Бройль, 1924г.)

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где m – масса, v – скорость объекта, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка.

Волновые свойства объекта становятся существенными, когда характерный размер задачи оказывается порядка дебройлевской длины волны данного объекта. Подобные физические объекты называются микроскопическими (микрочастица, микрообъект), поведение которых описывается законами квантовой механики.

Примерами микрообъектов являются атомы, молекулы, ядра, их составные части и т.п. Явления, связанные с микрочастицами, называются микроскопическими явлениями.

Если характерные размеры задачи (физического объекта) l намного больше дебройлевской длины волны λ объекта, т.е. $l >> \lambda$, то объект называется макроскопическим и его волновыми свойствами можно пренебречь. Явления, связанные с макроскопическими телами, называются макроскопическими явлениями. Они подчиняются законам классической механики. Итак, условия:

$$v << c; \qquad mvl >> h \tag{1.1}$$

определяют границы применимости ньютоновской механики. При нарушении первого из этих условий нужно пользоваться законами релятивистской механики, при нарушении второго – законами квантовой механики. Если не соблюдаются оба эти условия, то в силу вступают законы релятивистской квантовой механики (рис.1.1).

Ньютоновская и релятивистская механики, которые описывают макроскопические явления, обычно называют классической (неквантовой) механикой.

Релятивистская и квантовая механики – более общие теории, которые в частных случаях, и дают результаты ньютоновской механики. Данный факт, конечно же, не означает, что ньютоновская механика потеряла свое значение. В области применимости (1.1), которая включает в себя объяснение явлений чрезвычайно широкого круга, ньютоновская механика обеспечивает точные результаты. А такие задачи, как например, исследование поведения электрона в атоме, движение заряда в ускорителях и т.п., необходимо решать в рамках квантовой и релятивистской механики.

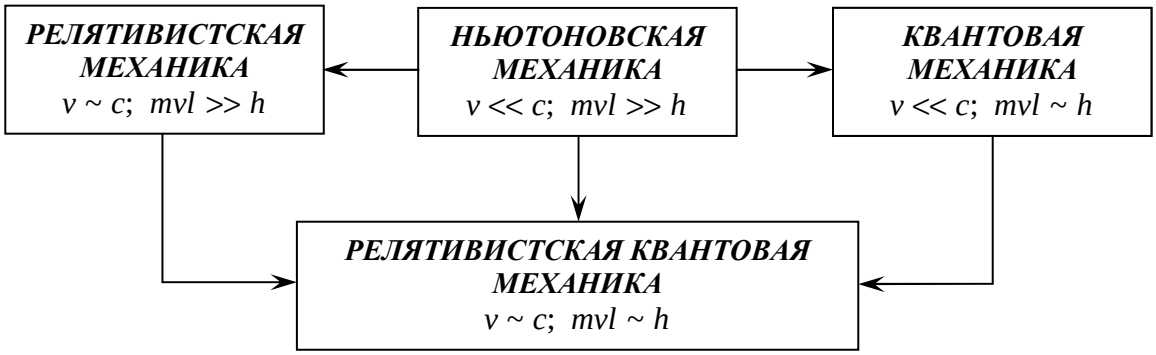


рис.1.1

Никакая теория не может определять границы своего применения. Это можно сделать с помощью новых, более общих теорий, которые в пределе должны давать результаты старой теории.

1.6. Системы единиц физических величин

Изучая физику, мы будем иметь дело с физическими величинами. Необходимо ясно представлять себе, что такое физическая величина, чем она отличается от математической иди от величин, рассматриваемых в других науках.

Физика – опытная наука. Все, что мы узнали о материальном мире, возникло из опыта. И любые заключения и предположения, которые мы делаем о свойствах материальных объектов, в конечном счете, проверяются на опыте. Другими словами, опыт является окончательным критерием правильности наших представлений. В процессе опыта мы определяем те или иные физические величины, например скорость или температуру. Таким образом, определить физическую величину означает указать способ ее измерения. Физические величины являются наблюдаемыми. Напротив, если мы говорим о какой-либо величине и не можем указать способ ее измерения, то она не является наблюдаемой. Такие величины просто не рассматриваются в физике, не являются ее предметом.

Далее, физические величины являются достоверными в том смысле, что физический опыт должен обладать свойством повторяемости. Это значит, что при повторении опыт, проведенный в равных условиях, должен приводить всякий раз к одинаковому результату. В других науках это не всегда так, и чем менее выполняется это требование, тем менее эта наука достоверна.

Физические величины обладают свойством размерности. Под размерностью физической величины понимают совокупность параметров, необходимых для ее определения. Другими словами, указать размерность физической величины означает указать, какие измерения нужно произвести, чтобы ее определить. Самые простые физические величины – это длина, время и масса. Они имеют, как говорят, собственные размерности, обозначаемые соответственно буквами $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{T}$ и $\boldsymbol{M}$, потому что для их определения никаких других измерений производить не нужно. Но уже, например, для определения скорости тела необходимо произвести два независимых измерения – длины $\boldsymbol{L}$ и времени $\boldsymbol{T}$. Поэтому размерность скорости есть отношение $\boldsymbol{L/T}$. Как мы увидим, размерность физической величины находится с помощью формулы, которая служит ее определением.

Следует отметить, что размерность физической величины и единицы ее измерения – это разные понятия. Например, скорость может измеряться в **см/с**, или в **м/с**, или в **км/ч**, но при этом не меняется ее размерность – она всегда есть $\boldsymbol{L/T}$, потому что независимо от того, в каких единицах мы измеряем скорость, мы всегда производим измерения одних и тех же двух параметров – длины $\boldsymbol{L}$, и времени $\boldsymbol{T}$. Размерность физической величины представляет ее важнейшее свойство. Часто приходится сравнивать между собой различные величины. Физические величины можно сравнивать, только если они обладают одинаковой размерностью. Например, нельзя сравнивать между собой длину пути и отрезки времени: это бессмысленно – они обладают разной размерностью.

Физическая величина – одно из свойств физического объекта (физической системы, явления, процесса), общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них. Например, длина, масса, электропроводность и теплоемкость тел, давление газа в сосуде и т. д.

Количественная определенность физической величины, присущая конкретному материальному объекту, системе, явлению или процессу есть размер физической величины.

Значение физической величины – это выражение размера физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

При измерениях используют понятия истинного и действительного значения физической величины.

Истинное значение – значение физической величины, которое идеальным образом отражает в качественном и количественном отношениях соответствующее свойство объекта. Истинное значение физической величины может быть соотнесено с понятием абсолютной истины. Его можно получить только в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений.

Действительное значение – значение физической величины, найденное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для

определенной цели может быть использовано вместо него. При технических измерениях значение физической величины, найденное с допустимой погрешностью, принимается за действительное значение.

Физические величины принято также делить на основные и производные. Основные величины не зависимы друг от друга, но они могут служить основой для установления связей с другими физическими величинами, которые называют производными от них. Совокупность основных и производных единиц называется системой единиц физических величин.

Первоначально единицы физических величин выбирались произвольно, без всякой связи друг с другом. В каждой стране, а иногда в отдельных городах создавались свои единицы. Перевод одних единиц в другие был очень сложен и приводил к снижению точности результатов измерений. По мере развития науки и техники, расширения международных связей, трудности использования результатов измерений возрастали и тормозили научно-технический прогресс.

Наличие большого числа разнообразных единиц создавало затруднения в международных торговых отношениях, обмене результатами научных исследований. Поэтому наряду с ростом числа единиц возникла необходимость их унификации как внутри государства, так и в международном масштабе. Ученые разных стран пытались установить общие единицы, которые действовали бы во всех странах. Необходимость в унификации мер и единиц измерений привела в конце XVIII в. к установлению Метрической системы мер.

В 1790 году во Франции было принято решение о создании системы новых мер, “основанных на неизменном прототипе, взятом из природы, с тем, чтобы ее могли принять все нации”.

Метрическая система мер, разработанная французскими учеными (Лагранж, Лаплас, Деламбер, Монж и др.) должна была, по мысли ее авторов, служить “на все времена, для всех народов, для всех стран”. Было предложено считать основной единицей длины – *метр*, как длину десятимиллионной части четверти дуги земного меридиана Земли, проходящего через Париж (отсюда название системы – метрическая).

За единицу массы была принята масса 0,001 $м^3$ (1 $дм^3$) чистой воды при температуре $+4^oC$ (наибольшая плотность воды), названная *килограммом*. По данному определению килограмм является скорее производной, чем основной, так как выражается с помощью единицы длины. Единицы площади и объема образованы как производные от метра.

Отличительной особенностью Метрической системы мер явился принцип десятичных соотношений при образовании кратных и дольных единиц. Десятичность Метрической системы одно из важнейших ее достоинств.

Введенная первоначально во Франции, Метрическая система мер, во второй половине XIX в. получила международное признание. Однако эта система не является системой единиц в том смысле, который придают этому понятию в настоящее время, так как в нее входят единицы очень ограниченного числа величин – длины, массы, времени, площади, объема.

Наиболее общая система единиц была создана немецким математиком К.Ф. Гауссом в 1832 году. Им же впервые было введено понятие о системе единиц физических величин как совокупности основных и производных единиц.

В основу построения системы единиц физических величин К.Ф.Гаусс положил три основных принципа:

- ✓ построение системы не связано с конкретными размерами основных единиц. Выбирается несколько величин, независимых друг от друга. Эти величины называют основными, а их единицы – основными единицами системы единиц. Единицы, полученные с помощью формул и выраженные через основные единицы, Гаусс назвал производными единицами. Размеры производных единиц зависят от размеров основных единиц;

- ✓ построение системы возможно для любых величин, между которыми имеется связь, выражаемая в математической форме в виде формул;
- ✓ число основных единиц, входящих в систему должно быть ограничено соображениями рациональности, т.е. чтобы оптимальный минимум числа основных единиц позволил бы образовать максимально большее число производных единиц.

В качестве основных Гаусс предложил три единицы: единица длины – *миллиметр*, единица массы – *миллиграмм*, единица времени – *секунда*. При этом он исходил из того, что формой существования всех видов материи являются пространство и время, а важной характеристикой вещества является масса.

Хотя система Гаусса не получила широкого распространения из-за малого размера основных единиц, его идеи оказались весьма плодотворными. Предложенные Гауссом принципы лежат в основе построения всех последующих систем единиц физических величин.

Значительно позже был сформулирован четвертый принцип построения системы единиц: она должна быть когерентна (согласованна). Этот принцип заключается в том, что во всех формулах, определяющих производные единицы в зависимости от основных, – коэффициент всегда равен единице.

Каждой основной единице физической величины системы присваивается символ в виде заглавной буквы латинского или греческого алфавитов.

Символы эти следующие: длина – $\boldsymbol{L}$, масса – $\boldsymbol{M}$, время – $\boldsymbol{T}$, сила электрического тока – $\boldsymbol{I}$, термодинамическая температура – $\boldsymbol{\theta}$, количество вещества – $\boldsymbol{N}$, сила света – $\boldsymbol{J}$.

Эти символы входят в название системы физических величин.

Кратко рассмотрим, в историческом плане, основные характеристики различных систем единиц.

Система СГС. В 1881 году была принята система единиц физических величин СГС, построенная на основе системы величин $\boldsymbol{LMT}$.

Основные единицы системы СГС: *сантиметр* – единица длины, *грамм* – единица массы, *секунда* – единица времени.

На основе системы СГС построено семь различных систем единиц электрических и магнитных величин. Из них три системы СГСЭ, СГСМ и СГС (симметричная) построены на основе трех основных единиц – сантиметр, грамм, секунда.

В остальные системы, кроме этих трех единиц, входит по одной электрической основной единице. Такими единицами являются: электрическая постоянная $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ в системе СГС$\boldsymbol{\varepsilon_o}$, магнитная постоянная $\boldsymbol{\mu_0}$ – в системе СГСμ_o, единица заряда – **Франклин** – в системе СГС$_ф$ и единица силы тока – **Био** – в системе СГС$_Б$.

Система СГС используется до настоящего времени в научных исследованиях (физике, астрономии и смежных науках), это обусловлено рядом ее достоинств. Здесь в первую очередь следует отметить логичность и последовательность ее построения, удобство и простоту применения. При описании электромагнитных явлений в уравнениях присутствует только одна фундаментальная константа – скорость света.

Вместе с тем наряду с достоинствами система СГС обладает существенными недостатками, большинство ее единиц далеки от практики. Это относится к единицам электричества и электромагнетизма, применяющимся в электротехнике. Очень неудобны для пересчета соотношения между единицами СГС и практическими единицами. Например, один вольт равен 1/300 СГС – единицы напряжения, а один ампер – 3×10^9 СГС – единицы силы тока. Неудобство состоит также в том, что все единицы СГС, относящиеся к электростатике и электрическому току, не имеют названий, например, такие величины, как электрический заряд, напряженность поля, потенциал, сила тока. В электротехнике отсутствуют приборы, которые измеряли бы эти величины в единицах СГС.

Система МКС. В 1901 году итальянским ученым Джорджи была предложена система МКС. Также как и система СГС, система МКС построена на основе системы

LMT. Основные единицы системы: *метр* – единица длины, *килограмм* – единица массы, *секунда* – единица времени.

Эта система имела ряд преимуществ перед другими системами механических единиц. Кроме основных система МКС содержала производные единицы механических и акустических величин. Чтобы сделать систему универсальной, т.е. охватить все измерения в механике, электричестве и электромагнетизме, следовало включить в нее уже распространенные практические единицы. На IX Генеральной конференции по мерам и весам (1948г.), такой единицей была выбрана единица силы тока – ***ампер***.

Вначале система, построенная на основных единицах метре, килограмме, секунде и ампере, ограничивалась только геометрическими, механическими, электрическими и электромагнитными измерениями. Для обозначения этой системы в разное время применялись символы МКСМ и МКСА.

Система МТС. Система МТС была разработана во Франции и узаконена ее правительством в 1919 году. Система построена на основе системы величин ***LMT***. Основные единицы системы: *метр* – единица длины, *тонна* – единица массы, *секунда* – единица времени.

В ряде отраслей производства, имеющих дело с большими массами, единица массы этой системы – тонна, оказалась очень удобной. У этой системы имелись и другие преимущества: числовые значения плотности вещества в системе МТС совпадали с числовыми значениями этой величины в системе СГС (например, плотность железа в системе СГС – 7,8 *г/см*^{3},а в системе МТС – 7,8 *т/м*^{3}; единица работы системы МТС – килоджоуль – имеет простое соотношение с единицей работы системы МКС (1*кДж* = 1000 *Дж*).

Но большинство производственных величин системы МТС на практике оказались неудобными, поэтому она не нашла широкого применения и от нее отказались.

Система МКГСС. Система МКГСС построена на основе системы величин **LFT**. Основные ее единицы: *метр* – единица длины, *килограмм – сила* – единица силы, *секунда* – единица времени.

Килограмм – сила – сила, равная весу тела массой **1 *кг*** при нормальном ускорении свободного падения $\mathbf{g_o = 9{,}80665}$ ***м/с***^{2}.

Применение основных единиц системы МКГСС оказалось удобным в технике. Поэтому система нашла широкое применение в механике, теплотехнике.

Вместе с тем система МКГСС имела ряд недостатков:

- ✓ единица массы в системе получалась производной, численно равной ~ **9,81 *кг***, что нарушает метрический принцип десятичности мер;
- ✓ наименование единицы силы – *килограмм – сила*, сходно с метрической единицей массы – килограммом, что приводит к путанице;
- ✓ несогласованность системы с практическими единицами.

Взаимодействие различных отраслей науки, техники, экономики, расширение международных торговых связей, большое число внесистемных единиц, неудобства, связанные с пересчетами при переходе от одной к другой, – все это вызвало необходимость создания единой универсальной системы единиц, которая охватывала бы все отрасли науки и техники и была бы принята в международном масштабе.

1.7. Международная система единиц физических величин

В середине XX века учеными многих стран предпринимались попытки создания единой универсальной системы единиц, которая могла бы стать международной.

В 1954 году X Генеральная конференция по мерам и весам определила шесть основных единиц физических величин для их применения в международном масштабе: *метр, килограмм, секунда, ампер, градус Кельвина и свеча.*

XI Генеральная конференция по мерам и весам в 1960 году утвердила Международную систему единиц, обозначаемую SI (от начальных букв французского названия Systeme International d´ unites), на русском языке – СИ. В последующие годы

было принято ряд дополнений и изменений, так 1971 году в качестве основной была принята – единица количества вещества – *моль*.

В результате в системе стало семь основных единиц, две дополнительных и производные единицы физических величин. Международная система единиц построена на основе системы величин ***L***, ***M***, ***T***, ***I***, ***θ***, ***J***, ***N***. В настоящее время приняты следующие определения основных единиц:

◊ *единица длины – метр* – длина пути, которую проходит свет в вакууме за 1/299792458 долю секунды;

◊ *единица массы – килограмм* – масса, равная массе международного прототипа килограмма;

◊ *единица времени – секунда* – продолжительность *9192631770* периода излучения, которое соответствует переходу между двумя сверх -тонкими уровнями основного состояния атома цезия – *133* при отсутствии возмущения со стороны внешних полей;

◊ *единица силы электрического тока – ампер* – сила, не изменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии *1 м* один от другого в вакууме, создал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ *Н* на каждый метр длины.

◊ *единица термодинамической температуры – Кельвин – 1/273,16* часть термодинамической температуры тройной точки воды. Допускается также применение шкалы Цельсия;

◊ *единица количества вещества – моль* – количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде углерода – *12* массой *0,012 кг*;

◊ *единица силы света – кандела* – сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ *Гц*, энергетическая сила которого в этом направлении составляет *1/683 Вт/ср*.

Данные определения довольно сложны, но они дают представление о природном, естественном происхождении принятых единиц, а толкование их усложнялось по мере развития науки, благодаря новым достижениям теоретической и практической физики, механики, математики, теплотехники и других фундаментальных областей знаний.

Международная система единиц включает в себя дополнительные единицы для плоского и телесного углов, необходимые для образования производных единиц, связанных с угловыми величинами.

◊ *Единица плоского угла – радиан (рад)* – угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми, равна радиусу.

◊ *Единица телесного угла – стерадиан (ср)* – равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Угловые единицы не могут быть введены в число основных, вместе с тем их нельзя считать и производными, так как они не зависят от размера основных единиц. Радиан и стерадиан применяют в основном для теоретических построений и расчетов, для прямых практических измерений они неудобны. С их помощью образованы единицы угловой скорости, углового ускорения и некоторых других величин. Практически плоские углы чаще всего измеряют в угловых градусах, минутах и секундах.

Производные единиц Международной системы единиц образуются на основании законов, устанавливающих связь между физическими величинами, определений физических величин. При образовании производных единиц сначала пишут уравнение связи между физическими величинами, а затем величины, стоящие в правой части уравнения выражают через основные единицы. Производная единица имеет наименование, состоящее из наименований соответствующих исходных единиц.

Международная система СИ считается наиболее совершенной и универсальной по сравнению со всеми существовавшими до нее системами единиц. Она охватывает все области измерений. Семь ее основных единиц позволяют образовывать единицы для любых физических величин во всех областях науки и техники. Международная система является когерентной системой, что позволяет максимально упростить расчетные формулы. Основные и производные единицы системы СИ по своему размеру удобны для практического применения.

Благодаря своим достоинствам Международная система единиц завоевала всеобщее признание. После ее принятия Генеральной конференцией по мерам и весам практически все международные организации включили ее в свои рекомендации по метрологии и призвали все страны – членов этих организаций, принять ее.

Наряду с единицами системы СИ, до настоящего времени широко распространены различные единицы, не укладывающиеся ни в одну из систем, так называемые внесистемные единицы.

Кроме того, разрешается применение следующих единиц: град, световой год, парсек, диоптрия, киловатт-час, вольт-ампер, вар, ампер-час, карат, текс, гал, оборот в секунду, оборот в минуту. Разрешается применять единицы относительных и логарифмических величин, такие как процент, промилле, миллионная доля, фон, октава, декада. Допускается также применять единицы времени, получившие широкое распространение, например, неделя, месяц, год, век, тысячелетие.

От многих из них нельзя отказаться ввиду удобства их применения в определенных областях, другие сохранились в силу исторических традиций.

Тема 2

Пространство – время. Система отсчета. Кинематика материальной точки. Способы описания движения. Скорость, тангенциальное и нормальное ускорение. Движение по окружности. Угловая скорость, угловое ускорение, их связь с соответствующими линейными величинами.

2.1. Пространство и время. Система отсчета.

Основная задача механики – предсказывать будущее положение тел.

Механическим движением называют изменение положения тел в пространстве относительно других тел с течением времени.

Механику принято подразделять на кинематику, динамику и статику. Механика изучает движение и взаимодействие тел. По существу, она не касается свойств тел, связанных с их внутренней структурой (за исключением свойств упругости и трения). Положение тел в пространстве, скорости их движения относятся к внешним характеристикам. Поэтому можно сказать, что механика изучает внешнее состояние тел. Свойства же тел, обусловленные их внутренней структурой, характеризуют их внутреннее состояние.

В кинематике рассматриваются различные виды движения тел без учета влияния сил, действующих на эти тела.

Движение тела может быть описано полностью, если найден метод определения положения движущегося тела в пространстве в любой момент времени. Выясним, что требуется для полного кинематического описания движения тела.

Прежде всего, надо указать тело отсчета, т. е. тело, относительно которого рассматривается изменение положения движущегося тела. Наблюдения показывают, что описание движения (и в частности, ответы на вопросы: движется тело или нет, каковы направление и скорость движения и т. д.) зависит от выбора тела отсчета.

Затем необходимо выбрать способ определения положения движущегося тела относительно тела отчета. При этом, так как тела имеют пространственную протяженность, т. е. определенные размеры, возникает вопрос, когда можно сразу определять положение всего тела, не вдаваясь в то, каким образом движутся его отдельные части?

В случае, когда все точки тела движутся одинаково, для описания движения тела достаточно описать движение какой-либо одной из его точек. Примером такого движения является поступательное движение.

Поступательным называют такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе.

Нет необходимости описывать движение каждой точки тела и в тех случаях, когда размеры тела можно не учитывать (например, ввиду их малости по сравнению с расстояниями до других тел).

Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь, считая при этом, что вся его масса сосредоточена в одной точке, называют материальной точкой.

Очевидно, что при одних условиях данное тело может считаться материальной точкой, а при других – не может.

В дальнейшем при изучении механических движений (если не будет сделано специальных оговорок), говоря о теле, мы всегда будем иметь в виду материальную точку.

Линию, по которой движется материальная точка в пространстве, называют *траекторией* ее движения.

Иными словами, траекторией движения называют совокупность всех последовательных положений, занимаемых материальной точкой при ее движении в пространстве.

Движение материальной точки – простейшая задача механики, которая позволит рассмотреть более сложные типы движений.

Перемещение материальной точки происходит в пространстве и изменяется со временем. Реальное пространство трехмерно, и положение материальной точки в любой момент времени полностью определяется тремя числами – ее координатами в выбранной системе отсчета. Число независимых величин, задание которых необходимо для однозначного определения положения тела, называется числом его степеней свободы. В качестве системы координат выберем прямоугольную, или декартову, систему координат. Для описания движения точки, кроме системы координат, необходимо еще иметь устройство, с помощью которого можно измерять различные отрезки времени. Такое устройство назовем часами. Выбранная система координат и связанные с ней часы образуют систему отсчета.

Положение тела относительно и может быть указано только лишь по отношению к другим телам. Тело, относительно которого определяются положения других тел, называется телом отсчета. В этой роли может выступать любое тело, имеющее массу покоя. Для определения положения тел в пространстве с телом отсчета связывают какую-либо систему координат, к примеру, прямоугольную систему координат (рис.2.1). В ней направления возрастания координат x, y, z даются соответственно единичными векторами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (орты). Координаты x, y, z, которыми определяется положение тела в пространстве, равнозначны вектору, соединяющему начало координат O системы отсчета с рассматриваемой точкой M. Он называется радиус-вектором точки, который связан с координатами точки соотношением (рис. 2.1)

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z \qquad (2.1)$$

Положение точки в пространстве однозначно определяется его радиус-вектором или, что одно и то же, координатами точки.

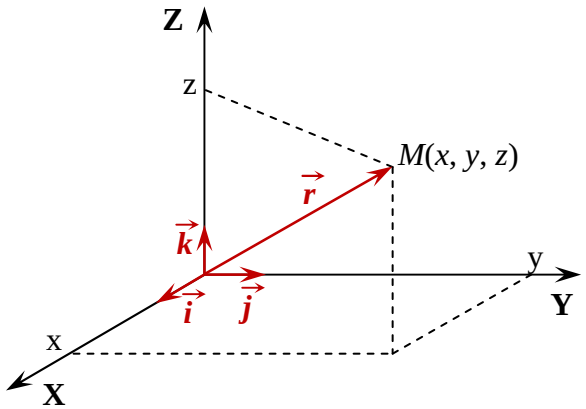


Рис.2.1

Для того чтобы установить положение движущейся материальной точки относительно тела отсчета, с ним связывают начало прямоугольной (декартовой) системы координат или точку приложения радиус-вектора $\vec{r}$ (рис.2.2). Тогда совокупность трех координат x, y, z (или радиус-вектор $\vec{r}$) однозначно определяет положение материальной точки в пространстве. Тело отсчета, связанная с ним координатная система и прибор для измерения времени (часы) образуют систему отсчета.

Пусть материальная точка движется из начальной точки M_1 траектории в конечную точку M_2 по дуге M_1M_2 (рис.2.2.). Координаты начальной точки x_1, y_1, z_1. Расстояние, пройденное материальной точкой по ее траектории, т. е. длину дуги $|M_1M_2| = \Delta s$, называют длиной пройденного пути.

Проведем из точки M_1 в точку M_2 направленный отрезок Δr.

Вектор Δr, соединяющий начальное положение движущейся материальной точки с каким-либо последующим ее положением, называют перемещением материальной точки.

Как видно из рис.2.2, длина пути и перемещение – разные понятия.

Длина пути совпадает с перемещением только в том случае, если материальная точка движется по прямой в одну сторону.

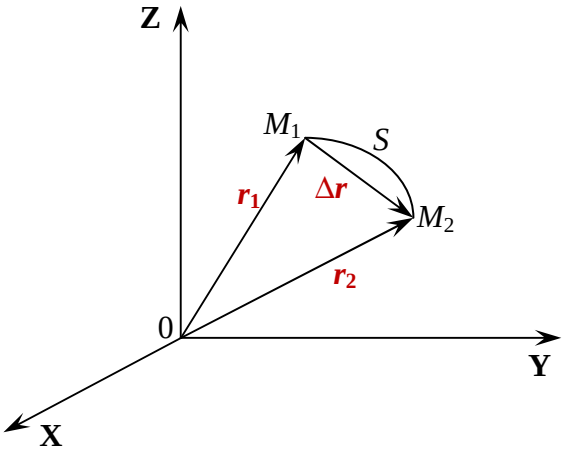


Рис.2.2

Проведя из начала координат в точку M_1 радиус-вектор r_1, а в точку M_2 радиус-вектор r_2, мы увидим, что **вектор перемещения** Δr равен разности векторов r_2 и r_1, т.е. $\Delta r = r_2 - r_1$.

2.2. Кинематический закон движения.

Пусть нам известны система отсчета, начальная точка движения тела и траектория его движения. В этом случае для того, чтобы полностью описать движение тела, необходимо найти способ определения его положения на траектории в любой момент времени, т. е. установить кинематический закон движения тела.

Если положение материальной точки в пространстве задается ее координатами, для описания движения необходимо найти их зависимость от времени, т. е. аналитический вид функции $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$.

Если положение материальной точки задается с помощью радиус-вектора, для описания ее движения необходимо найти зависимость этого радиус-вектора от времени, т. е. аналитический вид функции $r(t)$, или же зависимость от времени вектора перемещения этой материальной точки $\Delta r(t)$.

Кинематический закон движения может быть выражен в трех формах: аналитически (в виде формулы, представляющей собой уравнение данного движения, из которого видно, как изменяются в течение времени координаты тела, его радиус-вектор или же вектор перемещения), таблично (таблицу составляют на основе формулы) и графически.

Таким образом, движение тела (материальной точки) может быть полностью описано кинематически, если известны система отсчета, начальное положение движущегося тела и его перемещение в любой момент времени.

Определение положения приводит к необходимости измерения длин. Измерение длины производится следующим образом: выбирается какой-либо эталонный стержень, длина которого принимается за единицу длины. Измерить какую-либо длину означает определить, сколько раз помещается выбранный эталон в данном промежутке. Полученное число и есть измеряемая длина, выраженная в выбранных единицах измерения. Это способ непосредственного (или прямого) измерения длины, который не всегда возможен.

В таких случаях пользуются косвенными методами измерения. Например, для определения расстояния удаленного объекта **C** используется метод триангуляции, при котором непосредственно измеряется длина, так называемой, базы **AB** (расстояние до ближайшего предмета **B**) и углы α, β (рис.2.3).

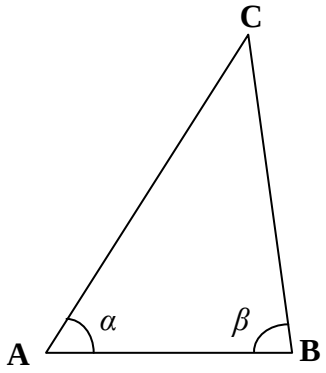


Рис.2.3

Затем, по формулам геометрии определяется расстояние **AB**. На основе этого метода определяются расстояния до ближайших звезд. При этом в качестве базы используется диаметр орбиты обращения Земли вокруг Солнца, а стороны треугольника считаются прямыми линиями, т.е. пространство считается эвклидовым. Сверхточные астрономические измерения показывают, что пространство является эвклидовым не только в пределах Солнечной системы, но также в пределах нашей Галактики, и вне нее – в Метагалактике. Точно так же нет оснований ожидать нарушений геометрии Евклида и в микромире – в субатомных областях размерами порядка $10^{-8} \div 10^{-7}$ *см*.

Для описания движения кроме тела отсчета и системы координат необходимо иметь метод измерения времени. С количественной точки зрения время – это показания часов. А часы – это система, в которой происходят какие-то периодические процессы. Как и в случае измерения длин, здесь необходимо выбрать эталонные часы. Эталоны должны быть легко воспроизводимы, независимо от времени и места изготовления они должны работать одинаково. Этому условию очень хорошо удовлетворяют кварцевые, молекулярные и атомные часы, в которых роль маятника выполняют колебания кристаллической решетки кварца, колебания атомов в молекулах, электромагнитные колебания монохроматического света, излучаемого атомами химических элементов в строго определенных внешних условиях. Особенно стабильны атомные часы, согласно которым и устанавливается единица времени – секунда.

Для изучения движения необходимо наличие многих часов, распределенных неподвижно в пространстве и синхронизированных между собой. Синхронизация часов – один из тонких вопросов физики. Она требует особого рассмотрения, которое проводится в теории относительности. Пока что предположим, что часы синхронизированы.

Тело отсчета, связанная с ним система координат с синхронизированными часами получило название системы отсчета (СО).

В физике ряд принципов связан со свойствами различных систем отсчета.

Механика ставит перед собой две основные задачи:

- ✓ изучая различного рода движения тел, причины их возникновения, выявить законы и уравнения движения, с помощью которых стало бы возможным получить исчерпывающее описание движения в каждом конкретном случае;
- ✓ установление свойств общих для всех систем, которые не зависят от вида движения или взаимодействия тел, входящих в систему.

Решение первой из этих задач привело Ньютона и Эйнштейна к выявлению законов соответственно ньютоновской и релятивистской динамики, а решение второй задачи – к получению законов сохранения. Законы динамики вместе с законами сохранения энергии, импульса и момента импульса составляют скелет механики.

В механике используются два основных абстрактных понятия – понятие материальной точки (или частицы) и понятие абсолютно твердого тела.

Материальная точка это – простейшая механическая система. Можно ли движение тела заменять движением материальной точки или нет, зависит не столько от свойств самого тела, сколько от природы движения, поставленной задачи и требуемой точности решения.

Абсолютно твердое тело – это совокупность материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными во время движения, т.е. система не подвергается деформации.

Все реальные тела, конечно же, подвергаются деформации под воздействием внешних сил. Однако, если величина деформаций намного меньше размеров самого тела, то подобное тело можно считать абсолютно твердым и пренебречь его деформациями при рассмотрении движения.

2.3. Равномерное прямолинейное движение. Скорость.

Равномерным прямолинейным движением называют такое происходящее по прямолинейной траектории движение, при котором тело (материальная точка) за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути.

Перемещение тела в прямолинейном движении обычно обозначают s. Если тело движется по прямой только в одном направлении, модуль его перемещения равен пройденному пути, т.е. $|s| = s$. Для того чтобы найти перемещение тела s за промежуток времени t, необходимо знать его перемещение за единичное время. С этой целью вводят понятие скорости $\vec{v}$ данного движения.

Понятие скорости – исходное в механике. Обратим внимание на то, что в общем случае движения тела различные его точки могут иметь разные скорости. Например, при вращении тела вокруг неподвижной оси скорость точек тем больше, чем дальше они расположены от оси вращения. Поэтому понятие скорости точно может быть определено лишь для точки или для точечного тела. Тело, размерами которого по условиям задачи можно пренебречь, называется точечным телом или материальной точкой. Конечно, понятие материальной точки, по сути, является абстракцией, идеализированным понятием, к которому прибегают – и довольно часто – из соображений дозволенного упрощения задач механики. Одно и то же тело в разных задачах или в разных условиях иногда можно (а иногда нельзя) рассматривать как материальную точку. Полет пули, вылетевшей из винтовки, можно рассматривать как движение материальной точки. Однако описание движения той же пули в стволе винтовки или выяснение вопроса о сопротивлении, которое испытывает пуля в пути, требует другого подхода (разумеется, пулю в этих случаях нельзя рассматривать как материальную точку).

Скорость материальной точки есть векторная величина, направленная по касательной к траектории движения точки и по модулю равная производной от пути по времени.

Производную от физической величины по времени можно трактовать как изменение этой величины в единицу времени, поэтому можно сказать, что скорость точки равна приращению ее пути в секунду. Следует заметить, что отношение **s*/t** конечного пути ко времени совпадает со скоростью точки только в частном случае, когда движение равномерное. Если же движение неравномерное и скорость во времени непрерывно меняется, необходимо пользоваться точным определением, данным выше: модуль скорости равен производной от пути по времени и выражается формулой:

$$v = \frac{ds^*}{dt} \tag{2.2}$$

где s^* – путь материальной точки.

Как и всякий вектор, вектор скорости можно разложить по координатным осям декартовой системы координат. В результате получим следующие формулы для компонент вектора скорости:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{2.3}$$

Здесь x, y, z – координаты точки в пространстве, или компоненты радиуса-вектора точки в декартовой системе координат.

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют векторную величину, равную отношению перемещения тела s к промежутку времени t, в течение которого было совершено это перемещение:

$$v = \frac{s}{t}. \tag{2.4}$$

Направление скорости в прямолинейном движении совпадает с направлением перемещения.

Поскольку в равномерном прямолинейном движении за любые равные промежутки времени тело совершает равные перемещения, скорость такого движения является величиной постоянной ($v = const$).

По модулю:

$$v = \frac{|s|}{t}. \tag{2.5}$$

Из формулы (2.4) устанавливают единицу скорости.

Единицей скорости в СИ является **1 м/с** (метр в секунду);

1 м/с – это скорость такого равномерного прямолинейного движения, при котором материальная точка за **1 с** совершает перемещение **1 м**.

Пусть ось Ox системы координат, связанной с телом отсчета, совпадает с прямой, вдоль которой движется тело, а x_0 является координатой начальной точки движения тела. Вдоль оси Ox направлены и перемещение s, и скорость v движущегося тела. Из формулы (2.4) следует, что $s = vt$. Согласно этой формуле, векторы s и vt равны, поэтому равны и их проекции на ось Ox:

$$s_x = v_x t. \tag{2.6}$$

Теперь можно установить кинематический закон равномерного прямолинейного движения, т. е. найти выражение для координаты движущегося тела в любой момент времени. Поскольку $x = x_0 + s_x$, с учетом (2.3) имеем

$$x = x_0 + v_x t. \qquad (2.7)$$

По формуле (2.7), зная координату x_0 начальной точки движения тела и скорость тела v (ее проекцию v_x на ось Ox), в любой момент времени можно определить положение движущегося тела. Правая часть формулы (2.7) является алгебраической суммой, так как и x_0, и v_x могут быть и положительными, и отрицательными.

2.4. Средняя и мгновенная скорости прямолинейного неравномерного движения.

Движение, при котором за равные промежутки времени тело совершает неравные перемещения, называют неравномерным (или переменным).

При переменном движении скорость тела с течением времени изменяется, поэтому для характеристики такого движения введены понятия средней и мгновенной скоростей.

Средней скоростью переменного движения v_{cp} называют векторную величину, равную отношению перемещения тела s к промежутку времени t, за который было совершено это перемещение:

$$v_{cp} = \frac{s}{t}. \qquad (2.8)$$

Средняя скорость характеризует переменное движение в течение только того промежутка времени, для которого эта скорость определена. Зная среднюю скорость за данный промежуток времени, можно определить перемещение тела по формуле $s = v_{cp} t$ лишь за указанный промежуток времени. Найти положение движущегося тела в любой момент времени с помощью средней скорости, определяемой по формуле (2.8.), нельзя.

Как указывалось выше, когда тело движется по прямолинейной траектории в одну сторону, модуль его перемещения равен пройденному телом пути, т.е. $|s| = s$. В таком случае среднюю скорость определяют по формуле $v = s/t$, откуда имеем

$$S = v_{cp} t. \qquad (2.9)$$

Мгновенной скоростью переменного движения называют скорость, которую тело имеет в данный момент времени (и, следовательно, в данной точке траектории).

Выясним, каким способом можно определить мгновенную скорость тела. Пусть тело (материальная точка) совершает прямолинейное неравномерное движение. Определим мгновенную скорость v этого тела в произвольной точке **C** ее траектории (рис. 2.4).

Выделим маленький участок Δs_1 этой траектории, включающий в себя точку **C**. Этот участок тело проходит за промежуток времени Δt_1. Разделив Δs_1 на Δt_1, найдем значение средней скорости $v_{cp1} = \Delta s_1 / \Delta t_1$ на участке Δs_1. Затем для промежутка времени $\Delta t_2 < \Delta t_1$ определим среднюю скорость $v_{cp2} = \Delta s_2 / \Delta t_2$ на участке $\Delta s_2 < \Delta s_1$. Затем для промежутка времени $\Delta t_3 < \Delta t_2$ определим среднюю скорость $v_{cp3} = \Delta s_3 / \Delta t_3$ на участке

Δs_3 и т.д. (участки траектории мы выбираем так, что точка **C** всегда находится внутри рассматриваемого участка).

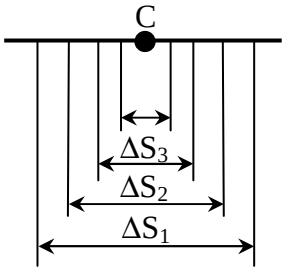


Рис.2.4

Очевидно, что чем меньше промежуток времени Δt, тем меньше длина участка Δs, проходимого телом, и тем меньше значение средней скорости $v_{cp} = \Delta s/\Delta t$ отличается от значения мгновенной скорости в точке **C**. Если промежуток времени Δt стремится к нулю, длина участка пути Δs бесконечно уменьшается, а значение средней скорости v_{cp} на этом участке стремится к значению мгновенной скорости в точке **C**. Следовательно, мгновенная скорость v есть предел, к которому стремится средняя скорость тела v_{cp}, когда промежуток времени движения тела стремится к нулю:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0}(\Delta s/\Delta t)\,. \qquad (2.10)$$

Из курса математики известно, что предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последний стремится к нулю (если этот предел существует), представляет собой первую производную этой функции по данному аргументу. Поэтому формулу (2.10) запишем в виде

$$V = (ds/dt) = s'. \qquad (2.11)$$

где символы d/dt или штрих справа вверху у функции обозначают производную этой функции. Следовательно, мгновенная скорость есть первая производная пути по времени.

Если аналитический вид зависимости пути от времени известен, с помощью правил дифференцирования можно определить мгновенную скорость в любой момент времени.

В векторной форме $\vec{v} = (d\,\vec{s}/dt) = \dot{s}$.

2.5. Равноускоренное прямолинейное движение. Ускорение.

Прямолинейное движение, при котором скорость тела за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, называют равноускоренным прямолинейным движением.

Быстроту изменения скорости характеризуют величиной, обозначаемой $\vec{a}$ и называемой ускорением.

Ускорением называют векторную величину, равную отношению изменения скорости тела $v - v_0$ к промежутку времени t, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{a} = (\vec{v} - \vec{v}_0)/t\,. \qquad (2.12)$$

Здесь $\vec{v}_0$ – начальная скорость тела, т. е. его мгновенная скорость в момент начала отсчета времени; $\vec{v}$ – мгновенная скорость тела в рассматриваемый момент времени.

Из формулы (2.12) и определения равноускоренного движения следует, что в таком движении ускорение не изменяется. Следовательно, прямолинейное равноускоренное

движение есть движение с постоянным ускорением $(a = const)$. В прямолинейном равноускоренном движении векторы $\vec{v}_0$, $\vec{v}$ и $\vec{a}$ направлены по одной прямой. Поэтому модули их проекций на эту прямую равны модулям самих этих векторов, и формулу (2.12) можно записать в виде:

$$a = (v - v_0)/t. \qquad (2.13)$$

Из формулы (2.13) устанавливается единица ускорения.

В СИ единицей ускорения является 1 м/с^2 (метр на секунду в квадрате).

1 м/с^2 – это ускорение такого равноускоренного движения, при котором за каждую секунду скорость тела увеличивается на 1 м/с.

2.6.Формулы мгновенной и средней скоростей равноускоренного движения.

Из (2.13) следует, что $v = v_0 + at$.

По этой формуле определяют мгновенную скорость v тела в равноускоренном движении, если его начальная скорость v_0 и ускорение a известны. Для прямолинейного равноускоренного движения эту формулу можно записать в виде

$$V = v_0 + at. \qquad (2.14)$$

Если $v_0 = 0$, то:

$$V = at. \qquad (2.15)$$

Получим выражение для средней скорости прямолинейного равноускоренного движения. Из формулы (2.14) видно, что $V_0 = v_0$ при $t = 0$, $V_1 = v_0 + a$ при $t = 1$, $V_2 = v_0 + 2a$ при $t = 2$ и т. д. Следовательно, в равноускоренном движении значения мгновенной скорости, которые тело имеет через равные промежутки времени, образуют такой ряд чисел, в котором каждое из них (начиная со второго) получается путем прибавления к предшествующему постоянного числа a. Это значит, что рассматриваемые значения мгновенной скорости образуют арифметическую прогрессию. Следовательно, средняя скорость прямолинейного равноускоренного движения может быть определена по формуле:

$$V_{cp} = (v_0 + v)/2, \qquad (2.16)$$

где v_0 – начальная скорость тела; v – скорость тела в данный момент времени.

2.7. Уравнение равноускоренного прямолинейного движения.

Найдем кинематический закон прямолинейного равноускоренного движения. Для этого используем формулы (2.9), (2.14) и (2.16). Из них следует, что $s = v_{cp}t = (v_0 + v)t/2$, следовательно,

$$s = v_0 t + at^2/2. \qquad (2.17)$$

Если начальная скорость тела равна нулю ($v_0 = 0$), то

$$s = at^2/2. \qquad (2.18)$$

По формулам (2.17) – (2.18) определяют путь, пройденный телом в равноускоренном прямолинейном движении (модуль перемещения тела, не изменяющего направления своего движения). Для случая, когда тело движется по оси Ox из точки с

координатой x_0, из формулы (2.17) получаем уравнение, выражающее зависимость координаты этого тела от времени. Поскольку $x = x_0 + s_x$, а $s_x = v_{0x}t + a_x t^2/2$, имеем

$$x = x_0 + v_{0x}t + a_x t^2/2. \qquad (2.19)$$

Формула (2.19) есть уравнение прямолинейного равноускоренного движения (кинематический закон этого движения).

Следует помнить, что в формуле (2.19) v_{0x} и a_x могут быть как положительными, так и отрицательными, так как это проекции векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ на ось Ox.

2.8. Связь перемещения тела с его скоростью.

Установим связь модуля перемещения s тела, совершающего равноускоренное прямолинейное движение, с его скоростью. Из формулы (2.13) находим, что $t = (v - v_0)/a$. Подставив это выражение и формулу (2.16) в формулу (2.10), получим $s = [(v_0 + v)/2]\cdot[(v - v_0)/a]$, следовательно,

$$s = \left(v^2 - v_0{}^2\right)/(2a) \text{ или } v^2 = v_0{}^2 + 2as. \qquad (2.20)$$

Если начальная скорость тела равна нулю ($v_0 = 0$), то $v^2 = 2as$.

2.9. Относительное движение. Сложение скоростей.

Как следует из определения механического движения, оно представляет собой изменение положения тела относительно других тел. Следовательно, понятие относительности движения входит уже в само определение понятия механического движения. Сущность относительности движения заключается в том, что описать какое-либо движение можно только сделав выбор тела, относительно которого данное движение будет рассматриваться, т. е. выбрав тело отсчета.

Как было отмечено, совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов образует систему отсчета. Движение одного и того же тела описывается по-разному относительно различных систем отсчета. Особенно сильно отличаются описания движения тел относительно разных систем отсчета в том случае, когда эти системы сами движутся друг относительно друга.

Чтобы выяснить, как определяют скорости тел, движущихся друг относительно друга, рассмотрим следующий опыт. Тележка **А** движется равномерно и прямолинейно по поверхности платформы **В**, с которой связана подвижная система координат $x'O'z'$, а сама платформа **В** в свою очередь движется равномерно и прямолинейно по горизонтальной поверхности **С**, с которой связана неподвижная система координат xOz (оси Oy и Oy' этих систем направлены перпендикулярно плоскости чертежа за чертеж).

В момент начала отсчета времени ($t = 0$) левый край тележки **А** и начала этих систем координат (точки O и O') находятся на одной вертикали. Через промежуток времени t движущиеся тела занимают положения, изображенные на рис.1.5.б. Как видно из рисунка, за указанный промежуток времени перемещение тележки **А** относительно подвижной системы отсчета (платформы **В**) равно s'. Скорость тележки **А** относительно подвижной системы отсчета равна $v' = s'/t$. За это же время перемещение подвижной системы отсчета (платформа **В**) относительно неподвижной системы отсчета (поверхности **С**) равно s_0. Скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы $u = s_0/t$.

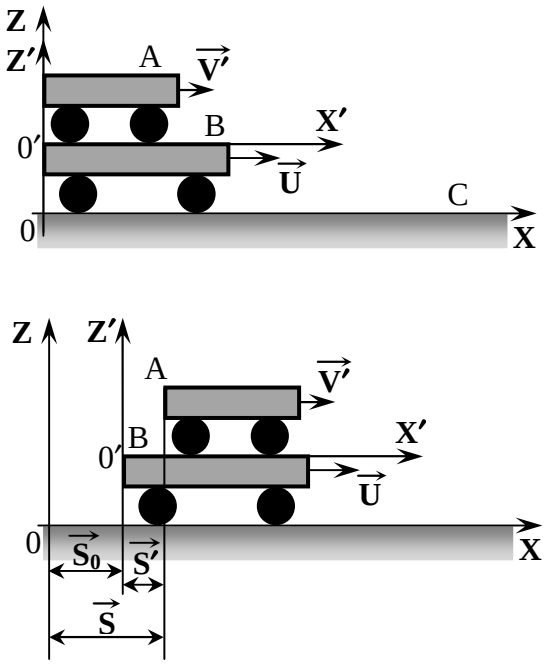


Рис.2.5

За промежуток времени t перемещение тележки **А** относительно неподвижной системы отсчета (поверхности **С**) равно $s = s' + s_0$, а скорость тележки относительно неподвижной системы отсчета $v = s/t = s'/t + s_0/t$, т.е.

$$V = v' + u. \qquad (2.21)$$

Формула (2.21.) выражает классический закон сложения скоростей:

Скорость движения тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости этого тела относительно подвижной системы отсчета и скорости самой подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы.

Классический закон сложения скоростей справедлив только при нерелятивистском движении тел и систем отсчета, т. е. таком движении, при котором скорость тела v и скорость системы отсчета и много меньше скорости света в вакууме ***c***. Классический закон сложения скоростей является предельным случаем релятивистского закона сложения скоростей.

2.10. Свободное падение тел. Ускорение свободного падения.

Свободным падением называют падение тел в безвоздушном пространстве (вакууме) из состояния покоя (т. е. без начальной скорости) под действием притяжения Земли.

Падение тел является свободным лишь в том случае, когда на падающее тело действует только сила тяжести. Падение тел в воздухе можно приближенно считать свободным лишь при условии, что сопротивление воздуха мало и им можно пренебречь.

Свободное падение тел впервые исследовал Галилей, который установил, что свободно падающие тела движутся равноускоренно с одинаковым для всех тел ускорением. Это наглядно видно из следующего опыта. Поместим в длинную стеклянную трубку (один конец которой запаян, а в другом находится кран для изолирования объема трубки после откачки воздуха) три разных по массе предмета, например дробинку, пробку и птичье перышко. Если быстро перевернуть трубку, то на ее дно сначала упадет дробинка, потом пробка, а затем перышко. Происходит это потому, что в трубке есть

воздух, создающий разное сопротивление движению этих тел. Если воздух из трубки откачать, то все три тела падают одновременно. Следовательно, в вакууме все тела независимо от их масс падают с одинаковым ускорением.

Более строго убедиться в том, что свободное падение тел есть движение равноускоренное, и одновременно измерить ускорение свободного падения можно на опыте с использованием метода стробоскопического освещения. Он состоит в том, что движущееся в темноте тело через очень маленькие, равные между собой промежутки времени фотографируют с помощью лампы-вспышки при постоянно открытом затворе фотоаппарата. В результате этого на фотопленке в моменты вспышек (т. е. через равные промежутки времени) получаются изображения последовательных положений движущегося тела. Зная масштаб изображения и промежуток времени между вспышками света, можно, измерив, расстояние между изображениями тела на пленке, установить, что пути, проходимые телом с момента начала движения, пропорциональны квадрату времени движения. Это значит, что свободное падение тела является равноускоренным движением. Из этих же измерений можно вычислить и ускорение свободного падения, которое обозначают буквой $\boldsymbol{g}$.

Экспериментально установлено, что ускорение свободного падения не зависит от массы падающего тела, но зависит от географической широты q местности и высоты h подъема над земной поверхностью. При этом зависимость $\boldsymbol{g}$ от q двоякая.

Во-первых, Земля – не шар, а эллипсоид вращения, т. е. радиус Земли на полюсе меньше радиуса Земли на экваторе. Поэтому сила тяжести и вызываемое ею ускорение свободного падения на полюсе больше, чем на экваторе ($\boldsymbol{g}$ **= 9,832 м/с^2** на полюсе и g = **9,780 м/с^2** на экваторе).

Во-вторых, Земля вращается вокруг своей оси и это влияет на ускорение свободного падения, приводя к его зависимости от географической широты местности. Зависимость ускорения свободного падения от радиуса Земли и высоты тела над Землей непосредственно вытекает из формулы закона всемирного тяготения. Независимость этого ускорения от массы падающего тела следует из второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения.

Установлено, что на географической широте **45°**, у поверхности Земли ускорение свободного падения равно **9,80665 м/с^2** (округленно **9,81 м/с^2**). Для расчетов, не требующих большой точности, значение ускорения свободного падения во всех точках поверхности Земли принято считать одинаковым и равным **9,8 м/с^2**.

2.11.Формулы, описывающие свободное падение.

Поскольку свободное падение представляет собой равноускоренное движение без начальной скорости, к нему применимы все формулы, выведенные для такого вида движения. Заменив в этих формулах обозначения s на h и a на g, получим:

$$v = gt; \quad h = gt^2/2; \quad v^2 = 2gh, \tag{2.22}$$

где v – мгновенная скорость тела; t – время падения; h – высота, с которой падает тело.

2.12. Равномерное движение по окружности. Центростремительное ускорение.

Движение, происходящее по криволинейной траектории, называют криволинейным.

Частным случаем криволинейного движения является движение по окружности.

Мгновенная скорость тела в каждой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории. Следовательно, в криволинейном движении направление скорости тела непрерывно изменяется. Поскольку скорость – величина векторная,

изменение направления скорости даже при неизменном модуле скорости означает, что скорость изменяется, т. е. тело движется с ускорением. Следовательно, любое криволинейное движение, и в том числе движение по окружности, является движением ускоренным.

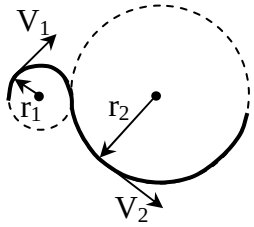


Рис.2.6

Криволинейное движение происходит только в том случае, когда вектор ускорения в любой точке траектории составляет с вектором скорости угол, не равный нулю или π.

Движение по любой криволинейной траектории можно приближенно представить как движение по дугам окружностей различных радиусов (рис.2.6). Поэтому задача определения ускорения тела при произвольном криволинейном движении сводится к нахождению ускорения при движении тела по окружности соответствующего радиуса.

Рассмотрим движение тела (материальной точки) по окружности (рис. 2.7). Положение тела на окружности задается радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из ее центра. Модуль радиус-вектора $\vec{r}$ равен радиусу $\vec{r}$ этой окружности.

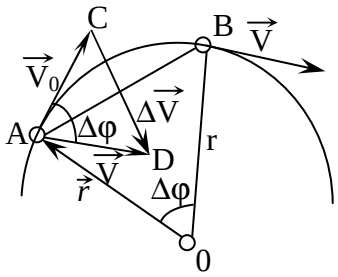


Рис.2.7

Пусть в момент начала отсчета времени ($t = 0$) тело находилось в точке **A**, а за промежуток времени t, двигаясь по дуге окружности |**AB**| = *s*, переместилось в точку **B**. При этом радиус-вектор $\vec{r}$ повернулся на угол $\Delta\varphi$ (углы обычно выражают в радианах).

Радиан (сокращенно **рад**) – это угол между двумя радиусами круга, вырезающими на окружности дугу, длина которой равна радиусу.

Скорость тела, направленную по касательной к окружности, называют линейной.

Вектор линейной скорости в точке **A** равен v_0, а в точке B равен v.

Если за любые равные промежутки времени радиус-вектор тела поворачивается на одинаковые углы, а линейная скорость тела по модулю не изменяется (т. е. если $|v_0| = |v|$), движение тела по окружности называют равномерным (не следует забывать, что равномерное движение по окружности происходит с ускорением, так как скорость тела непрерывно меняется по направлению). Определим направление и модуль ускорения, при котором материальная точка движется по окружности. Для этого сделаем добавочное построение на рис. 2.7 и проведем расчет.

Соединим точки **A** и **B** хордой **AB**. Перенесем вектор скорости v из точки **B** (параллельно его направлению) в точку **A** и соединим отрезком **CD** точки **C** и **D**. Это направленный отрезок **CD** согласно правилу сложения векторов есть векторная разность

векторов v и v_0, т.е. приращение Δv вектора v_0. Следовательно, $\Delta v = v - v_0$. А по модулю $|\Delta v|$ = |**CD**|, т. е. равен длине отрезка |CD|.

Как известно, ускорение a есть векторная величина, определяемая по формуле:

$$a = (v - v_0)/t = \Delta v/t. \qquad (2.23)$$

Очевидно, что направление вектора ускорения **a** при движении тела по окружности определяется направлением вектора Δv. Установим это направление. Из рис. 2.7 видно, что, так как $|v| = |v_0|$, то треугольник ACD равнобедренный, т.е. $\angle A = \angle ADC$. Видно также, что $\angle CAD = \angle AOB$ как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно, $\angle CAD = \Delta\varphi$, т. е. равен углу поворота подвижного радиуса.

Будем стремить промежуток времени t к нулю. Тогда точка **B** начнет приближаться к точке **A**, а угол $\Delta\varphi$ должен стремиться к нулю. Поскольку сумма углов в треугольнике равна π, это значит, что каждый из равных между собой углов при его основании (т. е. и $\angle ACD$, и $\angle ADC$) стремится к $\pi/2$.

Следовательно, при $t = 0$ (т.е. в точке **A**) вектор приращения скорости $\Delta\varphi$ направлен по радиусу к центру окружности. Поэтому и ускорение a направлено по радиусу к центру окружности.

Очевидно, что вместо точки **A** начальной точкой движения (при $t = 0$) может являться любая точка окружности. Следовательно, при равномерном движении тела по окружности вектор ускорения в любой точке траектории направлен перпендикулярно вектору скорости по радиусу к центру окружности. Поэтому ускорение тела в криволинейном движении называют **центростремительным**. Согласно формуле (2.23), модуль центростремительного ускорения

$$a = \Delta v/t. \qquad (2.24)$$

Поскольку **DACD~DAOB**, имеем: $|\mathbf{CD}|/|\mathbf{AD}| = |\mathbf{AB}|/|\mathbf{AO}|$.

При $t \sim 0$ длина дуги **AB** мало отличается от длины хорды **AB**, поэтому можно считать, что:

$$|\mathbf{AB}| = vt. \qquad (2.25)$$

Так как |**CD**| = Δv; |**AD**| = v; |**AO**| = r формула (2.24) с учетом (2.25) приводится к виду $\Delta v/v = vt/r$, откуда получаем:

$$\Delta v/t = v^2/r. \qquad (2.26)$$

Подставив (2.23) в (2.24), находим, что $a_ц = v^2/r$, т. е.

модуль центростремительного ускорения равен отношению квадрата линейной скорости тела к радиусу окружности, по которой движется тело.

2.13. Угловая скорость. Период и частота обращения.

Для описания движения материальной точки по окружности кроме линейной скорости введено понятие угловой скорости.

Угловой скоростью w называют величину, равную отношению угла поворота $\Delta\varphi$ радиуса-вектора точки, движущейся по окружности к промежутку времени Δt, в течение которого произошел этот поворот:

$$w = \Delta\varphi/\Delta t. \qquad (2.27)$$

Для равномерно движущейся по окружности точки:

$$w = \varphi / t \,. \qquad (2.28)$$

Единица угловой скорости устанавливается из формулы (2.28).

В СИ за единицу угловой скорости принята скорость такого равномерного движения точки по окружности, при котором радиус-вектор этой точки в течение **1с** поворачивается на угол **1 рад**. Эту единицу угловой скорости обозначают **1 рад/с** и называют радиан в секунду.

При равномерном движении тела по окружности угловая скорость есть величина постоянная $w = const$).

Промежуток времени, в течение которого материальная точка, двигаясь по окружности, совершает один полный оборот, называют периодом обращения.

Период обращения обозначают буквой ***T*** и выражают в секундах.

Величину ***n***, обратную периоду обращения и равную числу оборотов, совершаемых телом за единичное время, называют частотой обращения:

$$n = 1/T \,. \qquad (2.29)$$

Если $t = T$, угол поворота подвижного радиуса точки равен $\varphi = 2\pi$. Тогда из (2.28) и (2.29) следует, что:

$$V = 2\pi / T = 2\pi\, n \,. \qquad (2.30)$$

Для точки, равномерно движущейся по окружности радиуса r, линейная скорость

$$V = s/t \,, \qquad (2.31)$$

где s – путь, пройденный телом по дуге окружности за промежуток времени t. Угол поворота φ выражают в радианах, поэтому $\varphi = s/r$ и

$$s = r\varphi \,. \qquad (2.32)$$

Подставив (2.32) в (2.31), получим, согласно формуле (2.28),

$$V = wr \,. \qquad (2.33)$$

Формула (2.33) выражает связь между линейной и угловой скоростями равномерного движения по окружности.

Используя формулы (2.30) и (2.33), можно записать формулу (2.26) в виде:

$$a_ц = v^2 / r \,. \qquad (2.34)$$

Кинематический закон равномерного движения по окружности: из формулы (2.28) следует, что $\varphi = vt$**.**

Так как при равномерном движении тела по окружности $v = const$, то из последней формулы для любого момента времени можно найти угол поворота радиус-вектора, устанавливающего положение точки на окружности. Следовательно, с помощью формулы $\varphi = vt$ можно в любой момент времени найти положение материальной точки, равномерно движущейся по окружности. Это значит, что данная формула выражает собой кинематический закон такого движения (является уравнением этого движения).

Задачи к теме 2

Пример решения:

Поезд проходит первые 10 км со средней скоростью 30 км/ч, вторые 10 км – со средней скоростью 40 км/ч, третьи 10 км – со средней скоростью 60 км/ч. Какова была средняя скорость поезда на всем 30-километровом отрезке пути?

Решение:

Дано:	СИ
$s_1 = s_2 = s_3 = 10$ км	10^4 м
$v_{1ср} = 30$ км/ч	8,33 м/с
$v_{2ср} = 40$ км/ч	11,11 м/с
$v_{3ср} = 60$ км/ч	16,67 м/с
$v_{ср}$ – ?	

$$v_{ср} = s/t$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3$$

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = s_1/v_{1ср} + s_2/v_{2ср} + s_3/v_{3ср}$$

$$v_{ср} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{s_1/v_{1ср} + s_2/v_{2ср} + s_3/v_{3ср}}$$

$$v_{ср} = \frac{10^4 + 10^4 + 10^4}{10^4/8{,}33 + 10^4/11{,}11 + 10^4/16{,}67}$$

$$= \frac{3 \cdot 10^4}{(0{,}12 + 0{,}09 + 0{,}06) \cdot 10^4} =$$

$$= 11{,}11 \text{ м/с}$$

Задачи для самостоятельного решения:

2.1. Мотоциклист проехал первую половину времени своего движения со скоростью v_1 = 56 км/час, вторую половину – со скоростью v_2 = 84км/час. Определите среднюю скорость движения мотоциклиста в м/с.

2.2. Турист половину пути проехал на автомобиле со скоростью v_1 = 76 км/час. Затем половину оставшегося времени он ехал на велосипеде со скоростью v_2 = 18 км/час, а потом до конца пути шел пешком со скоростью v_3 = 6 км/час. Определите среднюю скорость туриста на всем пути.

2.3. Велосипедист проехал первую половину пути со скоростью v_1 = 16 км/час, вторую половину пути со скоростью v_2 = 12км/час. Определите среднюю скорость движения велосипедиста в м/с.

2.4. Катер шел вниз по реке со скоростью v_1 = 60 км/час, а вверх – со скоростью v_2 = 50 км/час. Определите собственную скорость катера и скорость течения реки.

2.5. Определите относительную скорость движения двух тел, приближающихся друг к другу. Скорость каждого из них равна 50м/с. Результат представить в км/час.

2.6. Перпендикулярно течению реки переправляется лодка. Скорость лодки $v_л$ = 1,4 м/с, скорость течения $v_т$ = 0,7 м/с, ширина реки – 308 м. Найдите время, за которое лодка пересечет реку. На какое расстояние снесет лодку по течению?

2.7. Скорость движения эскалатора на станции метро – $v_э$ = 0,8 м/с. Угол наклона лестницы $\alpha = 30^o$, а время, которое затрачено на подъем вверх по эскалатору, равно 150с. Определите вертикальную и горизонтальную составляющие скорости, а также глубину тоннеля метро.

2.8. Движение материальной точки, перемещающейся по прямой линии, задано уравнением $s = 4t^3+2t+5$. В интервале времени от 1с до 3с найти мгновенные скорости и ускорения в начале и конце интервала.

2.9. Материальная точка движется по прямой линии. Уравнение ее движения $s = t^4+2t^2+15$. Определите мгновенную скорость и ускорение в конце второй секунды от начала движения, а также путь, пройденный точкой за две секунды с начала движения и среднюю скорость за это время.

2.10. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x=2 + t - 0,5t^3$. Найдите смещение точки, ее скорость и ускорение в момент времени t = 2с.

2.11. В течение времени τ скорость тела задается уравнением $v = A+Bt+Ct^2$ (A = 15; B = 10 м/с; C = 3 м/с^2; $0\leq t \geq\tau$). Определите среднюю скорость за промежуток времени τ.

2.12. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задается уравнением $S = A-Bt+Ct^2-Dt^3$ (A = 6м; B = 3м/с; C = 2м/с^2; D = 1м/с^3). Определите среднюю скорость, и среднее ускорение тела в интервале времени от t_1= 1с до t_2 = 4с.

2.13. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид: $x_1 = A_1t+B_1t_2+C_1t_3$ и $x_2= A_2t+B_2t_2+C_2t_3$, где B_1= 4м/с^2; C_1= -3м/с^3; B_2=-2м/с^2; C_2=1м/с^3. Определите момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

2.14. Уравнения движения двух материальных точек имеют вид: $x_1=A_1+B_1+C_1t^2$; $x_2=A_2+B_2+C_2t^2$, где $B_1=B_2$; C_1=-2м/с^2; C_2=1м/с^2. Определите момент времени, для которого скорости этих точек будут равны и ускорения точек для этого момента.

2.15. Зависимость пути, пройденного телом от времени имеет вид $s=At-Bt^2+Ct^3$, где A=2м/с; B=3м/с^2; C=4м/с^3. Определите пройденный путь, скорость и ускорение тела для момента времени t=2с после начала его движения.

2.16. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $r = t^3i+3t^2j$, где i и j – орты осей x и y. Определите модуль скорости, и модуль ускорения точки для момента времени t=1с.

2.17. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $r = 4t^2i+3tj+2k$. Определите скорость, ускорение и модуль скорости точки в момент времени t=2с.

2.18. Тело движется равноускоренно с начальной скоростью v_0. Определите ускорение тела, если за промежуток времени t=2с оно прошло путь S=24м, а его скорость увеличилась в три раза.

2.19. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10с достигает значения – 5м/с^2. Определите скорость точки и пройденный ею путь в конце десятой секунды.

Тема 3

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Инертность и масса тела. Единица массы. Сила. Второй закон Ньютона. Импульс силы. Импульс массы. Третий закон Ньютона. Деформация. Виды деформаций. Закон Гука. Модуль Юнга. Энергия упруго деформированного тела. Силы трения. Классификация основных видов трения. Трение покоя. Виды кинематического трения. Силы сопротивления движению тел в жидкостях и газах. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Поле тяготения. Работа сил тяготения. Сила тяжести. Вес тела. Невесомость и перегрузки. Законы Кеплера. Космические скорости. Центр масс.

3.1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

Динамикой называют раздел механики, в котором изучают различные виды механических движений с учетом взаимодействия тел между собой.

Тщательные опыты по изучению движения впервые были проведены Галилеем в начале XVII века. В результате им был выведен следующий основной закон:

Если на тело не действуют никакие другие тела, то тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения.

Основы динамики составляют три закона Ньютона, являющиеся результатом обобщения наблюдений и опытов в области механических явлений, которые были известны еще до Ньютона и осуществлены самим Ньютоном.

Законы динамики Ньютона (иначе называемой *классической динамикой*) имеют ограниченную область применимости. Они справедливы для макроскопических тел, движущихся со скоростями, много меньшими, чем скорость света в вакууме.

Проведем наблюдения за поведением различных тел относительно Земли, выбрав неподвижную систему отсчета, связанную с поверхностью Земли. Мы обнаружим, что *скорость любого тела изменяется только под действием других тел.*

Например, пусть тело стоит на неподвижной тележке. Толкнем тележку – и тело опрокинется против движения. Если же, наоборот, резко остановить двигающуюся тележку с телом, оно опрокинется по направлению движения. Очевидно, что если бы трение между тележкой и телом отсутствовало, то тело не опрокинулось бы. В первом случае произошло бы следующее: так как скорость стоящего тела равна нулю, а скорость тележки стала увеличиваться, тележка выскользнула бы из-под неподвижного тела вперед. Во втором случае при торможении тележки стоящее на ней тело сохранило бы свою скорость движения и соскользнуло вперед с остановившейся тележки.

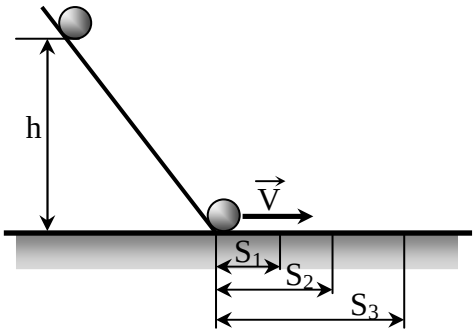


Рис.3.1

Другой пример. Металлический шарик скатывается по наклонному желобу на горизонтальную плоскость с одной и той же высоты h (рис.3.1), следовательно, его скорость в точке, в которой он начинает горизонтальное движение, всегда одинакова. Пусть вначале горизонтальная поверхность посыпана песком. Шарик пройдет небольшое расстояние S_1 и остановится. Заменим песчаную поверхность гладкой доской. Шарик

пройдет до остановки уже значительно большее расстояние S_2. Заменим доску льдом. Шарик будет катиться очень долго и пройдет до остановки расстояние $S_3 >> S_2$. Эта последовательность опытов показывает, что если уменьшать влияние окружающей среды на движущееся тело, его горизонтальное движение относительно Земли неограниченно приближается к равномерному и прямолинейному. (При движении тела по горизонтальной поверхности притяжение этого тела Землей компенсируется упругостью опоры – доски, льда и т. д.)

О том, что телу свойственно сохранять не любое движение, а именно прямолинейное, свидетельствует, например, следующий опыт (рис.3.2).

Шарик, двигавшийся прямолинейно по плоской горизонтальной поверхности, сталкиваясь с преградой, имеющей криволинейную форму, под действием этой преграды вынужден двигаться по дуге. Однако когда шарик доходит до края преграды, он перестает двигаться криволинейно и вновь начинает двигаться по прямой.

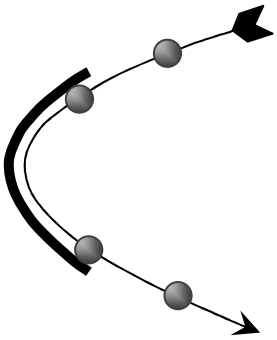


Рис.3.2

Обобщая результаты упомянутых (и аналогичных им) наблюдений, можно сделать вывод:

- если на данное тело не действуют другие тела или их действия взаимно компенсируются, это тело покоится или же скорость его движения остается неизменной относительно системы отсчета, неподвижно связанной с поверхностью Земли.

- Явление сохранения телом состояния покоя или прямолинейного равномерного движения при отсутствии или компенсации внешних воздействий на это тело называют инерцией.

К выводу о существовании явления инерции впервые пришел Галилей, а затем Ньютон. Этот вывод формулируется в виде **первого закона Ньютона** (**закона инерции**):

- существуют такие системы отсчета, относительно которых тело (материальная точка) при отсутствии на него внешних воздействий (или при их взаимной компенсации) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называют *инерциальными*. Следовательно, инерциальными являются такие системы отсчета, относительно которых материальная точка при отсутствии на нее внешних воздействий или их взаимной компенсации покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Наблюдения показывают, что с очень высокой степенью точности можно считать инерциальной системой отсчета *гелиоцентрическую систему*, у которой начало координат связано с Солнцем, а оси направлены на определенные «неподвижные» звезды. Системы отсчета, жестко связанные с поверхностью Земли, строго говоря, не являются инерциальными, так как Земля движется по орбите вокруг Солнца и при этом вращается вокруг своей оси. Однако при описании движений, не имеющих глобального (т.е. всемирного) масштаба, системы отсчета, связанные с Землей, можно с достаточной

точностью считать инерциальными. Инерциальными являются и системы отсчета, которые движутся равномерно и прямолинейно относительно какой-либо инерциальной системы отсчета (см. далее). Галилей установил, что

никакими механическими опытами, поставленными внутри инерциальной системы отсчета, невозможно установить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно.

Это утверждение носит название **принципа относительности Галилея** или механического принципа относительности. Этот принцип был впоследствии развит А. Эйнштейном и является одним из постулатов специальной теории относительности.

Инерциальные системы отсчета играют в физике исключительно важную роль, так как, согласно **принципу относительности Эйнштейна**

математическое выражение любого закона физики имеет одинаковый вид в каждой инерциальной системе отсчета.

В дальнейшем мы будем пользоваться только инерциальными системами (не упоминая об этом каждый раз).

Системы отсчета, в которых первый закон Ньютона не выполняется, называют *неинерциальными*. К таким системам относится любая система отсчета, движущаяся с ускорением относительно инерциальной системы отсчета.

3.2. Инертность и масса тела. Единица массы.

Свойство тела сохранять свою скорость неизменной, т. е. сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии внешних воздействий на это тело или их взаимной компенсации, называется его *инертностью*. Инертность тел приводит к тому, что мгновенно изменить скорость тела невозможно – действие на него другого тела должно длиться определенное время. Чем инертнее тело, тем меньше изменяется его скорость за данное время, т. е. тем меньшее ускорение получает это тело.

Количественную меру инертности тела называют его массой. Чем более инертно тело, тем больше его масса.

Наблюдения показывают, что для любых двух взаимодействующих между собой тел независимо от способа их взаимодействия отношение модулей ускорений, полученных телами в результате этого взаимодействия, всегда получается одинаковым. Следовательно, это отношение зависит от инертных свойств взаимодействующих тел, т. е. от их масс.

Как отмечалось выше, чем больше масса тела, тем меньшее ускорение получает данное тело при взаимодействии тел между собой. Поэтому можно предположить, что отношение модулей ускорений, получаемых телами при взаимодействии между собой, равно величине, обратной отношению масс этих тел, т. е.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \qquad (3.1)$$

(В дальнейшем мы увидим, что это предположение справедливо). Из (3.1) следует, что $m_2 = m_1 a_1 / a_2$. Последняя формула дает способ измерения масс тел. Из нее видно, что, для того чтобы суметь определить массу какого-либо тела, прежде всего необходимо выбрать тело, массу которого $m_э$, следует принять за единицу массы. Такое тело называют эталоном. Тогда масса произвольного тела

$$m = m_э a_э / a. \qquad (3.2)$$

где $a_э$ – ускорение эталона; a – ускорение данного тела. В 1899 г. за единицу массы был принят 1 кг (килограмм).

Килограмм – это масса, равная массе международного прототипа килограмма. Эталон, имеющий массу 1 кг (прототип килограмма), представляет собой отлитое из сплава платины и иридия цилиндрическое тело, у которого образующая цилиндра равна его диаметру (39 мм).

Этот эталон хранится во Франции, в международном бюро мер и весов, а во всех странах, принявших метрическую конвенцию, имеются копии этого эталона, изготовленные с высокой точностью. (В России эталон килограмма – платино-иридиевая гиря, имеющая форму прямого цилиндра высотой 39 мм и диаметром 39 мм, хранится в Ленинграде, во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д. И. Менделеева.)

При обычных расчетах можно с достаточной точностью считать, что массой 1 кг обладает 1 литр (т. е. 1 дм^3) химически чистой воды при 4°С.

Установление единицы массы – килограмма – позволило упорядочить вопрос изготовления гирь, т. е. тел с известной массой, используемых для определения массы других тел. Массу гирь стали устанавливать, сверяя их с массой эталона. Масса любой гири равна либо массе эталона (т. е. 1 кг), либо составляет кратную или дольную величину от массы эталона.

Из формулы (3.2) видно, что, для того чтобы измерить массу какого-либо тела, кроме массы эталона необходимо знать отношение ускорений взаимодействующих тел, т. е. величину $a_э/a$. Очевидно, для измерения массы тела вовсе не обязательно заставлять это тело двигаться и сталкивать его с эталоном массы, определяя затем ускорения тела и эталона. Существует другой, более удобный способ определения массы – взвешивание тел на рычажных весах.

Пусть два тела лежат на чашках равноплечих весов и каждое из них, притягиваясь к Земле, стремится повернуть коромысло весов вокруг оси вращения. Известно, что ускорение свободного падения тел любой массы одинаково. Поэтому в формуле (3.2) $a_э = a = g$, т. е. $a_э/a = 1$. Следовательно, если весы находятся в равновесии, масса тела равна массе эталона. В повседневных измерениях вместо эталона массы используют гири. Уравновешивание данного тела на весах гирями позволяет определить массу этого тела.

Для выражения связи массы тела с его объемом введено понятие плотности.

Плотностью ρ вещества называют величину, равную отношению массы тела к его объему, т. е $\rho = m/V$.

Масса тела, являющаяся характеристикой его инерционных и гравитационных свойств, представляет собой величину, зависящую только от самого тела и не зависящую от того, в каких именно взаимодействиях с другими телами это тело участвует. Однако масса зависит от скорости движения тела. Эта зависимость обнаруживается только при движениях со скоростями, сравнимыми со скоростью света. Поэтому в физике различают два качественно различных случая движения.

Движение, происходящее со скоростью v, много меньшей скорости света c в вакууме ($v << c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с), называют *нерелятивистским*.

При нерелятивистском движении масса тела практически не зависит от его скорости, т. е. можно считать, что в таком движении $m = const$.

Движение, происходящее со скоростью, сравнимой со скоростью света в вакууме $v \approx c$), называют *релятивистским*.

3.3. Сила. Второй закон Ньютона.

Известно, что изменение скорости тела, т. е. появление ускорения, всегда происходит под действием на данное тело окружающих его тел. Для характеристики этих действий введено понятие силы.

Силой называют векторную величину, характеризующую такое действие на данное тело других тел (или полей), которое может вызвать ускорение и деформацию тела (здесь мы имеем в виду произвольное твердое тело, а не материальную точку).

Если на данное тело действует только одна сила, она обязательно вызывает и ускорение, и деформацию тела. Если же на тело одновременно действуют несколько сил, то возможен и случай их компенсации (уравновешивания) и тело может не получать ускорения.

Поскольку сила способна вызывать и ускорение и деформацию тел, оба эти действия могут быть использованы для измерения силы и установления единицы ее измерения.

Динамометры и пружинные весы служат для измерения силы по производимой ею деформации. Использовав соотношение, существующее между силой, массой и ускорением, которое было впервые установлено Ньютоном и получило название второго закона Ньютона, можно определить силу по вызываемому ею ускорению. Наблюдения показывают, что если действовать одной и той же силой (например, силой упругости растянутой пружины) на тела различной массы, то модули ускорений, получаемых телами под действием этой силы, окажутся обратно пропорциональными массами этих тел, т. е.

$$a_1/a_2 = m_2/m_1 .$$

(Данная формула совпадает с формулой (3.1), следовательно, сделанное нами тогда предположение полностью подтверждается.) Из наблюдений следует также, что если на одно и то же тело поочередно действовать различными силами, то модули ускорений, получаемых телом под действием этих сил, окажутся пропорциональными модулям этих сил, т.е: $a_1/a_2 = F_1/F_2$.

Из последних двух формул видно, что $a = F/m$, следовательно, $F = ma$, или в векторной форме

$$\vec{F} = m\vec{a} . \qquad (3.3)$$

Формула (3.3) выражает **второй закон Ньютона**, который формулируют так:

сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на ускорение, сообщаемое этому телу силой.

В виде (3.3) второй закон Ньютона справедлив для нерелятивистского движения материальных точек и нерелятивистского поступательного движения твердых тел. Одновременное действие на тело нескольких сил эквивалентно действию одной силы (равнодействующей), которая равна векторной сумме данных сил: $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$.

Существует **принцип независимости действия сил**, согласно которому:

если на тело действуют одновременно несколько сил, действие каждой из них можно рассматривать независимо от остальных.

Единицу силы устанавливают из формулы (3.3.).

За единицу силы в СИ принята такая сила, которая телу массой **1 кг** сообщает ускорение **1 м/с^2**. Эту единицу силы обозначают **1 Н** и называют *ньютоном*:

1Н=1кг·1м/с^2=1кг·м·с$^{-2}$.

3.4. Импульс силы. Импульс массы.

Из формулы (3.3.), выражающей второй закон Ньютона, следует, что если на тело действует неизменная по модулю и направлению сила, движение тела является равноускоренным. Ускорение тела определяют по формуле: $\vec{a} = (\vec{v} - \vec{v}_0)/t$.

Следовательно, второй закон Ньютона можно записать в виде: $\vec{F} = m(\vec{v} - \vec{v}_0)/t$ или

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \qquad (3.4)$$

Векторную величину $\vec{F}t$, равную произведению силы на время ее действия, называют *импульсом силы*.

Векторную величину $\vec{p} = m\vec{v}$, равную произведению массы тела на его скорость, называют *импульсом тела*.

Таким образом, формулу (3.4) можно записать в виде:

$$Ft = p - p_0 = \Delta p.$$

где Δp – изменение импульса тела. Обозначив Δt промежуток времени, в течение которого действует сила, приведем эту формулу к виду

$$F = \Delta p/\Delta t. \qquad (3.5)$$

Из (3.5) следует, что изменение импульса тела за единичное время пропорционально силе, действующей на тело, и совпадает с ней по направлению. Если $\Delta t \to 0$, то:

$$F = \lim_{\Delta t \to 0}(\Delta p/\Delta t) = dp/dt = p'. \qquad (3.6)$$

Формула (3.6) является самым общим видом записи второго закона Ньютона для движения материальных точек и поступательного движения твердых тел. Она справедлива и для нерелятивистского, и для релятивистского движений. Второй закон Ньютона, как и первый закон, выполняется только в инерциальных системах отсчета.

3.5. Третий закон Ньютона.

Во всех случаях, когда какое-либо тело действует на другое, имеет место не одностороннее действие, а взаимодействие тел. Силы такого взаимодействия между телами имеют одинаковую природу, появляются и исчезают одновременно. При взаимодействии двух тел оба тела получают ускорения, направленные по одной прямой в противоположные стороны. Так как $a_1/a_2 = m_2/m_1$, то $m_1a_1 = m_2a_2$, или в векторном виде

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \qquad (3.7)$$

Согласно второму закону Ньютона, $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1$ и $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2$. Тогда из формулы (3.7) следует, что:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \qquad (3.8)$$

Равенство (3.8) выражает **третий закон Ньютона**.

Третий закон связывает между собой силы, с которыми тела действуют друг на друга, а именно:

силы, с которыми тела действуют друг на друга, всегда равны по величине и противоположны по направлению.

При этом необходимо обратить внимание на следующее:

- ✓ силы всегда возникают парами. Если есть одна, то есть и другая, ей противоположная.
- ✓ силы приложены к различным телам и не имеют равнодействующей.

Каждая из сил взаимодействия приложена к тому телу, на которое она действует, т. е. эти силы приложены к разным телам. Следовательно, силы взаимодействия между телами не могут уравновесить (скомпенсировать) друг друга.

Приведем примеры, иллюстрирующие третий закон Ньютона. Возьмем в руки два одинаковых динамометра, сцепим их крюками и будем тянуть в разные стороны (рис.3.3).

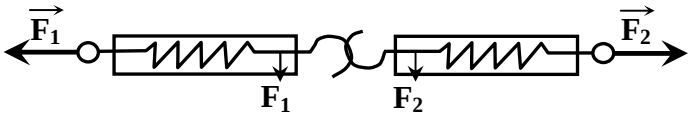


Рис.3.3

Оба динамометра покажут одинаковые по модулю силы натяжения, т. е. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Поставим на горизонтальную поверхность две одинаковые тележки и с помощью двух одинаковых динамометров прикрепим их к вертикальным стойкам. На одну тележку положим кусок железа, а на другую – магнит. Мы увидим, что обе тележки сдвинутся навстречу друг другу и оба динамометра покажут одинаковые силы взаимодействия, т. е. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Следовательно, с какой силой магнит притягивает кусок железа, с такой же силой и железо притягивает к себе магнит.

Приведенные примеры показывают, что третий закон Ньютона выполняется как в случае взаимодействия тел при непосредственном контакте, так и при взаимодействии посредством поля. Третий закон Ньютона, так же как и первый и второй законы динамики, выполняется только в инерциальных системах отсчета.

3.6. Деформация. Виды деформаций.

Деформацией называют изменение формы, размеров или объема тела. Деформация может быть вызвана действием на тело приложенных к нему внешних сил.

Деформации, полностью исчезающие после прекращения действия на тело внешних сил, называют *упругими*, а деформации, сохраняющиеся и после того, как внешние силы перестали действовать на тело, – *пластическими*.

Различают *деформации растяжения* или *сжатия* (одностороннего или всестороннего), *изгиба*, *кручения* и *сдвига*.

При деформациях твердого тела его частицы (атомы, молекулы, ионы), находящиеся в узлах кристаллической решетки, смещаются из своих положений равновесия. Этому смещению противодействуют силы взаимодействия между частицами твердого тела, удерживающие эти частицы на определенном расстоянии друг от друга. Поэтому при любом виде упругой деформации в теле возникают внутренние силы, препятствующие его деформации.

Силы, возникающие в теле при его упругой деформации и направленные против направления смещения частиц тела, вызываемого деформацией, называют силами упругости.

Силы упругости действуют в любом сечении деформированного тела, а также в месте его контакта с телом, вызывающим деформации. В случае одностороннего растяжения или сжатия сила упругости направлена вдоль прямой, по которой действует внешняя сила, вызывающая деформацию тела, противоположно направлению этой силы и перпендикулярно поверхности тела. Природа упругих сил электрическая.

Мы рассмотрим случай возникновения сил упругости при одностороннем растяжении и сжатии твердого тела.

3.7. Закон Гука. Модуль Юнга.

Связь между силой упругости и упругой деформацией тела (при малых деформациях) была экспериментально установлена современником Ньютона английским физиком Гуком. Математическое выражение закона Гука для деформации одностороннего растяжения (сжатия) имеет вид

$$f = -kx. \qquad (3.9)$$

где f – сила упругости; x – удлинение (деформация) тела; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров и материала тела, называемый жесткостью. Единица жесткости в СИ – ньютон на метр (**Н/м**).

Закон Гука для одностороннего растяжения (сжатия) формулируют так:

сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению этого тела.

Рассмотрим опыт, иллюстрирующий закон Гука. Пусть ось симметрии цилиндрической пружины совпадает с прямой Ax (рис.3.4,а).

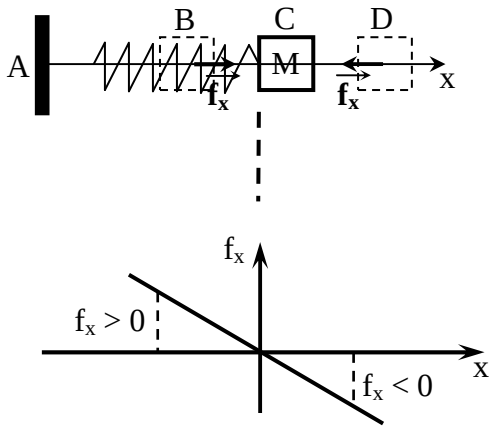


Рис.3.4 а-б

Один конец пружины закреплен в опоре в точке **А**, а второй свободен и к нему прикреплено тело **М**. Когда пружина не деформирована, ее свободный конец находится в точке **С**. Эту точку примет за начало отсчета координаты x, определяющей положение свободного конца пружины.

Растянем пружину так, чтобы ее свободный конец находился в точке **D**, координата которой $x > 0$: в этой точке пружина действует на тело **М** упругой силой

$$f_x = -kx < 0.$$

Сожмем теперь пружину так, чтобы ее свободный конец находился в точке **В**, координата которой $x < 0$. В этой точке пружина действует на тело **М** упругой силой

$$f_x = -kx > 0.$$

Из рисунка видно, что проекция силы упругости пружины на ось Ax всегда имеет знак, противоположный знаку координаты x, так как сила упругости направлена всегда к положению равновесия **С**. На рис.3.4,б изображен график закона Гука. На оси абсцисс откладывают значения удлинения x пружины, а на оси ординат – значения силы упругости. Зависимость f_x от x линейная, поэтому график представляет собой прямую, проходящую через начало координат.

Рассмотрим еще один опыт. Пусть один конец тонкой стальной проволоки закреплен на кронштейне, а к другому концу подвешен груз, вес которого является внешней растягивающей силой $\vec{F}$, действующей на проволоку перпендикулярно ее поперечному сечению (рис. 3.5).

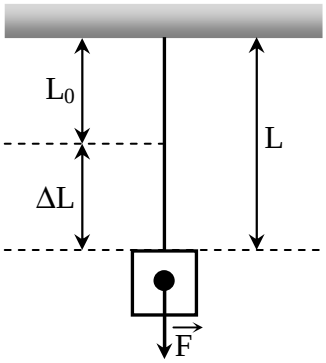


Рис.3.5

Действие этой силы на проволоку зависит не только от модуля силы $\vec{F}$, но и от площади поперечного сечения проволоки S.

Под действием приложенной к ней внешней силы проволока деформируется, растягивается. При не слишком большом растяжении эта деформация является упругой. В упруго деформированной проволоке возникает сила упругости $f_{\text{уп}}$. Согласно третьему закону Ньютона, сила упругости равна по модулю и противоположна по направлению внешней силе, действующей на тело, т. е.

$$f_{\text{уп}} = -F. \qquad (3.10)$$

Состояние упруго деформированного тела характеризуют величиной σ, называемой *нормальным механическим напряжением* (или, для краткости, просто *нормальным напряжением*).

Нормальное напряжение σ равно отношению модуля силы упругости к площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = f_{\text{уп}}/S. \qquad (3.11)$$

Пусть первоначальная длина нерастянутой проволоки составляла L_0. После приложения силы F проволока растянулась, и ее длина стала равной L.

Величину $\Delta L = L - L_0$ называют *абсолютным удлинением проволоки*.

Величину:

$$\varepsilon = \Delta L/L_0 \qquad (3.12)$$

называют *относительным удлинением тела*.

Для деформации растяжения $\varepsilon > 0$, для деформации сжатия $\varepsilon < 0$.

Наблюдения показывают, что при небольших деформациях нормальное напряжение σ пропорционально относительному удлинению ε:

$$\sigma = E|\varepsilon|. \qquad (3.13)$$

Формула (3.13) является одним из видов записи закона Гука для одностороннего растяжения (сжатия). В этой формуле относительное удлинение взято по модулю, так как оно может быть и положительным и отрицательным.

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется модулем продольной упругости (*модулем Юнга*).

Установим физический смысл модуля Юнга.

Как видно из формулы (3.12.), $\varepsilon = 1$ и $L = 2L_0$ при $\Delta L = L_0$. Из формулы (3.13) следует, что в этом случае $\sigma = E$. Следовательно,

модуль Юнга численно равен такому нормальному напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в 2 раза (если бы для такой большой деформации выполнялся закон Гука).

Из формулы (3.13.) видно также, что в СИ модуль Юнга выражают в Паскалях:

(1 Па = 1 Н/м^2).

Используя формулу (3.13), по экспериментальным значениям относительного удлинения ε можно вычислить соответствующие им значения нормального напряжения σ, возникающего в деформированном теле, и построить график зависимости σ от ε. Этот график называют *диаграммой растяжения*. Подобный график для металлического образца изображен на рис.3.6.

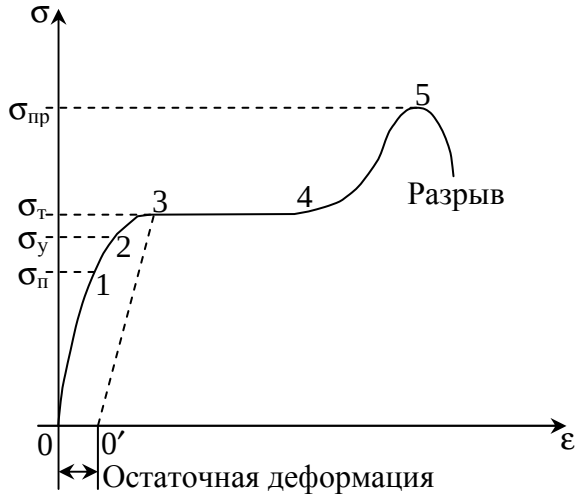


Рис.3.6

На участке 0-1 график имеет вид прямой, проходящей через начало координат. Это значит, что до определенного значения напряжения деформация является упругой и выполняется закон Гука, т. е. нормальное напряжение пропорционально относительному удлинению. Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_п$, при котором еще выполняется закон Гука, называют *пределом пропорциональности*.

При дальнейшем увеличении нагрузки зависимость напряжения от относительного удлинения становится нелинейной (участок 1-2), хотя упругие свойства тела еще сохраняются. Максимальное значение $\sigma_у$ нормального напряжения, при котором еще не возникает остаточная деформация, называют *пределом упругости*. (Предел упругости лишь на сотые доли процента превышает предел пропорциональности.) Увеличение нагрузки выше предела упругости (участок 2-3) приводит к тому, что деформация становится остаточной.

Затем образец начинает удлиняться практически при постоянном напряжении (участок 3-4 графика). Это явление называют текучестью материала. Нормальное напряжение $\sigma_т$, при котором остаточная деформация достигает заданного значения, называют *пределом текучести*.

При напряжениях, превышающих предел текучести, упругие свойства тела в известной мере восстанавливаются, и оно вновь начинает сопротивляться деформации (участок 4-5 графика). Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_{пр}$, при превышении которого происходит разрыв образца, называют *пределом прочности*.

3.8. Энергия упруго деформированного тела.

Подставив в формулу (3.13.) значения σ и ε из формул (3.11) и (3.12), получим:

$$f_{\text{уп}}/S = E|\Delta L|/L_0 ,$$

откуда следует, что сила упругости $f_{\text{уп}}$, возникающая при деформации тела, определяется по формуле

$$f_{\text{уп}} = ES \cdot |\Delta L|/L_0 . \qquad (3.14)$$

Определим работу $A_{\text{деф}}$, совершаемую при деформации тела, и потенциальную энергию W упруго деформированного тела. Согласно закону сохранения энергии,

$$W = A_{\text{деф}} . \qquad (3.15)$$

Как видно из формулы (3.14), модуль силы упругости может изменяться. Он возрастает пропорционально деформации тела. Поэтому для подсчета работы деформации необходимо брать среднее значение силы упругости $< f_{\text{уп}} >$, равное половине от ее максимального значения:

$$< f_{\text{уп}} >= ES \cdot |\Delta L|/2L_0 . \qquad (3.16)$$

Тогда определяемая по формуле $A_{\text{деф}} =< f_{\text{уп}} > |\Delta L|$ работа деформации

$$A_{\text{деф}} = ES|\Delta L|^2/2L_0 .$$

Подставив это выражение в формулу (3.15), найдем значение потенциальной энергии упруго деформированного тела:

$$W = ES|\Delta L|^2/2L_0 . \qquad (3.17)$$

Для упруго деформированной пружины $ES/L_0 = k$ – жесткость пружины; x – удлинение пружины. Поэтому формула (3.17) может быть записана в виде

$$W = kx^2/2 . \qquad (3.18)$$

Формула (3.18) определяет потенциальную энергию упруго деформированной пружины.

3.9. Силы трения. Классификация основных видов трения.

При соприкосновении движущихся (или приходящих в движение) тел с другими телами, а также с частицами вещества окружающей среды возникают силы, препятствующие такому движению. Эти силы называют *силами трения*. Действие сил трения всегда сопровождается превращением механической энергии во внутреннюю и вызывает нагревание тел и окружающей их среды.

Существует *внешнее* и *внутреннее трение* (иначе называемое *вязкостью*).

Внешним называют такой вид трения, при котором в местах соприкосновения твердых тел возникают силы, затрудняющие взаимное перемещение тел и направленные по касательной к их поверхностям.

Внутренним трением (вязкостью) называется вид трения, состоящий в том, что при взаимном перемещении. слоев жидкости или газа между ними возникают касательные силы, препятствующие такому перемещению.

Внешнее трение подразделяют на *трение покоя* (*статическое трение*) и *кинематическое трение*. Трение покоя возникает между неподвижными твердыми телами, когда какое-либо из них пытаются сдвинуть с места. Кинематическое трение существует между взаимно соприкасающимися движущимися твердыми телами. Кинематическое трение, в свою очередь, подразделяется на *трение скольжения* и *трение качения*.

В жизни человека силы трения играют важную роль. В одних случаях он их использует, а в других борется с ними. Силы трения имеют электромагнитную природу.

3.10. Трение покоя.

Наблюдения показывают, что

сила трения покоя всегда направлена противоположно действующей на тело внешней силе, стремящейся привести это тело в движение.

До определенного момента сила трения покоя увеличивается с возрастанием внешней силы, уравновешивая последнюю. Максимальное значение силы трения покоя пропорционально модулю силы $F_д$ давления, производимого телом на опору.

По третьему закону Ньютона сила $F_д$ давления тела на опору равна по модулю силе N реакции опоры. Поэтому максимальная сила трения покоя пропорциональна силе реакции опоры. Для модулей этих сил справедливо следующее соотношение:

$$F_п = f_п N, \qquad (3.19)$$

где $f_п$ – безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом трения покоя*. Значение этого коэффициента зависит от материала и состояния трущихся поверхностей.

Определить значение коэффициента трения покоя можно следующим образом. Пусть тело (плоский брусок) лежит на наклонной плоскости **АВ** (рис.3.7).

На него действуют три силы: сила тяжести F, сила трения покоя $F_п$ и сила реакции опоры N. Нормальная составляющая $F_п$ силы тяжести представляет собой силу давления $F_д$, производимого телом на опору, т.е:

$$F_н = F_д. \qquad (3.20)$$

Тангенциальная составляющая $F_т$ силы тяжести представляет собой силу, стремящуюся сдвинуть тело вниз по наклонной плоскости.

При малых углах наклона α сила $F_т$ уравновешивается силой трения покоя $F_п$ и тело на наклонной плоскости покоится (сила N реакции опоры по третьему закону Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе $F_д$, т. е. уравновешивает ее).

Будем увеличивать угол наклона α до тех пор, пока тело не начнет скользить вниз по наклонной плоскости. В этот момент:

$$F_т = F_{п\,max}. \qquad (3.21)$$

Подставив в формулу (3.19) выражения (3.20) и (3.21), получим:

$$f_п = F_т / F_п. \qquad (3.22)$$

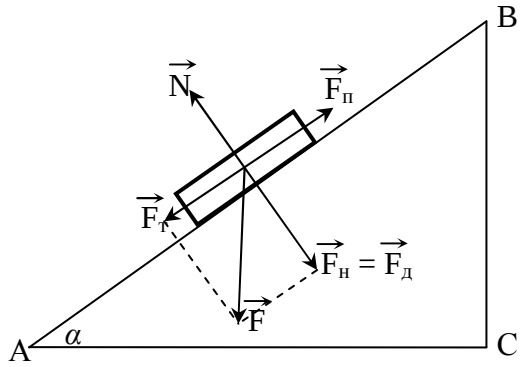


Рис.3.7

Из рис.3.7 видно, что:

$$F_{т} = F\sin\alpha = mg\sin\alpha; \qquad F_{н} = F\cos\alpha = mg\cos\alpha.$$

Подставив эти значения $F_{т}$ и $F_{н}$ в формулу (3.22), получим:

$$f_{п} = \sin\alpha/\cos\alpha = \mathrm{tg}\alpha. \tag{3.23}$$

Измерив угол α, при котором начинается скольжение тела, можно по формуле (3.23) вычислить значение коэффициента трения покоя $f_{п}$.

3.11. Виды кинематического трения.

Трение скольжения возникает при скольжении одного твердого тела по поверхности другого. Закон для трения скольжения имеет вид

$$F_{с} = f_{с}N, \tag{3.24}$$

где $F_{с}$ – модуль силы трения скольжения; $f_{с}$ – безразмерный коэффициент трения скольжения; N – модуль силы реакции опоры. Значение $f_{с}$ зависит от того, из каких веществ изготовлены трущиеся поверхности и от качества их обработки. Если сделать поверхности более гладкими, значение $f_{с}$ уменьшится. Однако уменьшать шероховатость поверхностей можно лишь до определенного предела, так как при очень гладких (например, полированных) поверхностях значение $f_{с}$ вновь увеличивается. Происходит это потому, что молекулы тел с гладкими поверхностями близко подходят друг к другу и силы молекулярного притяжения между ними вызывают «прилипание» тел, препятствующее их скольжению. Трение качения возникает при качении (без скольжения) твердых тел круглой формы по поверхности других твердых тел.

Причина появления трения качения заключается в следующем. Под действием силы тяжести круглое твердое тело (например, шар или колесо), находящееся на плоской поверхности, деформируется, вследствие чего оно опирается не на одну точку, а на площадку больших или меньших размеров. Это приводит к тому, что, когда тело начинает катиться, точка **А** приложения реакции опоры смещается немного вперед от вертикали, проходящей через центр тяжести тела, а линия действия силы реакции опоры $\vec{R}$ отклоняется немного назад от этой вертикали (рис.3.8).

При этом нормальная составляющая $R_{н} = N$ реакции опоры компенсирует силу тяжести F (т.е. $R_{н} = -F$), а не скомпенсированная тангенциальная составляющая $R_{т}$ реакции опоры направлена против движения тела и играет роль силы трения качения $F_{к}$. Модуль силы трения качения $F_{к}$ определяют по закону:

$$F_{к} = f_{к}N/r, \tag{3.25}$$

где $f_к$ – безразмерный коэффициент трения качения; $N = R_н$ – модуль нормальной составляющей силы реакции опоры; r – радиус катящегося тела.

Если мы сравним между собой коэффициенты всех видов внешнего трения для каких-либо двух материалов, из которых изготовлены соприкасающиеся тела, то увидим, что $f_п > f_с > f_к$, т.е. при прочих равных условиях

наибольшим является трение покоя, а наименьшим – трение качения.

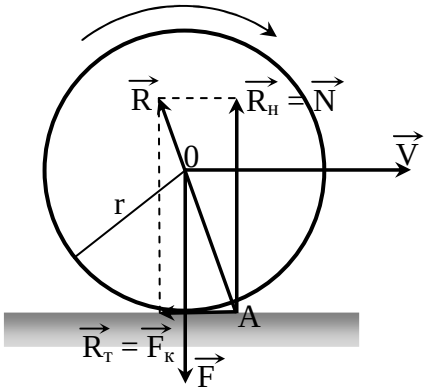


Рис.3.8

С целью уменьшения внешнего трения между соприкасающимися поверхностями твердых тел вводят смазку, т. е. вязкую жидкость, которая прилипает к твердым телам и образует между их поверхностями слой большей или меньшей толщины. При этом трение возникает уже не между твердыми телами, а между слоями смазки, что и приводит к значительному уменьшению силы трения. Внешнее трение называют *сухим*, если смазка вообще отсутствует, гидродинамическим, если слой смазки толстый, граничным, если слой смазки очень тонкий.

3.12. Силы сопротивления движению тел в жидкостях и газах.

Сила сопротивления движению возникает и при движении твердых тел в жидкостях и газах. В данном случае трение покоя вообще отсутствует, так как в жидкости или в газе сколь угодно малая сила может вывести тело из состояния покоя, сообщив ему ускорение.

Сила сопротивления, возникающая в жидкости или газе, всегда направлена против движения тела, по касательной к его поверхности и зависит от скорости движения тела. При небольших скоростях движения сила сопротивления $F_с$ пропорциональна скорости, а при больших скоростях – $F_с$ пропорциональна квадрату скорости.

В газах, из-за их малой плотности, тело может развить большую скорость, поэтому сила сопротивления $F_с = -k_1 v$. В жидкостях плотность вещества велика, тело не может развить большую скорость, а потому $F_с = -k_2 v$. В последних формулах коэффициенты пропорциональности k_1 и k_2 зависят от рода жидкости или газа и их температуры.

Наблюдения показывают, что сила сопротивления движению в жидкостях или газах в значительной степени зависит также от формы движущегося тела. Геометрическую форму тела, при которой сила сопротивления движению со стороны среды мала, принято называть *обтекаемой*.

3.13. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения.

В 1687 г. Ньютон установил один из фундаментальных законов механики, получивший название **закона всемирного тяготения**:

любые две материальные частицы притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Эту силу называют *силой тяготения* (или *гравитационной силой*).

Если взаимодействующие между собой тела можно считать материальными точками или же если они имеют правильную сферическую форму, то формула закона всемирного тяготения имеет вид:

$$F = Gm_1m_2 / r^2 , \qquad (3.26)$$

где F – модуль силы тяготения; m_1 и m_2 – массы материальных точек; r – расстояние между ними; G – коэффициент пропорциональности, называемый *постоянной всемирного тяготения* или *гравитационной постоянной*.

Силы, с которыми тела взаимно притягиваются по закону всемирного тяготения, являются *центральными*, т. е. они направлены вдоль прямой, соединяющей центры взаимодействующих тел.

Из (3.26) при $m_1 = m_2 = m$ имеем:

$$G = Fr^2 / m^2 . \qquad (3.27)$$

Из этой формулы видно, что

гравитационная постоянная численно равна силе взаимного тяготения двух материальных точек, имеющих массы, равные единице массы, и находящихся друг от друга на расстоянии, равном единице длины.

Численное значение гравитационной постоянной устанавливают экспериментально. Впервые это сделал английский ученый Кавендиш с помощью крутильного динамометра (крутильных весов).

В СИ гравитационная постоянная имеет значение: $G = \mathbf{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ (Н \cdot м^2)/кг^2}$.

Следовательно, две материальные точки массой 1 кг каждая, находящиеся друг от друга на расстоянии 1м, взаимно притягиваются гравитационной силой, равной $\mathbf{6{,}67 \cdot 10^{-11}}$ **Н**.

3.14. Поле тяготения. Работа сил тяготения.

Изучая притяжение тел по закону всемирного тяготения, мы встречаемся с гравитационным взаимодействием между телами. Это взаимодействие является одним из видов фундаментальных взаимодействий, существующих в природе. Оно осуществляется на расстоянии без непосредственного контакта между взаимодействующими телами.

Согласно представлениям материалистической науки, любое взаимодействие тел на расстоянии осуществляется посредством материальной среды, называемой *полем* (и поле, и вещество являются формами существования материи).

Гравитационное взаимодействие между телами, описываемое законом всемирного тяготения, осуществляется посредством гравитационного поля (поля тяготения). В каждой точке поля тяготения на помещенное туда тело действует сила тяготения, пропорциональная массе этого тела. Сила тяготения не зависит от среды, в которой находятся тела.

Поле тяготения обладает специфическим *свойством*, состоящим в том, что при переносе тела массой m из одной точки поля тяготения в другую работа силы тяготения не зависит от траектории движения тела, а зависит только от положения в этом поле начальной и конечной точек перемещения тела. Силы, обладающие подобным свойством, называют консервативными, а поле таких сил – потенциальным. Следовательно, поле тяготения является потенциальным полем, а сила тяготения – консервативной силой.

Расчет показывает, что работа силы тяготения ***A*** в поле тяготения Земли определяется по формуле:

$$A = GMm(1/r_1 - 1/r_2), \qquad (3.28)$$

где m – масса тела; M – масса Земли; r_1 и r_2 – расстояния от центра Земли до начальной и конечной точек перемещения тела.

3.15. Сила тяжести.

Силу, с которой тело притягивается к Земле под действием поля тяготения Земли, называют *силой тяжести.*

По закону всемирного тяготения на поверхности Земли (или вблизи этой поверхности) на тело массой m действует сила тяжести

$$F_т = GMm/R^2, \qquad (3.29)$$

где M – масса Земли; R – радиус Земли.

Если на тело действует только сила тяжести, а все другие силы взаимно уравновешены, тело совершает свободное падение. Согласно второму закону Ньютона и формуле (3.29) модуль ускорения свободного падения g находят по формуле:

$$g = F_т/m = GM/R^2. \qquad (3.30)$$

Из формулы (3.30) следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы m падающего тела, т.е. для всех тел в данном месте Земли оно одинаково. Из формулы (3.30) следует, что $F_т = mg$. В векторном виде:

$$\vec{F}_т = m\vec{g}. \qquad (3.31)$$

Поскольку Земля не шар, а эллипсоид вращения, ее полярный радиус меньше экваториального. Из формулы (3.29) видно, что по этой причине сила тяжести и вызываемое ею ускорение свободного падения на полюсе больше, чем на экваторе.

Сила тяжести действует на все тела, находящиеся в поле тяготения Земли, однако не все тела падают на Землю. Это объясняется тем, что движению многих тел препятствуют другие тела, например опоры, нити подвеса и т. п. Тела, ограничивающие движение других тел, называют *связями.* Под действием силы тяжести связи деформируются и сила реакции деформированной связи по третьему закону Ньютона уравновешивает силу тяжести.

На ускорение свободного падения влияет вращение Земли. Это влияние объясняется так. Системы отсчета, связанные с поверхностью Земли (кроме двух, связанных с полюсами Земли), не являются, строго говоря, инерциальными системами отсчета – Земля вращается вокруг своей оси, а вместе с ней движутся по окружностям с центростремительным ускорением и такие системы отсчета. Эта неинерциальность систем отсчета проявляется, в частности, в том, что значение ускорения свободного падения оказывается различным в разных местах Земли и зависит от географической широты того места, где находится связанная с Землей система отсчета, относительно которой определяется ускорение свободного падения.

Измерения, проведенные на разных широтах, показали, что численные значения ускорения свободного падения мало отличаются друг от друга. Поэтому при не очень точных расчетах можно пренебречь неинерциальностью систем отсчета, связанных с поверхностью Земли, а также отличием формы Земли от сферической, и считать, что ускорение свободного падения в любом месте Земли одинаково и равно **9,8 м/с^2**.

Из закона всемирного тяготения следует, что сила тяжести и вызываемое ею ускорение свободного падения уменьшаются при увеличении расстояния от Земли. На

высоте h от поверхности Земли модуль ускорения свободного падения определяют по формуле:

$$g = GM/(R+h)^2 . \qquad (3.32)$$

Установлено, что на высоте 300 км над поверхностью Земли ускорение свободного падения меньше, чем у поверхности Земли, на 1 м/с^2.

Следовательно, вблизи Земли (до высот нескольких километров) сила тяжести практически не изменяется, а потому свободное падение тел вблизи Земли является движением равноускоренным.

3.16. Вес тела. Невесомость и перегрузки.

Силу, с которой вследствие притяжения к Земле тело действует на свою опору или подвес, называют *весом тела.* В отличие от силы тяжести, являющейся гравитационной силой, приложенной к телу, вес – это упругая сила, приложенная к опоре или подвесу (т.е. к связи).

Наблюдения показывают, что вес тела P, определяемый на пружинных весах, равен действующей на тело силе тяжести $F_т$ только в том случае, если весы с телом относительно Земли покоятся или движутся равномерно и прямолинейно.

В этом случае: $P = F_т = mg$.

Если же тело движется ускоренно, то его вес зависит от значения этого ускорения и от его направления относительно направления ускорения свободного падения.

Когда тело подвешено на пружинных весах, на него действуют две силы: сила тяжести $F_т = mg$ и сила упругости $F_{уп}$ пружины. Если при этом тело движется по вертикали вверх или вниз относительно направления ускорения свободного падения, значит векторная сумма сил $F_т$ и $F_{уп}$ дает равнодействующую, вызывающую ускорение тела, т. е.

$$F_т + F_{уп} = ma . \qquad (3.33)$$

Согласно приведенному выше определению понятия «вес», можно написать, что $P = -F_{уп}$. Из (3.33) с учетом того, что $F_т = mg$, следует, что $mg - ma = -F_{уп}$. Следовательно, $P = m(g-a)$.

Силы $F_т$ и $F_{уп}$ направлены по одной вертикальной прямой. Поэтому если ускорение тела a направлено вниз (т.е. совпадает по направлению с ускорением свободного падения g), то по модулю:

$$P = m(g-a). \qquad (3.34)$$

Если же ускорение тела направлено вверх (т. е. противоположно направлению ускорения свободного падения), то:

$$P = m[g-(-a)] = m(g+a).$$

Следовательно, вес тела, ускорение которого совпадает по направлению с ускорением свободного падения, меньше веса покоящегося тела, а вес тела, ускорение которого противоположно направлению ускорения свободного падения, больше веса покоящегося тела. Увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением, называют *перегрузкой.*

При свободном падении $a = g$. Из (3.34) следует, что в таком случае $P = 0$, т. е. вес отсутствует. Следовательно, если тела движутся только под действием силы тяжести (т. е. свободно падают), они находятся в состоянии *невесомости*. Характерным признаком этого состояния является отсутствие у свободно падающих тел деформаций и внутренних

напряжений, которые вызываются у покоящихся тел силой тяжести. Причина невесомости тел заключается в том, что сила тяжести сообщает свободно падающему телу и его опоре (или подвесу) одинаковые ускорения.

3.17. Законы Кеплера. Космические скорости.

Из курса астрономии известно, что планеты солнечной системы обращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, которые по форме близки к окружностям. Эти орбиты лежат почти в одной плоскости. Большинство планет солнечной системы имеют естественные спутники, а вокруг Земли кроме Луны обращается большое количество искусственных спутников.

Движение планет, их спутников и искусственных небесных тел подчиняется общим закономерностям. Законы движения планет были открыты в начале XVII в. немецким ученым Кеплером. Законы Кеплера формулируют так.

Первый закон: каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Второй закон: радиус-вектор планеты за одинаковые промежутки времени описывает равные площади.

Третий закон: квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их орбит.

На основе законов Кеплера, а также наблюдений за движением Луны Ньютон установил закон всемирного тяготения. Выяснилось, что под действием взаимного тяготения тела могут двигаться друг относительно Друга по эллипсу, параболе и гиперболе. Вид траектории (форма орбиты), по которой движется тело под действием силы тяготения, зависит от его скорости. В частности, при определенной скорости тело будет двигаться в поле тяготения другого тела по окружности.

Скорость, которую надо сообщить телу при запуске с какой-либо планеты, чтобы оно стало ее искусственным спутником и при этом двигалось по окружности, центр которой совпадает с центром данной планеты, называют первой космической. Для разных планет значения первой космической скорости различны. Определим первую космическую скорость для Земли.

На рис.3.9 схематически изображено движение искусственного спутника (ИС) по круговой орбите на высоте h над поверхностью Земли (R – радиус Земли, а v_1 – первая космическая скорость спутника).

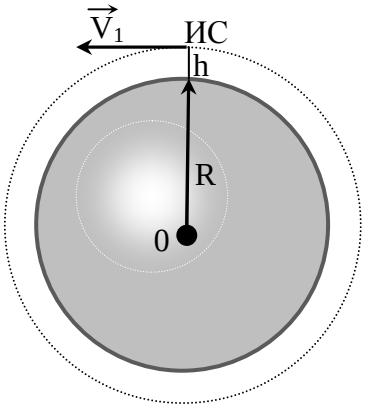


Рис.3.9

Поскольку спутник движется равномерно по окружности радиуса $r = R + h$, его центростремительное ускорение, вызываемое силой тяготения Земли, составляет:

$$a = v_1^{\,2} / r = v_1^{\,2} / (R + h). \qquad (3.35)$$

Модуль силы тяготения:

$$F_т = GMm/r^2 = GMm/(R+h)^2 , \qquad (3.36)$$

где m – масса спутника; M – масса Земли; G – гравитационная постоянная. Согласно второму закону Ньютона, $a = F/m$, следовательно,

$$a = GM/(R+h)^2 . \qquad (3.37)$$

Из (3.35) и (3.37) находим, что:

$$v_1 = \sqrt{GM/(r+h)} . \qquad (3.38)$$

По формуле (3.38) определяют значение первой космической скорости по высоте h над поверхностью Земли. Определим значение первой космической скорости у поверхности Земли ($h = 0$). Из (3.38) следует, что при $h = 0$:

$$v_1 = \sqrt{GM/r} . \qquad (3.39)$$

У поверхности Земли $g = GM/r^2$. В итоге получаем:

$$v_1 = \sqrt{gR} . \qquad (3.40)$$

Подставив значения величин g и R найдем, что у поверхности Земли первая космическая скорость v_1 **= 7,9 км/с**.

Итак, тело, скорость которого равна **7,9 км/с** и направлена горизонтально относительно поверхности Земли, становится искусственным спутником, движущимся по круговой орбите на небольшой высоте над Землей.

Скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно, преодолев притяжение планеты, превратилось в спутник Солнца, называют *второй космической*. Для Земли вторая космическая скорость v_2 **= 11,2 км/ч**.

При значении скорости, большем **7,9 км/с**, но меньшем **11,2 км/с**, орбита спутника Земли является эллиптической. Развив скорость **11,2 км/с**, тело начнет двигаться по параболе (рис.3.10) и больше не вернется к Земле.

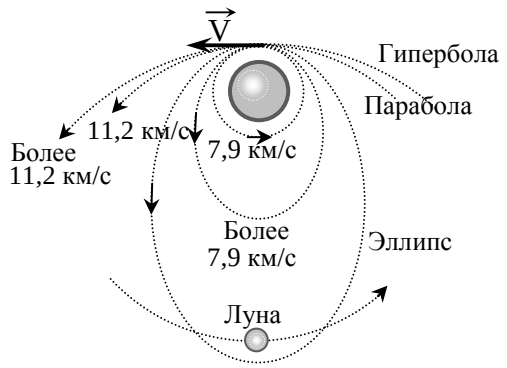


Рис.3.10

При скорости относительно Земли, большей чем **11,2 км/с**, тело движется по гиперболе. При определенном значении скорости тело может покинуть пределы солнечной системы.

Движение искусственных спутников Земли вокруг нее происходит под действием только одной силы – силы тяготения Земли. Эта сила сообщает самому спутнику и всем находящимся на нем телам (космонавтам, приборам и т.п.) одинаковое ускорение свободного падения. В таком случае тела не могут давить друг на друга или растягивать нити подвеса. Следовательно, все тела на спутниках находятся в состоянии невесомости.

3.18. Центр масс.

Выясним, при каких условиях тела движутся поступательно. Рассмотрим следующий опыт. На гладкой горизонтальной поверхности лежит тело, имеющее форму диска (рис.3.11). В точках **А** и **В** этого тела будем поочередно прикладывать одинаковые по модулю, но различные по направлению силы. Опыт показывает, что силы F_1, F_3, F_4 и F_6 вызывают поворот тела, а силы F_2 и F_5 вызывают поступательное движение тела. Следовательно,

через каждую точку тела можно провести лишь одну такую прямую, действуя вдоль которой сила вызывает поступательное движение тела.

Наблюдения показывают, что все эти прямые пересекаются в одной точке.

Точку пересечения линий действия сил, вызывающих поступательное движение тела, называют *центром масс* этого тела.

Такое название не случайно. Центр масс является точкой, характеризующей распределение масс в данном теле (или в механической системе). Положение центра масс зависит от того, как распределяется по объему тела его масса.

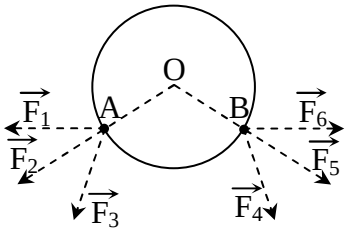


Рис.3.11

Центр масс не обязательно должен находиться в самом теле. Например, центр масс однородного кольца находится вне этого кольца в его геометрическом центре **О** (рис.3.12).

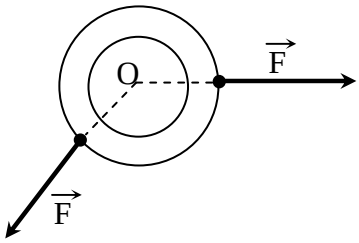


Рис.3.12

Если направление прямой, вдоль которой действует сила, не проходит через центр масс тела, эта сила вызывает поворот тела. Если тело движется поступательно под действием нескольких сил, значит, точка приложения *равнодействующей* этих сил находится в центре масс этого тела. При поступательном движении тела все его точки движутся с таким же ускорением, которое получает центр масс этого тела под действием равнодействующей внешних сил. Следовательно, для того чтобы описать поступательное движение тела, необходимо описать движение центра масс этого тела под действием равнодействующей внешних сил.

При движении тела (механической системы) его центр масс движется так же, как двигалось бы под действием равнодействующей внешних сил материальная точка, имеющая массу, равную массе тела (системы). Поэтому, когда мы считаем тело материальной точкой, то имеем в виду центр масс данного тела.

Центром тяжести твердого тела, находящегося в поле тяготения Земли, называют точку приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на каждую частицу этого тела. При свободном падении тела без вращения тело

движется поступательно под действием силы тяжести.

Как отмечалось выше, сила, вызывающая поступательное движение тела, приложена в центре масс этого тела. Следовательно,

центр тяжести твердого тела совпадает с его центром масс. Поэтому часто центр масс называют центром тяжести.

Однако между понятиями центра масс и центра тяжести есть отличие. Понятие центра тяжести справедливо только для твердого тела, находящегося в поле сил тяжести, а понятие центра масс не связано ни с каким силовым полем и справедливо для любого тела (механической системы).

Задачи к теме 3

Пример решения:

Тело свободно падает без начальной скорости с высоты 20 м. На какой высоте оно достигнет скорости, равной половине скорости в момент падения на землю?

Решение:

Дано:

h = 20 м $v_1 = v/2$	$v = gt = \sqrt{2gh}$
h_1 – ?	$h_1 = h - \frac{v_1^2}{2g} = h - \frac{v^2/4}{2g} = h - \frac{gh}{4g} = h - \frac{h}{4} = \frac{3}{4}h$

$$h_1 = \frac{3}{4} \times 20 \text{ м} = 15 \text{ м}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

3.1. Тело массой m = 2кг движется прямолинейно по закону: $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ (C = 2м/с^2; D = 0,4м/с^3). Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

3.2. Мяч подброшен с Земли вверх на высоту – 5м. Упав на Землю, он подскочил на высоту – 3,2м. Найти начальную скорость первого броска – v_o, скорость при ударе о Землю – v_1 и начальную скорость при отскакивании – v_2.

3.3. Какая должна быть приложена сила, чтобы ранее покоившееся тело массой 0,5 кг в течение 5с прошло путь 50м?

3.4. Камень массой m = 1кг при падении из состояния покоя с высоты h = 30 м, имел в конечный момент падения скорость 23 м/с. Чему равна сила сопротивления F_c воздуха?

3.5. Грузом, падающим с высоты h = 1,2м, забивают сваю, которая от удара уходит в землю на s = 2см. Масса груза M = 5*10^2 кг, масса сваи много меньше массы груза. Определить среднюю силу удара.

3.6. С горки высотой h = 2м и основанием b = 5м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтально путь l = 35м от основания горки. Найти коэффициент трения.

3.7. Стальной шарик массой m = 20г, падая с высоты h_1 = 1м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту h_2 = 81см. Найти импульс силы, действовавший на плиту за время удара.

3.8. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара - m_1 = 0,2кг, второго - m_1 = 100г. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту h = 4,5см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар упругий.

3.9. Тело массой 5кг поднимают с ускорением 2м/с^2. Определите работу силы в течение первых пяти секунд.

3.10. Тело массой 5кг падает с высоты 20м. Определите сумму потенциальной и кинетической энергий тела в точке, находящейся от поверхности Земли на высоте 5м.

3.11. Тело массой 70кг движется под действием постоянной силы 63Н. Определите, на каком расстоянии скорость этого тела увеличится в 3 раза по сравнению с моментом времени, когда скорость тела была равна 1,5м/с.

3.12. Два шара массами 3 и 2 килограмма соответственно, подвешены на нитях длиной 1м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол 60° и отпустили. Считая удар упругим, определите скорость второго шара после удара.

3.13. Два шара массами 9кг и 12кг подвешены на нитях длиной 1,5м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили от положения равновесия на угол 30° и отпустили. Считая удар неупругим, определите высоту, на которую поднимутся оба шара после удара.

3.14. С башни высотой 20м со скоростью 10м/с горизонтально брошен камень массой 0,4кг. Определите кинетическую и потенциальную энергии камня через 1с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

3.15. Ядро массой 5кг бросают под углом 60° к горизонту, совершая при этом работу 500Дж. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите, через какое время ядро упадет на Землю и на каком расстоянии по горизонтали.

3.16. Груз массой 700кг падает с высоты 5м для забивки сваи массой 300кг. Считая удар между грузом и сваей абсолютно неупругим, определите среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая входит в грунт на глубину 4см.

3.17. Шар массой 20г, движущийся горизонтально с некоторой скоростью, столкнулся с неподвижным шаром массой 40г. Считая шары абсолютно упругими, а удар прямым, центральным, определите какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму.

3.18. С башни в горизонтальном направлении брошен камень с начальной скоростью 40м/с. Определите скорость камня через 3с после начала движения и угол, который образует вектор скорости камня с плоскостью горизонта в этот момент.

3.19. Тело брошено под углом 45° к горизонту с начальной скоростью 20м/с. Определите максимальную высоту подъема и дальность полета тела.

3.20. Тело движется вниз по наклонной плоскости, и зависимость пройденного пути от времени задается уравнением $s = 2t+1,6t^2$. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Определите коэффициент трения тела о плоскость.

3.21. Тело массой 100кг поднимается по наклонной плоскости с углом у основания 20° под действием силы, равной 1000Н и направленной параллельно плоскости. Коэффициент трения тела о плоскость равен 0,1. Определите ускорение, с которым будет двигаться тело.

3.22. Металлический шарик массой 5г падает с высоты 1м на горизонтальную поверхность стола и, отразившись от нее, поднимается на высоту 0,8м. Определите среднюю силу удара шарика о поверхность, если соприкосновение шарика со столом длилось 0,01с.

Тема 4

Механические гармонические колебания. Сложение гармонических колебаний. Сложение перпендикулярных колебаний. Понятие о разложении колебаний в ряд Фурье. Свободные колебания. Затухающие колебания. Энергетические соотношения в колебательных процессах. Колебания математического и физического маятников. Уравнение вынужденных колебаний. Резонанс. Резонанс. Волны. Энергия волны. Упругие волны в твердом теле.

4.1. Механические гармонические колебания.

Колебаниями называются такие изменения какой-либо физической величины, когда эта величина через определенные промежутки времени принимает одни и те же значения.

Любое колебание может быть охарактеризовано такими параметрами:

1. амплитудой колебаний, т.е. величиной наибольшего отклонения от положения равновесия,
2. периодом колебаний, т.е. временем одного полного колебания; величина, обратная периоду называется частотой;
3. законом изменения колеблющейся величины со временем; гармоническое колебание происходит по закону синуса или косинуса;
4. фазой колебаний, характеризующей состояние колебаний в любой момент времени.

Гармоническое колебание может быть представлено в трех видах: графическом, аналитическом и векторном.

Графическое представление колебаний изображено на рис.4.1. Аналитическое представление гармонических колебаний не менее известно:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi), \qquad (4.1)$$

где φ – начальная фаза колебаний, а весь аргумент синуса $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебания, A – амплитуда колебаний, а $\omega = 2\pi/T$ – угловая частота колебаний (T – период колебаний).

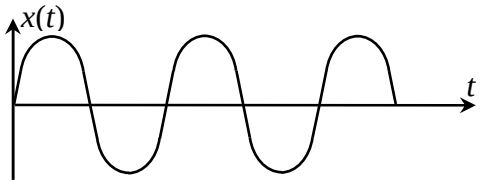


Рис.4.1

Наконец, в векторном представлении колебание представляется в виде вектора, длина которого пропорциональна амплитуде колебаний (рис.4.2). Сам вектор вращается в плоскости чертежа с угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости и проходящей через начало вектора колебания. Первоначальное отклонение вектора от горизонтали изображает начальную фазу колебания. Этот вид представления колебаний особенно удобен для сложения колебаний, когда результирующее колебание находится как векторная сумма всех слагаемых.

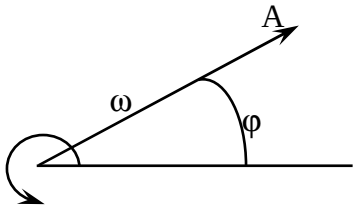


Рис.4.2

4.2. Сложение гармонических колебаний.

Наиболее простым примером является сложение двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, каждое из которых можно представить в аналитическом виде $x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ и в векторном виде (рис. 4.3).

Поскольку оба слагаемых вращаются с одинаковой частотой, суммарный вектор также вращается с этой же частотой, т.е. результатом суммы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ будет гармоническое колебание той же частоты, амплитуда которого находится как диагональ параллелограмма A_Σ, построенного на векторах A_1 и A_2:

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \tag{4.2}$$

разность $\varphi_2 - \varphi_1$ определяется из рис. 4.3.

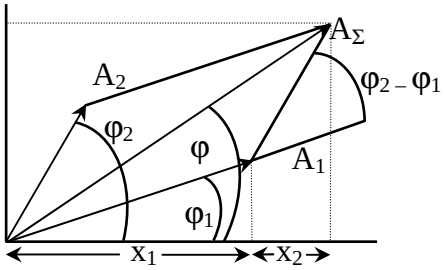


Рис.4.3

Величина начальной фазы φ результирующего колебания определяется из величины тангенса этого угла:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_{\Sigma Y}}{A_{\Sigma X}},$$

где $A_{\Sigma Y}$ и $A_{\Sigma X}$ представляют собой проекции амплитуды суммарного колебания на оси Y и X соответственно. Как следует из рисунка, значение $A_{\Sigma X}$ равно сумме проекций на ось X каждого из слагаемых колебаний:

$$A_{\Sigma X} = X_2 + X_1 = A_2 \cos\varphi_2 + A_1 \cos\varphi_1, \tag{4.3}$$

Аналогичное выражение может быть получено и для суммарной проекции на ось Y (для простоты Y – проекции на рис. 4.3. не показаны):

$$A_{\Sigma Y} = Y_2 + Y_1 = A_2 \sin\varphi_2 + A_1 \sin\varphi_1, \tag{4.4}$$

Тогда:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_2 \sin\varphi_2 + A_1 \sin\varphi_1}{A_2 \cos\varphi_2 + A_1 \cos\varphi_1}, \tag{4.5}$$

Таким образом, определены основные параметры суммарного колебания: амплитуда, частота и начальная фаза. Несколько сложнее найти сумму двух колебаний, если их частоты отличаются друг от друга. Практически интересным является случай, когда это различие незначительно, т.е. $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$ и $\omega_2 = \omega_0 - \Omega$, причем $\Omega << \omega_0$.

Пусть для простоты амплитуды обоих колебаний и их начальные фазы одинаковы. Тогда $x_1(t) = A\sin(\omega_0 + \Omega)t$ и $x_2(t) = A\sin(\omega_0 - \Omega)t$.

Суммируя эти выражения, получим:

$$x_1(t)+x_2(t)=A\{\sin(\omega_0+\Omega)t+\sin(\omega_0-\Omega)t\}=[2A\cos(\Omega t)]\sin(\omega_0 t), \qquad (4.5)$$

где величину, стоящую в квадратных скобках, можно рассматривать как медленно меняющуюся амплитуду. Результат суммы таких колебаний, представленный на рис.4.4, называется **биениями**. Примером биений является известное «завывание» двигателей многомоторных самолетов, при условии их грамотной технической эксплуатации.

Если амплитуды слагаемых колебаний неодинаковы, то картина наблюдающихся биений отличается от предыдущей, т.к. теперь суммарная амплитуда изменяется от значения A_1+A_2 до минимума A_1-A_2.

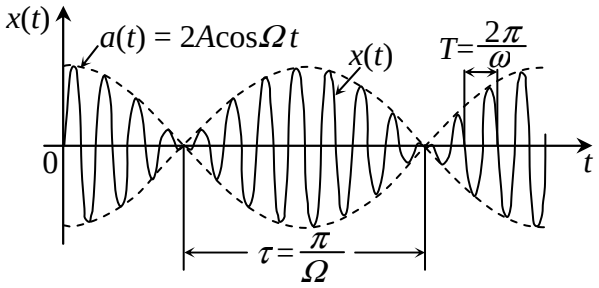


Рис.4.4

Важно отметить, что в обоих случаях суммарное колебание не является гармоническим, хотя оно и записывается в виде произведения гармонических функций, т.к. его амплитуда не остается постоянной и медленно изменяется с течением времени (рис.4.5).

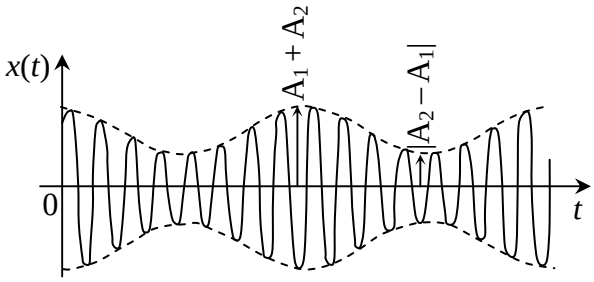


Рис.4.5

4.3. Сложение перпендикулярных колебаний.

Пусть имеются два гармонических колебания одинаковой частоты, направления колебаний которых взаимно перпендикулярны друг другу. Выберем начало отсчета времени так, чтобы начальная фаза одного из колебаний была равна нулю. При таком условии колебания можно записать так:

$$x=a\sin(\omega t), \qquad y=b\sin(\omega t+\varphi),$$

где величина φ представляет разность фаз обоих колебаний. Первое уравнение можно переписать так:

$$\sin\omega t=\frac{x}{a}, \qquad (4.7)$$

тогда как второе после преобразования по формуле суммы синусов двух углов принимает вид:

$$\sin\omega t\cos\varphi+\cos\omega t\sin\varphi=\frac{y}{b}. \qquad (4.8)$$

Из первого уравнения следует, что:

$$\cos\omega t = \sqrt{1-\sin^2\omega t} = \pm\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\ . \qquad (4.9)$$

Заменяя в уравнении (4.8) $\sin\omega t$ и $\cos\omega t$ их эквивалентами из уравнений (4.7) и (4.9), можно найти:

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a}\cos\varphi \mp \sin\varphi\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\ ,$$

или

$$\frac{y}{b} - \frac{x}{a}\cos\varphi = \mp\sin\varphi\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\ . \qquad (4.10)$$

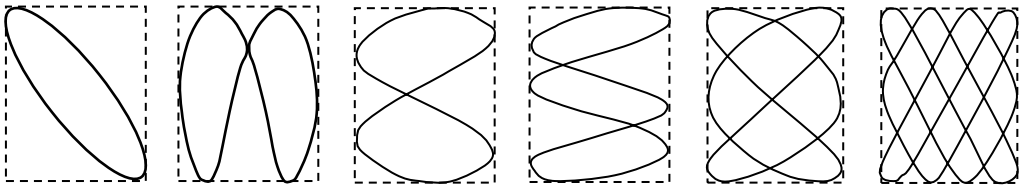
Возводя обе части уравнения (4.10) в квадрат и учитывая, что $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, получим:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\varphi = \sin^2\varphi\ . \qquad (4.11)$$

Уравнение (4.11) является уравнением эллипса, оси которого повернуты относительно осей координат. При $\sin\varphi = 0$ и $\sin\varphi = \pi$ эллипс вырождается в прямую:

$$y = \pm\frac{bx}{a}\ . \qquad (4.12)$$

При разности фаз между колебаниями $\pi/2$ оси эллипса совпадают с осями координат. Если частоты складываемых колебаний отличаются друг от друга, то форма кривой, которую описывает радиус-вектор суммарного колебания, становится очень сложной и зависит от соотношения складываемых частот. Для некоторых соотношений частот складываемых колебаний получающиеся фигуры, называемые **фигурами Лиссажу,** показаны на рис.4.6.



$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{1}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{1}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{1}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{2}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{4}{3}$

Рис.4.6

4.4. Понятие о разложении колебаний в ряд Фурье.

В математике существует так называемая теорема Фурье, согласно которой любой периодический процесс $x(t)$ с периодом T может быть представлен в виде бесконечной суммы гармонических колебаний с частотами, кратными величине $\omega = 2\pi/T$:

$$x(t) = A_0 + A_1\sin(\omega t + \varphi_1) + A_2\sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3\sin(3\omega t + \varphi_3) + \ldots, \qquad (4.13)$$

которую принято называть **рядом Фурье.**

Каждая из слагаемых суммы (4.13) представляет собой отдельную гармонику, амплитуда и начальная фаза которой зависит от вида функции $x(t)$. Совокупность амплитуд и частот, на которые разлагается любое негармоническое колебания, образуют **спектр** этого колебания. Графическое изображение спектра приведено на рис.4.7. Как

видно из рисунка, каждая составляющая спектра изображается в виде вертикальных линий, основание которых расположено в соответствующих местах оси часто, а длина каждой из линий пропорциональна величине амплитуды выбранной гармоники. Не следует думать, однако, что спектральное разложение имеет только математический смысл. В реальных физических процессах, зависящих от времени, всегда удается выделить гармонические колебания, частота и амплитуда которых полностью соответствуют гармоникам разложения в ряд Фурье. Непериодическая физическая величина может быть представлена в виде **интеграла Фурье**, содержащего бесконечно много спектральных составляющих.

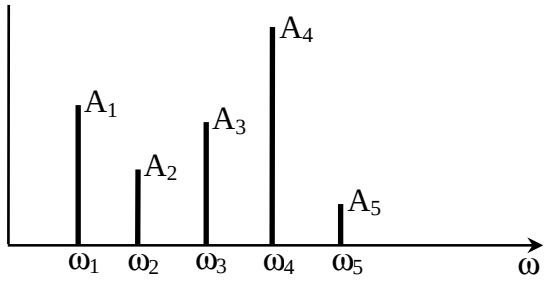


Рис.4.7

Примером спектрального представления может служить разложение импульса длительности τ, когда величина спектральной частоты определяется соотношением:

$$\omega_{\text{спектр}} = \frac{2\pi}{\tau}, \tag{4.14}$$

4.5. Свободные колебания.

Рассмотрим колебания груза массы m, висящего на пружине, жесткость которой k. Направим ось координат X вертикально вниз, причем за начало отсчета примем точку O (рис. 4.8),лежащую на одном уровне с центром масс m, когда груз неподвижен. При этом пружина растянута на величину ξ по сравнению с недеформированным состоянием. Величина упругой силы, действующей на массу m, равна $k\xi$. В положении равновесия:

$$mg - k\xi = 0. \tag{4.15}$$

Если теперь сместить груз из положения равновесия, то он начнет совершать колебательное движение.

Колебания, которые происходят в системе, выведенной из положения равновесия и затем предоставленной самой себе, называются **свободными или собственными колебаниями,** а частота, с которой происходят эти колебания, называется **собственной частотой.**

Пусть в некоторый момент времени смещение груза равно x.

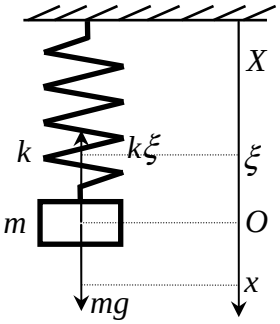


Рис.4.8

Тогда второй закон Ньютона в проекции на ось X может быть записан в следующем виде: $ma_x = mg - k(x+\xi)$ или с учетом (4.15)

$$ma_x = -kx. \tag{4.16}$$

В свою очередь, уравнение (4.16) можно записать иначе, если представить ускорение тела через вторую производную смещения по времени $a_x = d^2x/dt^2$ и обозначить величину $k/m = \omega_0^2$:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega_0^2 x. \tag{4.17}$$

Уравнение (4.17.) является дифференциальным уравнением второго порядка, однако его решение можно просто угадать простым перебором всех элементарных функций, из которых только функции синуса и косинуса удовлетворяют решению этого уравнения. Действительно, если смещение:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi), \tag{4.18}$$

то скорость тела:

$$\frac{dx}{dt} = v = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{4.19}$$

и ускорение тела:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi). \tag{4.20}$$

Сравнение (4.18) и (4.20) показывает, что действительно (4.18) является решением уравнения (4.17). Величины A и φ остаются произвольными, для их определения необходимо использовать **начальные условия**, т.е. значения смещения и скорости тела в начальный момент времени.

Например, если при $t = 0$: $x(0) = 0$, а $v(0) = v_0$, то из (4.18) следует, что $\sin\varphi = 0$ и $\varphi = 0$, а из (4.19) величина $A = v_0/\omega_0$.

При этих условиях решением уравнения (4.17) служит функция:

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t.$$

Задание тех или иных начальных условий обычно определяется конкретными условиями поставленной задачи.

4.6. Затухающие колебания.

В реальной жизни любой колебательный процесс постепенно затухает из-за наличия сил трения. Для колебаний груза на пружине существенную роль играет так называемое вязкое трение, сила которого при малых смещениях оказывается пропорциональной величине скорости тела:

$$F_{\text{трен}} = -bv = -b\frac{dx}{dt}. \tag{4.21}$$

В этом случае второй закон Ньютона (уравнение движения) для груза, колеблющегося на пружине, приобретает такой вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} + mg - k(x+\xi). \qquad (4.22)$$

Вводя обозначения $\beta = \frac{b}{2m}$, это уравнение можно преобразовать так:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \qquad (4.23)$$

где по-прежнему $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Решение этого дифференциального уравнения может быть получено обычным способом, но можно показать, что уравнение (4.23) можно свести к уравнению типа (4.17). Для этого достаточно ввести замену переменных $x(t) = z(t)e^{-\beta t}$. Проводя операцию дифференцирования, имеем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dz}{dt}e^{-\beta t} - \beta z e^{-\beta t}; \qquad 2\beta\frac{dx}{dt} = 2\beta\frac{dz}{dt}e^{-\beta t} - 2\beta^2 z e^{-\beta t};$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2}e^{-\beta t} - 2\frac{dz}{dt}e^{-\beta t} + \beta^2 z e^{-\beta t}; \qquad \omega_0^2 x = \omega_0^2 z e^{-\beta t}.$$

С учетом этого уравнение (4.23) может быть записано в таком виде:

$$\frac{d^2z}{dt^2}e^{-\beta t} - 2\frac{dz}{dt}e^{-\beta t} + \beta^2 z e^{-\beta t} + 2\beta\frac{dz}{dt}e^{-\beta t} - 2\beta^2 z e^{-\beta t} + \omega_0^2 z e^{-\beta t} = 0.$$

После сокращения на величину $e^{-\beta t}$ и приведения подобных членов получаем:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \left(\omega_0^2 - \beta^2\right)z = 0. \qquad (4.24)$$

Сравнивая полученное уравнение с выражением (4.17), нетрудно заметить их почти полную идентичность; различие состоит лишь в том, что частота колебаний в (4.24) определяется из формулы $\omega_3^2 = \omega_0^2 - \beta^2$. Таким образом, решение уравнения (4.23) имеет вид:

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\sin(\omega_3 t + \varphi), \qquad (4.25)$$

где как и ранее величины A и φ определяются из начальных условий.

В большинстве случаев $\beta << \omega_0$ и $\omega_3 \approx \omega_0$. Решение (4.25) представляет уже негармоническое колебание, т.к. его амплитуда $Ae^{-\beta t}$ уменьшается с течением времени. Относительное изменение амплитуды за период колебания характеризуется **декрементом затухания** Δ, величина которого находится из выражения:

$$\Delta = \frac{Ae^{-\beta t}}{Ae^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}, \qquad (4.26)$$

т.е. декремент затухания равен относительному уменьшению амплитуды за время, равное периоду колебания. Натуральный логарифм Δ называют логарифмическим декрементом затухания δ, т.е. $\delta = \ln\Delta = \beta T$.

4.7. Энергетические соотношения в колебательных процессах.

Для груза, совершающего гармонические колебания, значение кинетической энергии $mv^2/2$ находится прямой подстановкой в величину кинетической энергии выражения для скорости колебательного движения, определяемой выражением (4.19):

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi). \tag{4.27}$$

Максимальное значение этой энергии, очевидно, равно

$$E_{\text{кин}}^{\max} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2. \tag{4.28}$$

и достигается в момент, когда тело проходит положение равновесия. Пройдя это положение, тело продолжает двигаться по инерции и вызывает деформацию пружины. При этом кинетическая энергия движущегося тела переходит в потенциальную энергию деформированной пружины $E_{\text{пот}}$:

$$E_{\text{пот}} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi). \tag{4.29}$$

Максимальное значение этого вида механической энергии равно:

$$E_{\text{пот}}^{\max} = \frac{1}{2}kA^2. \tag{4.30}$$

При незатухающих колебаниях $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, поэтому имеет место сохранение механической энергии: $E_{\text{кин}}^{\max} = E_{\text{пот}}^{\max}$. В этом случае суммарная энергия сохраняет свою величину в любой момент времени (выражения (4.27) и (4.29)):

$$\frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2, \tag{4.31}$$

где учтено, что $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ и $m\omega_0^2 = k$.

Если колебания являются затухающими, за каждый период колебаний суммарная энергия колеблющегося тела уменьшается на величину работы против сил трения. В этом случае колеблющееся тело или любая система, в которой происходят колебания, характеризуется так называемым **качеством или добротностью системы** Q, которая определяется как способность системы к превращениям одного вида механической энергии в другой (т.е. кинетической в потенциальную или наоборот). Количественно добротность определяется (с точностью до коэффициента 2π) как отношение максимальной энергии упругой деформации (или максимальной кинетической энергии колеблющейся системы) к средней величине потерь энергии в системе за период. Известно, что среднее значение любой переменной величины $< y >$ за период определяется соотношением:

$$< y > = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)dt.$$

Мгновенное значение силы вязкого трения $F_{\text{трен}} = b\frac{dx}{dt} = b\omega_0 A\cos(\omega_0 t + \varphi)$, тогда среднее значение работы $< A_{\text{трен}} >$ за единицу времени против этой силы равно:

$$< A_{\text{трен}} >= \frac{1}{T}\int_0^T b\omega_0 A\cos(\omega_0 t+\varphi)dx = \frac{A^2}{T}\int_0^T b\omega_0^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)dt\,.$$

$$x = A\sin(\omega_0 t+\varphi); \qquad dx = A\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi)dt\,.$$

Выразим $\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$ через функцию двойного угла: $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$ и подставим его в выражение для $< A_{\text{трен}} >$:

$$< A_{\text{трен}} >= \frac{b\omega_0^2}{2T}A^2\int_0^T dt + \frac{b\omega_0^2}{2T}A^2\int_0^T \cos 2(\omega_0 t+\varphi)dt = \frac{b\omega_0^2}{2}A^2\,, \tag{4.32}$$

поскольку значение второго интеграла в (4.32) равно нулю (среднее значение за период любой гармонической функции равно 0, т.к. эта функция половину периода положительна, а половину – отрицательна).

Очевидно, что за весь период T на преодоление силы трения будет затрачена энергия $W_{\text{потер}} =< A_{\text{трен}} > T$, и добротность колебательной системы может быть определена как:

$$Q = 2\pi\frac{W_{\text{упр}}}{W_{\text{потер}}} = 2\pi\frac{(1/2)kA^2}{(1/2)b\omega_0^2A^2T} = \omega_0\frac{k}{b\omega_0^2} = \frac{\sqrt{km}}{b}\,, \tag{4.33}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Из выражения (4.33) видно, что добротность системы определяется ее упругими, инерционными и диссипативными свойствами. Силы трения иногда называют диссипативными силами, поскольку работа против них, в конечном счете превращается в тепло, т.е. рассеивается в пространство. Можно сказать также, что добротность – это число, показывающее за сколько периодов колебаний вся энергия, запасенная в системе, будет превращена в работу против сил трения, т.е. в тепло.

Как правило, добротность механических систем довольно высока. Здесь уместно вспомнить о звучании музыкальных инструментов: отдельная нота может звучать несколько секунд, хотя частота колебаний составляет несколько килогерц.

Колебания груза на пружине также могут продолжаться довольно долго, однако в последнем случае существенно заметить, все рассмотренные случаи колебаний касались движения, где изменялась одна координата, в то время как известно, что для полного описания движения точки необходимо задать три координаты. Все эти координаты считаются равноправными, поэтому, если по каким-то причинам в системе возникают колебания в двух или трех направлениях, то первоначально запасенная энергия станет равномерно распределяться между всеми направлениями колебаний; другими словами, если груз будет совершать не строго вертикальные колебания вдоль одной прямой, то его колебания затухнут быстрее.

4.8. Колебания математического и физического маятников.

Из школьного курса физики известно, что математический маятник представляет собой точечную массу, подвешенную на длинной невесомой и нерастяжимой нити. На первый взгляд раскачивание такой системы связано с изменением по меньшей мере двух координат сразу так, что для описания такого движения надо записывать второй закон Ньютона (уравнение движения) для каждой из координат в отдельности, а затем искать связь между ними. Однако задача может быть упрощена, если обратить внимание на то, что движение математического маятника происходит при постоянной длине нити подвеса, т.е. его можно рассматривать как частный случай вращательного движения, когда в качестве единственной переменной выбирается угол отклонения от положения

равновесия. В этом случае вместо уравнения движения в форме второго закона Ньютона необходимо использовать основное уравнение динамики вращательного движения:

$$I\frac{d\omega}{dt}=M\ , \tag{4.34}$$

где I – момент инерции точечной массы относительно точки подвеса, M – момент всех внешних сил, действующих на эту массу, и $\frac{d\omega}{dt}=\beta=\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение массы, которое, в свою очередь, определяется как вторая производная по времени от угла φ отклонения от вертикали (рис. 4.9).

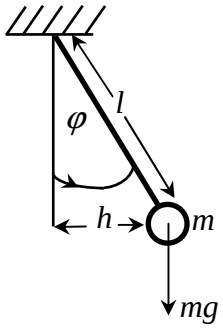


Рис.4.9

Момент инерции точечной массы m, находящейся на расстоянии l от оси вращения, по определению равен $I=ml^2$, а единственной силой, момент которой относительно оси вращения отличен от нуля, является сила тяжести. Ее момент относительно оси, проходящей через точку подвеса, равен $M=mgh=mgl\sin\varphi$, и уравнение динамики вращательного движения принимает вид:

$$ml^2\frac{d^2\varphi}{dt^2}=-mgl\sin\varphi, \tag{4.35}$$

или после сокращения обеих частей на величину ml:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}=-\frac{g}{l}\sin\varphi, \tag{4.36}$$

Знак минус в уравнениях (4.35) и (4.36) появился потому, что направление отсчета угла φ взято против часовой стрелки, тогда как момент силы тяжести стремится повернуть маятник по часовой стрелке.

Для малых углов отклонения φ синус угла можно разложить в ряд Тэйлора по малому параметру φ:

$$f(x)=f(0)=\frac{1}{1!}\frac{df(0)}{dx}x+\frac{1}{2!}\frac{d^2f(0)}{dx^2}x^2+\frac{1}{3!}\frac{d^3f(0)}{dx^3}x^3+\ldots$$

Поскольку $\sin 0=0$, то в разложении синуса исчезнут члены, содержащие $f(0)$ и вторую производную $\frac{d^2f(0)}{dx^2}$ и синус угла φ равен:

$$\sin\varphi=\varphi-\frac{1}{6}\varphi^3+\ldots$$

Даже для углов отклонения около $30°$, т.е. **0,5 рад** (в математике угол обычно измеряется в радианах; один радиан $\approx 57°$), вторая поправка в разложении синуса дает

величину, чуть большую двух процентов, поэтому с достаточной степенью точности функцию синуса можно заменить его аргументом так, что уравнение (4.36) приобретает такой вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0, \tag{4.37}$$

что полностью совпадает с уравнением движения груза на пружине. Поэтому нетрудно придти к заключению, что частота колебаний математического маятника определится также, как частота собственных колебаний груза на пружине:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \tag{4.38}$$

Если в качестве маятника используется тело произвольной формы, то уравнение вращательного движения для такого **физического** маятника записывается аналогично уравнению для математического маятника:

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl_{\text{цм}}\sin\varphi. \tag{4.39}$$

где $l_{\text{цм}}$ обозначает расстояние, на котором расположен центр масс тела от оси вращения (рис.4.10). Однако теперь момент инерции такого маятника требует специального вычисления.

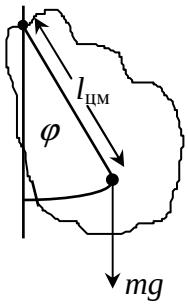


Рис.4.10

Частота собственных колебаний физического маятника равна:

$$\Omega = \sqrt{\frac{mg}{I}}l_{\text{цм}}. \tag{4.40}$$

4.9. Уравнение вынужденных колебаний.

Вынужденными называются колебания, которые происходят под действием внешней периодической силы.

В этом случае частота колебаний не определяется параметрами самой системы, а задается внешним источником. Для груза на пружине уравнение движения может быть получено формальным введением в уравнение (4.22) еще одной – внешней периодической силы $F(t) = F_0 \sin\omega t$:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} + mg - k(x+\xi) + F_0\sin\omega t, \tag{4.41}$$

после преобразований и обозначений, (аналогичных 4.6) получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \sin\omega t, \qquad (4.42)$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$. Остальные обозначения сохраняют свой смысл. Т.к. груз колеблется с частотой вынуждающей силы, решение дифференциального уравнения (4.42) может быть записано в следующем виде: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$.

Появление фазового сдвига между колебаниями груза и внешним воздействием связано с определенной инерционностью системы, реагирующей на внешнее воздействие с некоторым опозданием.

Однако, для упрощения последующих выкладок, удобнее изменить начало отсчета сдвига фаз: пусть колебания груза происходят по закону $x(t) = A\sin\omega t$, а внешняя сила получает некоторое опережение по фазе, т.е. $f_0 \sin(\omega t - \varphi) = f(t)$ или заменяя φ на $(-\psi)$, $f(t) = f_0 \sin(\omega t + \psi)$.

Тогда неизвестной величиной в выражении $x(t) = A\sin\omega t$ остается только амплитуда колебаний. Для ее определения используем векторный способ решения уравнения (4.42). Вычислим последовательно первую и вторую производные от $x(t)$ и подставим эти производные в (4.42):

$$\frac{dx}{dt} = \omega A\cos\omega t = A\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \ \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin\omega t;$$

После приведения подобных получим:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)A\sin\omega t + 2\beta\omega A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = f_0 \sin(\omega t + \psi). \qquad (4.43)$$

Вспоминая, что колебания можно представлять в векторном виде, рассмотрим уравнение (4.43) как векторное: два вектора, стоящие в его левой части в сумме дают вектор в правой части (рис.4.11). Из рисунка по теореме Пифагора следует: $4\beta^2\omega^2 A^2 + A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 = f_0^2$. Тогда

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \qquad (4.44)$$

и

$$tg\,\psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (4.45)$$

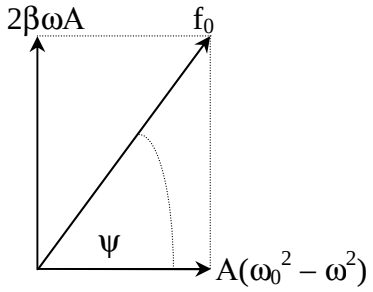


Рис.4.11

Из найденного выражения для амплитуды вынужденных колебаний (4.44) видно, что величина A зависит от частоты вынуждающего воздействия.

Для нахождения экстремального значения этой амплитуды найдем производную знаменателя и приравняем ее к нулю:

$$4\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\omega - 8\beta^2\omega = 0,$$

откуда следует, что «экстремальное» или **резонансное** значение частоты определяется как:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\ . \qquad (4.46)$$

Если частот**а** внешнего воздействия может изменяться, то в тот момент, когда ее значение совпадает с $\omega_{\text{рез}}$, знаменатель (4.44.) становится минимальным, а амплитуда вынужденных колебаний достигает максимальной величины. На практике очень часто наблюдается, что колеблющаяся система обладает слабым затуханием и $\beta << \omega_0$. В этом случае $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0$, т.е. значение резонансной частоты совпадает с собственной частотой системы. Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний до максимума, когда частота внешнего воздействия приближается к собственной частоте колебаний называется **резонансом.** Изменение амплитуды вынужденных колебаний в области частот, близких к резонансной – резонансная кривая – показана на рис.4.12.

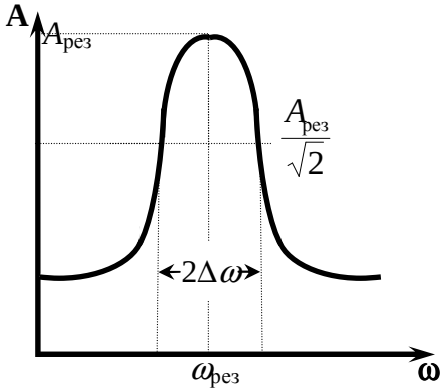


Рис.4.12

Чтобы оценить относительное изменение амплитуды при резонансе, необходимо знать величину амплитуды на двух частотах – на резонансной и на частоте, достаточно далекой от $\omega_{\text{рез}}$. Рассматривая (4.44) нетрудно заметить, что такой «далекой» частотой удобно выбрать ω_0. В этом случае $A_0 = \dfrac{f_0}{\omega_0^2}$.

На резонансной частоте при условии, что $\beta << \omega_0$ и $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0$, амплитуда колебаний равна:

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\omega_0},$$

поэтому отношение выбранных амплитуд $\dfrac{A_{\text{рез}}}{A_0} = \dfrac{\omega_0}{2\beta} = \dfrac{\sqrt{km}}{b} = Q$, т.е. амплитуда при резонансе увеличивается в Q раз (Q – добротность системы).

При достаточно высокой добротности смещение отдельных частей системы может превышать пределы допустимых деформаций, что приведет к разрушению системы. Особенно опасны такие явления там, где разрушение колеблющейся системы может повлечь за собой гибель людей, – например, на механическом транспорте. Вращение винтов, валов с определенной частотой может вызвать резонансные колебания корпусов

самолетов, судов и машин. Чтобы предотвратить подобные явления, конструктора вынуждены заранее тщательно рассчитывать как собственные частоты транспортных средств, так и возможные частоты, возникающие при различных режимах работы двигателей.

Важной характеристикой резонансной кривой является так называемая ширина кривой. Шириной резонансной кривой называют область частот, близких к резонансной частоте, на которых относительное уменьшение «реакции» системы на внешнее воздействие не превышает **30%** (точнее в $1/\sqrt{2}$ раза) относительно «реакции» на резонансной частоте (рис. 4.12). Степень задаваемого ослабления носит субъективный характер и связана со слухом человека. Многочисленные измерения показали, что человек «на слух» различает громкости различных источников звука, если их амплитуды отличаются на **30%**. Если громкости отличаются на меньшую величину, то человек воспринимает как одинаковые. Другими словами, все звуки при их резонансном усилении, лежащие в области ширины резонансной кривой, будут казаться человеку звуками с одинаковой громкостью. Это важно учитывать при конструировании и изготовлении музыкальных инструментов.

4.10. Волны.

Волной принято называть распространение в пространстве изменений какой-либо физической величины.

Изменения величины могут носить как периодический, так и непериодический характер. Для того, чтобы эти изменения могли распространяться в некоторой области пространства, необходимо наличие некоторых условий; в частности, в каждой точке рассматриваемой области физическая величина должна иметь определенное значение (принято говорить, что величина имеет полевой характер). Кроме того должна осуществляться взаимосвязь изменения физической величины в одной точке пространства с изменением этой же величины в соседних точках. Скорость распространения изменения определяется как природой изменяемой величины, так и свойствами **среды**, в которой распространяется это изменение. При этом определенную роль играет направление колебаний в волне.

Продольными называют волны направление колебаний которых совпадает с направлением распространения волны. Если же колебания происходят в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, то такие волны являются **поперечными.**

Если относительное изменение величины (т.е. изменение, деленное на саму величину) мало по сравнению с единицей, то такое изменение называют **возмущением** физической величины. Примером распространения возмущения могут служить волны на поверхности воды, возникающие при бросании в воду камешка. Образовавшиеся искажения поверхности воды (рис. 4.13) начнут распространяться во все стороны, образуя своеобразные кольцевые структуры. Возникшая волна достигнет некоторой точки, отстоящей на расстояние x от места попадания камня в воду через время $\tau = \frac{x}{v}$, где v – скорость распространения возмущения по поверхности воды. Пусть в точке попадания камня в воду профиль образовавшегося возмущения является некоторой функцией от времени $f(t)$. Ясно, что в любой точке поверхности, куда доходит образовавшееся возмущение, величина $f(t)$ будет зависеть не только от времени, но также и от расстояния, однако для упрощения предположим, что возмущение сохраняет свою форму вне зависимости от пройденного расстояния.

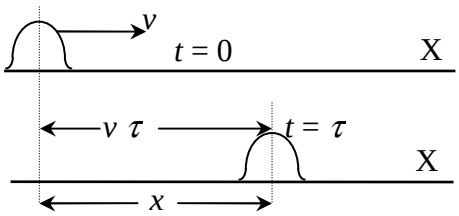


Рис.4.13

Тогда в любой точке поверхности, отстоящей от начальной точки на расстояние x, профиль возмущения $f(t)$ будет изменяться во времени с некоторым запаздыванием на величину $\tau = \frac{x}{v}$, т.е. аргументом функции $f(t)$ станет величина $(t - x/v)$. Независимость величины возмущения от координаты означает, что $f(t) = f(t - x/v)$. Волны, для которых имеет место последнее равенство называются плоскими. Если в начальной точке возмущение изменяется по гармоническому закону, то такая волна называется **синусоидальной**. Синусоидальная плоская волна записывается в таком виде:

$$f(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) = A\sin(\omega t - kx), \qquad (4.47)$$

где $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – так называемое волновое число, а величина $\lambda = vT$ называется длиной волны.

Аргумент синуса в уравнении (4.47) определяет фазу волны $\Phi(x,t)$. Поверхность, соединяющая все точки, фазы которых одинаковы, называется волновой поверхностью или фронтом волны. Если волна плоская, то фронтом волны является плоская поверхность. Волна, распространяющаяся во все стороны от точечного источника, называется сферической; очевидно, что для такой волны волновая поверхность представляет собой сферу. Если на какой-либо поверхности фаза постоянна, т.е. $\Phi(x,t) = const$, скорость перемещения координаты, для которой фаза постоянна можно определить, дифференцируя условие постоянства фазы: $\frac{d\Phi}{dt} = \omega - k\frac{dx}{dt} = 0$, откуда

$$v_{\text{фаз}} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}, \qquad (4.48)$$

т.е. скорость распространения волны совпадает со скоростью распространения постоянной фазы. Например, распространение звука – это продольные волны. Примером поперечных волн могут служить волны на поверхности воды.

4.11. Энергия волны.

Распространение синусоидальной волны в пространстве сопровождается переносом энергии; в этом легко убедиться, вспомнив о разрушительной силе ударной волны при взрывах. Известно также, что волны морского прибоя способны разрушать крепчайшие каменные набережные. При изучении колебаний было установлено, что энергия колебательного движения пропорциональна квадрату амплитуды. Поэтому можно считать, что и в любом выбранном малом объеме пространства в области существования волны сосредоточена колебательная энергия, величина которой также пропорциональна квадрату амплитуды колебаний в волне. Для количественной характеристики энергии колебательного движения в волне обычно относят величину этой энергии к единице объема среды, через которую проходит волна. В этом случае принято говорить о плотности колебательной энергии w. Т.к. волна связана с «переносом» колебаний в

пространстве, причем скорость этого «переноса» равна скорости распространения волны $\vec{v}$, то плотность «перенесенной» энергии $\vec{\Im}$ через единичную площадку в единицу времени равна:

$$\vec{\Im} = \vec{v} \cdot w, \tag{4.49}$$

Из (4.49.) видно, что величина $\Im$ должна быть вектором, направление которого совпадает с направление скорости. Впервые этот вектор был введен профессором Московского Университета Н.А. Умовым, поэтому вектор $\vec{\Im}$ принято называть вектором Умова.

Также как колебание произвольной формы можно представить в виде суммы гармонических составляющих, так и любую несинусоидальную волну можно представить как сумму синусоидальных волн различных частот. В определенных условиях эти синусоидальные составляющие могут взаимодействовать между собой. В результате этого амплитуды составляющих волн с одними определенными частотами могут уменьшиться, тогда, как амплитуда других составляющих возрастает. В целом это приводит к тому, что несинусоидальная волна может существовать довольно долго. Впервые такую волну в английских речных шлюзах наблюдал Д.С. Рассел в 1834 г. Он назвал это явление большой уединенной волной (по-английски – это great solitary wave). Второе слово этого названия теперь вошло в обиход для обозначения устойчивых волновых структур – солитонов.

4.12. Упругие волны в твердом теле.

Пусть имеется однородный стержень. Направим ось X вдоль стержня и выберем два сечения стержня, координаты которых (рис.4.14) равны x_1 и x_2 соответственно так, что между ними оказывается отрезок стержня длиной $l_0 = x_2 - x_1 = \Delta x$.

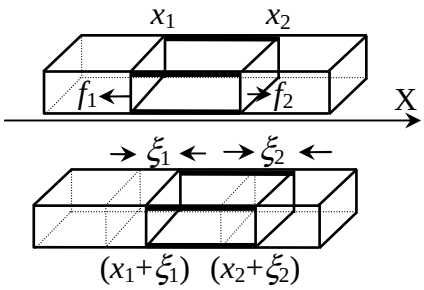


Рис.4.14

Под действием внешних сил в стержне произойдут упругие деформации, так что в новом – деформированном состоянии – выбранные сечения имеют координаты $(x_1 + \xi_1)$ и $(x_2 + \xi_2)$, т.е. первое сечение сместилось на величину ξ_1, а второе – на ξ_2. Длина выбранного отрезка теперь равна:

$$(x_2 + \xi_2) - (x_1 + \xi_1) = l_0 + (\xi_2 - \xi_1) = l_0 + \Delta l,$$

поэтому величина относительной деформации отрезка равна:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta \xi}{\Delta x}. \tag{4.50}$$

Чтобы написать уравнение движения для выделенного отрезка стержня необходимо вычислить вторую производную смещения по времени. Как видно из выражения (4.47), выражение для распространяющейся волны зависит от двух переменных, поэтому вычисление производной от функции $f(x,t)$ должно происходить

несколько иначе, чем в случае одной переменной. Производную от функции $f(x,t)$ по одной из двух переменных можно вычислять так же, как и в случае функции одной переменной, считая вторую переменную при этом постоянной, но эта производная называется **частной производной**.

Например, если $f(x,y)=x^5y^5$, то $\frac{\partial f}{\partial x}=5x^4y^5$, $\frac{\partial f}{\partial y}=5x^5y^4$ (здесь и далее наклонные ∂ означают знак частной производной).

С учетом этого для бесконечно малого отрезка величина относительной деформации получается формальным предельным переходом к бесконечно малым величинам. Тогда уравнение (4.50) приобретает такой вид:

$$\varepsilon=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta\xi}{\Delta x}=\frac{\partial\xi}{\partial x}. \qquad (4.51)$$

Если по стержню распространяется продольная упругая волна, то в нем действуют попеременно внутренние силы растяжения и сжатия. Выбирая длину отрезка достаточно малой можно добиться, чтобы на его концы действовали одинаковые силы – сжатия или растяжения. Пусть для определенности это будут силы растяжения f_1 и f_2 (рис.4.14). Второй закон Ньютона для элемента длины Δx можно написать, используя теорему о движении центра масс:

$$\Delta m a_{\text{цм}} = f_2 - f_1. \qquad (4.52)$$

Силы упругого растяжения представляем с помощью закона Гука:

$$\varepsilon=\frac{\Delta\xi}{\Delta x}=\frac{1}{E}\frac{f}{S}, \qquad (4.53)$$

где E – модуль упругости (модуль Юнга), S – площадь сечения стержня, а $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$ – величина относительной деформации.

Величина $\sigma = f/S$ называется упругим напряжением; масса $\Delta m=\rho S\Delta x$, где ρ – плотность стержня. Если смещение центра масс $\xi_{\text{цм}}$, то уравнение (4.52) становится таким:

$$\rho S\Delta x\frac{\partial^2\xi_{\text{цм}}}{\partial t^2} = f_2 - f_1 = \sigma_2 S - \sigma_1 S.$$

Деля обе части последнего равенства на величину объема $S\Delta x$, получаем:

$$\rho\frac{\partial^2\xi_{\text{цм}}}{\partial t^2}=\frac{\sigma_2-\sigma_1}{\Delta x}=\frac{\Delta\sigma}{\Delta x}.$$

При переходе к бесконечно малым величинам последнее уравнение становится уравнением для производных:

$$\rho\frac{\partial^2\xi_{\text{цм}}}{\partial t^2}=\frac{\partial\sigma}{\partial x}. \qquad (4.54)$$

Правую часть (4.54) выразим через закон Гука (4.53), переходя к бесконечно малым элементам:

$$\sigma=\varepsilon E=E\frac{\partial\xi}{\partial x}; \qquad \frac{\partial\sigma}{\partial x}=E\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}.$$

С учетом последнего соотношения из (4.54.) получаем:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_{\text{цм}}}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \qquad (4.55)$$

Соотношение (4.55) называется **волновым уравнением.**

Хотя оно получено для частного случая продольных упругих волн, оно имеет достаточно общий вид. Его можно получить сравнением вторых производных любой функции по координате и времени соответственно, если эта функция зависит от аргумента вида $\alpha = t - \frac{x}{v}$.

Тогда первые производные функции сложного аргумента равны

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\partial \alpha}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial \alpha}$$

и

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial \alpha}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial \alpha}$$

соответственно, а вторые производные равны:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2}, \qquad (4.56)$$

и

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial t}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}\right)^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2}, \qquad (4.57)$$

где $\alpha = t - \frac{x}{v}$; $\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 1$; $\frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{1}{v}$. Сравнивая (4.56) и (4.57), получим:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2},$$

откуда следует, что скорость распространения продольных упругих волн равна:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Таким образом, решением волнового уравнения являются функции от аргумента $\alpha = t - \frac{x}{v}$. Эти функции характеризуют плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси x .

Задачи к теме 4

Пример решения:

Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 0,1 м, периодом 4 с и начальной нулевой фазой.

Решение:

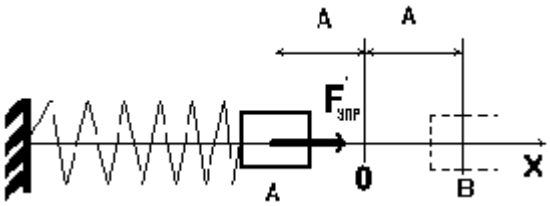
Дано:

$A = 0{,}1$ м $T = 4$ с $\varphi = 0$	$x = A\sin(\omega t + \varphi)$; $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T}$
$x - ?$	$x = 0{,}1\sin\dfrac{2\pi}{4}t = 0{,}1\sin\dfrac{\pi}{2}t$.

Задачи для самостоятельного решения:

4.1. Математический маятник совершает 30 колебаний за одну минуту. Определите период и частоту колебаний.

4.2. Амплитуда колебаний пружинного маятника 5см., частота колебаний 1Гц. Какой путь пройдет колеблющееся тело за 10с. Какое перемещение совершит колеблющееся тело за один период колебаний?



4.3. Координата колеблющегося тела изменяется по закону: $x = 0{,}1\cos\pi t$. Определите амплитуду, период и частоту колебаний.

4.4. Уравнение гармонических колебаний имеет вид $x = 0{,}01\cos(t\pi/2)$. Найти координаты колеблющегося тела через 0.5с, 4с, после начала движения.

4.5. Пружинный маятник, выведенный из положения равновесия и отпущенный, совершает колебания с частотой 1Гц и амплитудой 15см, найти закон гармонического колебания.

4.6. Металлическая пластинка, выведенная из состояния равновесия, колеблется с частотой 600Гц. В начальный момент времени, смещение конца пластинки было максимальным и равным 2мм. Считая, колебания гармоническими, написать уравнение колебаний конца пластинки.

4.7. Тело массой 900г. подвешенное на пружине жесткостью 300Н/м, совершает гармонические колебания с амплитудой 20см. Найдите полную механическую энергию колебаний и максимальную скорость движения.

4.8. Волна от моторной лодки, идущей по озеру, дошла до пристани через 2 минуты, причем расстояние между соседними гребнями волн оказалось равным 1,5м, а время между двумя последовательными ударами волны о пристань 2с. Каково расстояние от пристани до места прохождения лодки?

4.9. Длина волны в воздухе 20см. Скорость распространения звука в воздухе принять равной 340м/с. Найдите скорость распространения звука в веществе, если при той же частоте колебаний длина волны станет равной 1 м.

4.10. Пружинный маятник совершает гармонические колебания с амплитудой А = 6см. Определите смещение шарика спустя время $\tau = 5{,}2*10^{-2}$с от начала колебаний, учитывая,

что начальная фаза $\varphi_o = 0$, масса шарика m = 1,47Н, коэффициент жесткости пружины k = 15Н/м.

4.11. Тело совершает гармоническое колебание с амплитудой 10см, максимальной скоростью 50см/с и начальной колебания фазой 15°. Напишите уравнение гармонического колебания, определите период колебания, и смещение тела через 0,2с от начала колебания.

4.12. Материальная точка массой 20г совершает гармонические колебания с периодом 9с. Начальная фаза колебания 10°. Определите, через какое время от начала движения смещение точки достигнет половины амплитуды. Найдите амплитуду, максимальную скорость и максимальное ускорение точки, если полная ее энергия равна 10^{-2}Дж.

4.13. Точка совершает гармонические колебания с частотой 10Гц. В начальный момент времени, точка имела максимальное смещение 1мм. Напишите уравнение колебаний точки.

4.14. Материальная точка массой 1г совершает гармонические колебания с амплитудой 5см и циклической частотой $2с^{-1}$. Начальная фаза колебаний равна 0. Определите силу, действующую на точку, когда ее скорость будет равна 6см/с.

4.15. Уравнение гармонических колебаний материальной точки, массой 0,01г имеют вид $x = 0{,}2\sin 8\pi t$ м. Найдите возвращающую силу в момент времени 0,1с и полную энергию точки.

4.16. Материальная точка массой 0,01кг совершает гармонические колебания с периодом 2с, ее полная равна 10^{-4}Дж. Определите амплитуду колебаний, напишите уравнение колебаний и найдите максимальное значение силы, действующей на точку.

4.17. Волна с амплитудой 0,02м и частотой колебаний $2с^{-1}$, распространяется в упругой среде со скоростью 20м/с. Определите длину волны, фазу колебаний, смещение, скорость, и ускорение точки, отстоящей на расстоянии 60м от источника в момент времени t = 4с.

4.18. Волна распространяется по прямой со скоростью 20м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой, на расстоянии 12 и15 метров от источника колебаний, колеблются по закону синуса с амплитудами равными 0,1м, и с разностью фаз 135°. Найдите длину волны, напишите ее уравнение и определите смещение точек в момент времени 1,2с.

4.19. Две точки, находящиеся на одном луче колеблются с разностью фаз $3\pi/4$. Расстояния этих точек от источника колебаний 6 и 8,7 метров соответственно. Период колебания источника равен 10^{-2}с. Определите длину волны и скорость распространения колебаний в данной среде. Напишите уравнение волны для первой и второй точек при амплитуде колебаний этих точек равной 0,5м.

4.20. Тело совершает свободные незатухающие колебания по закону $x(t) = 0{,}1\cos(2\pi t+\pi/6)$. Определите максимальную скорость колеблющегося тела.

Тема 5

Основные понятия молекулярной физики. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Основные понятия молекулярной физики. Статистический и термодинамический методы исследования. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Уравнение состояния идеального газа - уравнение Клапейрона-Менделеева. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Средняя энергия одной молекулы. Основные понятия классической и квантовой статистики. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла-Больцмана.

5.1. Основные понятия молекулярной физики.

Молекулярная физика – это раздел физики, в котором изучаются физические свойства тел на основе рассмотрения их микроскопического, молекулярного строения.

Молекула – это наименьшая устойчивая частица вещества, обладающая его основными химическими и физическими свойствами. Состоит молекула из атомов, связанных друг с другом за счет валентных электронов.

Размеры молекул зависят от числа атомов в молекуле, которое составляет от двух (H_2,O_2, HCL) до сотен и тысяч (молекулы белков).

Размеры атомов порядка 10^{-10} м. Несложные молекулы имеют размеры того же порядка. В атомной физике удобна внесистемная единица длины – ангстрем:

$$1\overset{\circ}{A} = 10^{-10} \text{ м.}$$

Моль – единица количества вещества в системе СИ.
В одном моле вещества содержатся такое число его структурных элементов (т.е. составляющих его атомов или молекул), которое равно числу атомов в 12 граммах изотопа углерода ^{12}**C**.

Число частиц, содержащихся в одном моле называют, числом Авогадро – N_A. Численное значение числа Авогадро: N_A = 6,022 × 10^{23} моль$^{-1}$.

Относительная атомная масса, или *атомная масса химического элемента* – это отношение массы атома этого элемента к 1/12 массы атома ^{12}**C**. Относительные атомные массы химических элементов приводятся в таблице Менделеева.

Молекулярная масса вещества – это отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома углерода ^{12}**C**.

Зная химическую формулу вещества можно найти молекулярную массу как сумму атомных масс элементов, составляющих данное вещество. Например, у воды химическая формула H_2O, атомная масса водорода равна 1, умножаем ее на 2 и прибавляем атомную массу кислорода, 16, получаем, что молекулярная масса воды равна 18. Это безразмерное число, т. к. речь идет об *относительной* молекулярной массе.

Можно говорить и просто о массе атома, о массе молекулы, которые измеряют обычно в атомных единицах массы (а.е.м.).

Внесистемная единица массы – *а.е.м.* – это 1/12 массы атома углерода ^{12}**C**, которая в системе СИ равна 1,6605655 × 10^{-27} кг. Таким образом, масса молекулы воды равна 18 а.е.м.

Молярная масса – это масса одного моля вещества, выраженная в кг на моль (система СИ). Обозначается молярная масса буквой M (или μ). Из определения моля следует, что *молярная масса* M, *выраженная в граммах, численно равна относительной молекулярной массе.* Так масса одного моля воды равна 18 г. Из определения моля следует также, что $M = N_A m_{\text{молекулы}}$.

5.2. Статистический и термодинамический методы исследования. Основные положения молекулярно-кинетической теории.

Окружающие нас тела состоят из невообразимо огромного числа частиц, молекул или атомов. Ориентиром здесь служит число Авогадро N_A = 6,022 × 10^{23} моль$^{-1}$, например 18 грамм воды (1 моль) содержит N_A молекул. Поэтому, окружающие нас тела называют *макроскопическими*, от греческого слова *makros* – большой. В противоположность этому атомы и молекулы называют *микроскопическими* телами, от греческого слова *mikros* – малый.

Молекулярно-кинетическая теория объясняет физические свойства макроскопических тел на основе представлений о том, что все тела состоят из микроскопических частиц – атомов и молекул.

При этом молекулярно-кинетическая теория не интересуется движением каждой отдельной молекулы, а только такими *средними* величинами, которые характеризуют движение огромного числа молекул. Эти средние величины связаны с параметрами, характеризующими состояние макроскопического тела.

Поэтому метод молекулярно-кинетической теории называют *статистическим* методом исследования.

Кинетическая теория изучает свойства веществ, рассматривая их состоящими из атомов, которые находятся в непрерывном хаотическом движении. Огромное число отдельных объектов (атомов и молекул) делает невозможным описание их состояния с точки зрения законов Ньютона. Поэтому в молекулярной физике используется статистический метод, когда для характеристики того или иного параметра вещества используются усредненные значения.

Первым объектом нашего изучения явится газообразное состояние вещества. В основе кинетической теории газов лежат следующие постулаты:

1. все тела состоят из большого количества атомов и молекул, движущимися в случайных направлениях с различными скоростями,
2. расстояния между молекулами значительно превышают размеры самих атомов или молекул,
3. каждая из молекул подчиняется законам классической механики, но их кинетическая энергия много больше, чем потенциальная энергия взаимодействия между собой,
4. взаимодействие молекул между собой носит характер упругих столкновений.

Атомы и молекулы взаимодействуют друг с другом: на малых расстояниях отталкиваются, силы отталкивания резко уменьшаются с увеличением расстояния и обращаются на каком-то расстоянии r_0 в ноль; затем, при дальнейшем увеличении расстояния переходят в силы притяжения. Силы притяжения при увеличении расстояния сначала растут, затем, достигнув максимального значения, убывают до нуля. Все сказанное иллюстрируется приведенным графиком зависимости силы взаимодействия двух молекул от расстояния между ними (рис.5.1).

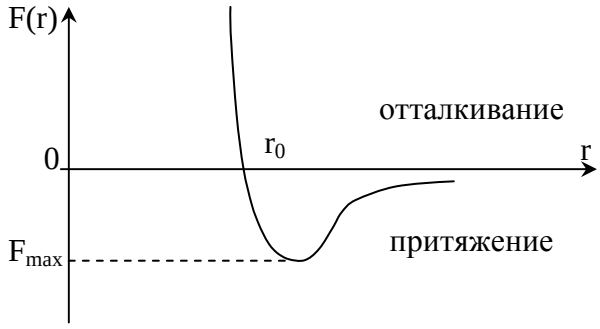


Рис. 5.1.

Газ, который удовлетворяет всем этим требованиям, называется идеальным.

Очевидно, что на самом деле это всего лишь некоторая абстрактная модель, т.к. в действительности поведение реальных газов только приближенно следует закономерностям, полученным для идеального газа. Степень приближения связана, прежде всего, с конечными размерами реальных молекул, тогда как в модели идеального газа их принято считать материальными точками. Справедливости ради необходимо отметить, что в *нормальных* условиях поведение большинства реальных газов может достаточно точно описываться законами идеального газа, но при сильных сжатиях конечный размер молекул приводит к заметному отклонению поведения реальных газов от идеального.

Термодинамика в противоположность молекулярно-кинетической теории изучает макроскопические свойства тел, не интересуясь их микроскопической природой.

Статистическая термодинамика посвящена обоснованию законов термодинамики на основе законов взаимодействия частиц составляющих физические системы.

5.3. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа.

Идеальный газ – это физическая модель, в которой:

1. пренебрегают собственными размерами молекул;
2. пренебрегают энергией взаимодействия между молекулами;
3. в процессе столкновения между собой и со стенками сосуда молекулы ведут себя как абсолютно упругие тела.

Опыт показывает, что при давлениях, близких к атмосферному, и температурах, близких к комнатной, многие газы (азот, кислород, водород, пары воды и т.д.) можно считать идеальными. Энергией взаимодействия молекул между собой здесь можно пренебречь потому, что в этих условиях лишь небольшая доля молекул находится в каждый момент времени в состоянии соударения.

Молекулярно-кинетическая теория позволяет выразить макроскопические параметры термодинамической системы (давление, температуру и т.д.) через усредненные микроскопические величины.

Давлением p, в случае равномерного распределения сил вдоль поверхности, называется величина:

$$p \equiv \frac{F}{S}, \quad [p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па, паскаль}, \tag{5.1}$$

где F – сумма приложенных перпендикулярно к участку поверхности сил, S – площадь участка поверхности.

Прибор для измерения давления называется *манометром*.

За единицу абсолютной температуры T в системе СИ принят Кельвин (К). Температура в градусах Цельсия (t, ^{o}C) связана с T (в К) следующим равенством:

$$T = t + 273{,}16 \text{ К}, \qquad (5.1)$$

причем 1°C = 1К.

Прибор для измерения температуры называется *термометром*.

5.4. Уравнение состояния идеального газа – уравнение Клапейрона-Менделеева.

Состояние некоторой массы идеального газа определяется тремя *параметрами состояния*: p – давлением; V – объемом; T – абсолютной температурой.

Связь между этими параметрами называется *уравнением состояния*.

Для идеального газа *уравнение состояния*, установленное опытным, путем имеет следующий вид:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \qquad R = 3{,}81\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \qquad (5.2)$$

Это уравнение называется *уравнением Клапейрона-Менделеева*, в нем:
p – давление газа; V – его объем; T – абсолютная температура; m – масса газа; M – молярная масса данного газа; R – универсальная газовая постоянная.

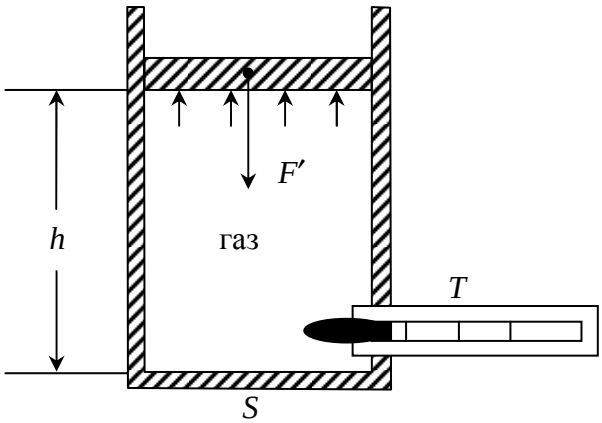


Рис. 5.2.

Проверить на опыте уравнение Клапейрона-Менделеева можно с помощью экспериментальной установки, идеализированная схема которой приведена на приведенном выше рис.5.2. Газ в этой установке помещен в цилиндр под подвижным поршнем.

Температуру газа T измеряют термометром, объем $V = Sh$. Давление можно найти, поделив силу F', с которой поршень давит на газ на его площадь S, поршень находится в равновесии и сила F' уравновешена слой давления газа $F = pS$.

Из (5.2) получим связь давления идеального газа с концентрацией молекул и температурой – еще одну формулу уравнения состояния идеального газа.
Для этого выразим из уравнения Клапейрона-Менделеева давление

$$p = \frac{1}{V}\frac{m}{M}RT = \frac{1}{V}\nu RT.$$

Величина $\nu = \dfrac{m}{M}$ – дает число молей газа.

В самом деле, m – масса всего газа, а M – масса одного моля. Помножим и поделим правую часть выражения для p на число Авогадро N_A:

$$p = \frac{1}{V}\nu N_A \frac{R}{N_A} T = \frac{N}{V} kT \ , \qquad (5.3)$$

здесь $N = \nu N_A$ – число молекул газа; $k = R/N_A$ = 1,38 × 10^{-23} – *постоянная Больцмана*.
Концентрация молекул – n **:**

$$n \equiv \frac{N}{V}, \qquad (5.4)$$

с учетом этого получим связь давления идеального газа с его концентрацией и температурой

$$p = nkT \ , \qquad (5.5)$$

Это еще одна форма опытного уравнения состояния идеального газа.

Идеальным газом обычно бывает и смесь нескольких простых идеальных газов. В этом случае давление смеси:

$$p = \sum_i p_i = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots, \qquad (5.6)$$

где p_i - парциальное давление газов смеси.

Парциальное давление – это такое давление, которое создавалось бы одним из газов смеси, если бы один занимал весь объем, занимаемый смесью.

Согласно (5.5):

$$p_i = n_i kT \ ,$$

$$p = \sum_i p_i = \left(\sum_i n_i \right) kT = nkT \ ,$$

где $n = \sum_i n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots$ – суммарная концентрация молекул смеси газов.

Формула (5.6) – это закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме их парциальных давлений.

Надо отметить, что суммарная концентрация молекул смеси не должна быть слишком большой, иначе газ перестанет быть идеальным. Это является *критерием применимости* как уравнения Менделеева-Клапейрона, так и закона Дальтона.

5.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.

Пусть газ находится в сосуде слева от стенки, на которой мы выделим площадку S. Направим ось x вправо, перпендикулярно стенке сосуда. Пусть молекула массой m_0 летит вдоль оси x со скоростью $\vec{v}_1$ по направлению к стенке (рис.5.3,а). После упругого удара о стенку скорость молекулы изменит свое направление на противоположное $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$, откуда для проекций на ось x: $v_{2x} = -v_{1x}$ (рис. 5.3,б).

По второму закону Ньютона, средняя сила $< F_x' >$, действующая со стороны стенки на одну молекулу равна:

$$< F_x' >= \frac{\Delta(m_0 v_x)}{\Delta t} = \frac{m_0 v_{2x} - m_0 v_{1x}}{\Delta t} = -\frac{2m_0 v_{1x}}{\Delta t} = -\frac{2m_0 v}{\Delta t},$$

здесь v – модуль скорости молекулы.

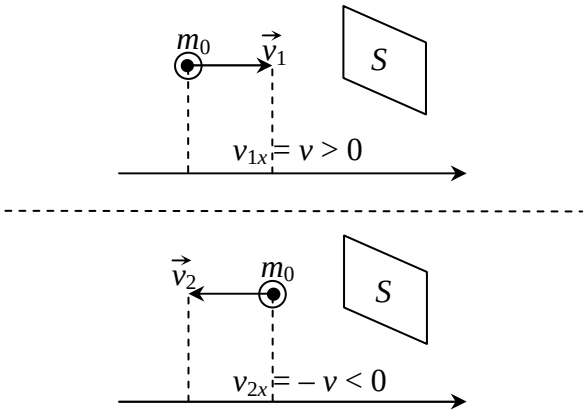


Рис.5.3.а, б

По третьему закону Ньютона, со стороны молекулы на стенку действует в течение промежутка времени Δt средняя сила:

$$< F_x >= - < F_x' >= \frac{2mv}{\Delta t}.$$

Давление p найдем, если силу $< F_x >$ помножим на N_x – число ударов молекул о стенку за время Δt, а затем, согласно (5.1), поделим на S:

$$p = \frac{N_x < F_x >}{S}.$$

За время Δt до стенки долетят лишь те молекулы, которые находятся от стенки не дальше, чем на расстоянии $v\Delta t$ и имеют положительную проекцию скорости v_x (летят к стенке). В силу хаотичности движения молекул можно принять, что в положительном направлении оси x, к стенке, движется 1/6 часть всех молекул, 1/6 движется в отрицательном направлении оси x, аналогично – по осям y и z. Выразим число молекул в объеме $Sv\Delta t$ (рис.5.4) через их концентрацию n (5.4): $N = nSv\Delta t$.

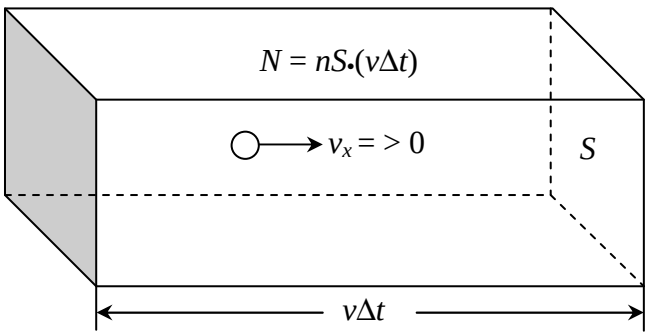


Рис.5.4.

Тогда

$$N_x = \frac{1}{6}N = \frac{1}{6}nSv\Delta t, \qquad p = \frac{N_x < F_x >}{S} = \frac{1}{6}nSv\Delta t \cdot \frac{2m_0 v}{\Delta t S} = \frac{1}{3}nm_0 v^2.$$

Предыдущие рассуждения велись так, как будто бы скорости всех молекул одинаковы. Чтобы учесть различие скоростей молекул надо вместо v^2 взять $< v^2 >$ – среднее значение этой величины Тогда для давления получим:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 < v^2 > = \frac{2}{3} n \frac{m_0 < v^2 >}{2} = \frac{2}{3} n < \varepsilon_{\text{пост}} > .$$

Полученное выражение и есть

основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_{\text{пост}} >, \qquad (5.7)$$

здесь $< \varepsilon_{\text{пост}} > = \frac{m_0 < v^2 >}{2}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

5.6. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Средняя энергия одной молекулы.

Запишем рядом два уравнения: уравнение состояния идеального газа в форме, полученной в (5.5) и основное уравнение молекулярно-кинетической теории (5.7):
Приравнивая правые части получим:

$$< \varepsilon_{\text{пост}} > = \frac{3}{2} kT , \qquad (5.8)$$

Таким образом, молекулярно-кинетическая теория раскрывает физический смысл абсолютной температуры (*молекулярно-кинетический смысл температуры*):

Температура – это величина, пропорциональная средней энергии поступательного движения одной (!) молекулы.

Как выяснилось, такая связь между средней энергией поступательного движения и абсолютной температурой справедлива для вещества, находящегося и в жидком, и в твердом состоянии:

при $T = 0$ $< \varepsilon > = 0$.

Число степеней свободы механической системы – это минимальное число независимых координат, которые полностью определяет пространственное положение рассматриваемой системы.

В частности можно говорить и о *числе степеней свободы молекулы*. Обозначается число степеней свободы буквой i (рис.5.5).

Для материальной точки это число равно трем, т. к. ее положение полностью определяется тремя координатами x, y, z.

Материальная точка используется в качестве модели одноатомной молекулы идеального газа, таким образом, для нее $i = 3$.

Для жесткой двухатомной молекулы к трем пространственным координатам необходимо добавить два угла поворота вокруг осей, перпендикулярных оси молекулы. Вращение вокруг оси молекулы не приводит изменение ее пространственного положения. Итак, для двухатомной жесткой молекулы $i = 3 + 2 = 5$.

Для жесткой многоатомной молекулы, с количеством атомов больше двух, число степеней свободы $i = 6$. Здесь добавляется еще один угол поворота, изменяющего пространственное положение молекулы.

Если модель жесткой молекулы неприменима, то необходимо учитывать и колебательные степени свободы.

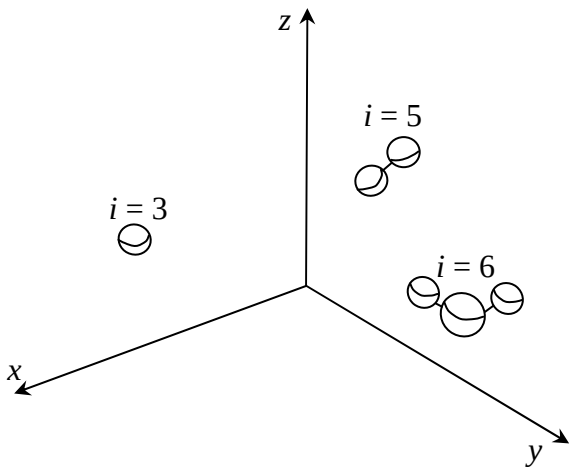


Рис. 5.5.

Законом равнораспределения энергии по степеням свободы в классической статистической физике называется следующие утверждения:

1. средняя кинетическая энергия $<\varepsilon_1>$, приходящаяся на одну поступательную и вращательную степень свободы молекулы равна $(1/2)kT$, т.е.:

$$<\varepsilon_1>=\frac{1}{2}kT;$$

2. средняя потенциальная энергия, приходящаяся на колебательную степень свободы, равна $(1/2)kT$.

Точно также средняя кинетическая энергия, приходящаяся на колебательную степень свободы, равна $(1/2)kT$.

Таким образом, *средняя энергия одной молекулы*:

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT, \qquad i=i_{\text{пост}}+i_{\text{вр}}+2i_{\text{колеб}}, \tag{5.9}$$

причем всегда $i_{\text{пост}}=3$.

5.7. Основные понятия классической и квантовой статистики.

Классическая статистика описывает макросистемы, состоящие из микрочастиц, движение которых в рассматриваемых условиях можно описывать законами классической механики (механики Ньютона). Примером такой системы, подчиняющейся законам классической статистики является идеальный газ.

В общем случае для описания движения микрочастиц, необходимо применять законы квантовой механики. Статистическая физика, описывающая макросистемы, состоящие из микрочастиц, движение которых описывается законами квантовой механики, называется *квантовой статистикой*.

Одним из основных понятий статистики (как классической, так и квантовой) является *вероятность*. Пусть какая-либо физическая система может находиться в различных физических состояниях. Предположим, что эти состояния дискретны, т.е. характеризующие их физические величины изменяются скачками и каждое состояние характеризуется определенным значением x_i некоторой физической величины x. В некоторых состояниях система будет проводить большее время, в некоторых – меньшее. Будем измерять величину x некоторое число раз N. Обозначим N_i – число измерений,

каждое из которых дает значение измеряемой величины x, равное x_i. Вероятностью w_i того, что величина x имеет значение x_i, называется предел отношения числа N_i к полному числу измерений N при стремлении N к бесконечности, т.е.:

$$w_i = \lim_{N\to\infty} \frac{N_i}{N}. \qquad (5.10)$$

Дискретное значение физических величин – характерная особенность всех микрочастиц (атомов, молекул). Например, энергия вращательного и колебательного движения молекулы может меняться только дискретно, скачками. Про такую величину говорят, что она квантуется.

Вместе с тем, можно с большой точностью считать, что энергия поступательного движения молекул не квантуется, т.е. изменяется непрерывно, значит, непрерывно меняется и скорость молекул газа, а также и координата молекул в пространстве. Для непрерывной случайной величины, например, скорости молекулы v, вероятность dw_v того, что скорость молекулы v принимает значения в интервале от v до $v+dv$ вычисляется так:

$$dw_v = \lim_{N\to\infty} \frac{dN_v}{N}, \qquad (5.11)$$

здесь N – полное число измерений скорости, dN_v – число измерений, в которых скорость молекулы попала в интервал от v до $v+dv$.
Очевидно, что:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1. \qquad (5.12)$$

Это следует из определения вероятности (5.10):

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = \sum_{i=1}^{N} \lim_{N\to\infty} \frac{N_i}{N} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} N_i = \lim_{N\to\infty} \frac{N}{N} = 1.$$

Аналогично и для непрерывной случайной величины. Из (5.11) следует, что:

$$\int dw = 1. \qquad (5.13)$$

5.8. Барометрическая формула.

Пусть *идеально* термодинамически равновесный газ, имеющий везде одну и ту же температуру находится в однородном поле тяготения Земли. При этом каждая молекула газа имеет потенциальную энергию:

$$\varepsilon_p = m_0 g z,$$

где g – ускорение свободного падения (g = 9,81 м/с^2), z – высота, на которой находится молекула над поверхностью Земли.

Газ, кроме всего прочего, находится и в механическом равновесии. Запишем условия механического равновесия для элементарного участка столба газа (воздуха, например) высотой dz, изображенного на рис.5.6:

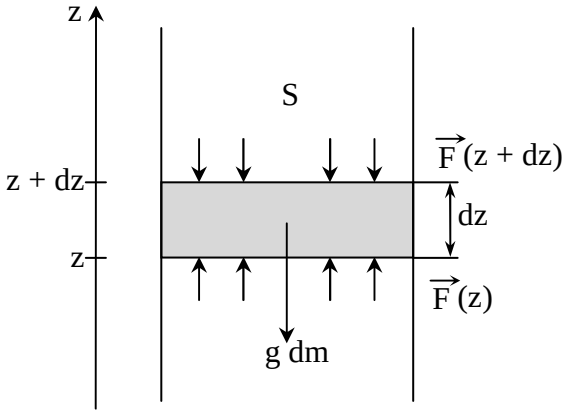


Рис. 5.6.

$$\vec{F}(z+dz)+\vec{F}(z)+\vec{g}dm=0,$$

где dm – масса рассматриваемого участка столба, $dm=\rho(z)Sdz$, причем $\rho(z)$ – плотность вещества в газовом столбе, а S – площадь его поперечного сечения.
Из уравнения состояния идеального газа (5.2) для плотности газа ρ следует, что:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{pM}{RT}, \text{ или } \rho(z)=\frac{M}{RT}=p(z), \text{ а } dm=\frac{M}{RT}Sp(z)dz. \qquad (5.14)$$

Спроецируем векторное уравнение на ось z:

$$-F(z+dz)+F(z)-gdm=0,$$

Выразим силы через давление, в соответствии с (5.1), а dm подставим из (5.14), тогда:

$$S[p(z+dz)-p(z)]=-g\frac{M}{RT}Sp(z)dz,$$

или разделим переменные p и z, получим:

$$\frac{dp}{p(z)}=-\frac{gM}{RT}dz.$$

Это дифференциальное уравнение для неизвестной функции $p(z)$. При условии, что температура T не зависит от z, зависимость $p(z)$ можно найти интегрированием:

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p}=-\frac{gM}{RT}\int_0^z dz; \qquad \ln\frac{p}{p_0}=-\frac{gM}{RT}z.$$

После потенцирования этого выражения получаем:

$$p(z)=p_0e^{-\frac{gM}{RT}z}. \qquad (5.15)$$

Эту полученную Больцманом формулу называют барометрической формулой. В ней p_0 – давление на поверхности Земли, где $z=0$.
Воспользовавшись соотношениями $M=m_0N_A$ и $R=kN_A$ (5.3), барометрическую формулу можно привести к виду:

$$p(z)=p_0e^{-\frac{m_0gz}{kT}}=p_0e^{-\frac{\varepsilon_n(z)}{kT}}, \qquad (5.16)$$

где $\varepsilon_n(z)$ – потенциальная энергия одной молекулы газа в рассматриваемом однородном поле тяготения.

5.9. Распределение Больцмана.

Формулу (5.16), воспользовавшись соотношением (5.5) и независимостью температуры T от z, можно привести к виду:

$$n(z) = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_n(z)}{kT}}, \tag{5.17}$$

Согласно (5.17) число молекул, находящихся в малом прямоугольном участке пространства, изображенном на рис.5.7:

$$dN = ndV = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}} dxdydz .$$

А вероятность нахождения в этом объеме:

$$dw = \frac{dN}{N} = \frac{n_0}{N} e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}} dxdydz .$$

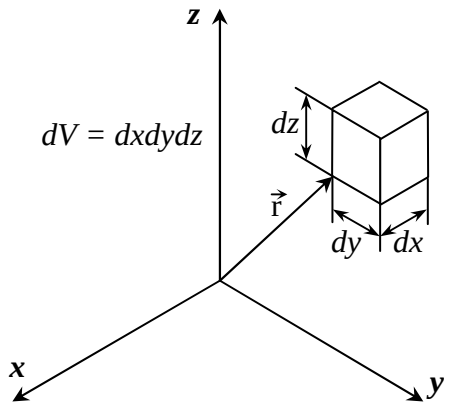


Рис. 5.7.

Это полученное Больцманом соотношение называется распределением Больцмана. Оно выполняется в любом потенциальном поле, например, в неоднородном поле тяготения. В этих случаях:

$$dW_{\vec{r}} = Be^{-\frac{\varepsilon_n(x,y,z)}{kT}} dxdydz , \tag{5.18}$$

где – $dW_{\vec{r}}$ вероятность того, что молекула имеет координаты от x до $x+dx$, от y до $y+dy$, от z до $z+dz$; B – постоянный множитель, получаемый из условия нормировки (5.13):

$$B\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon_n(x,y,z)}{kT}} dxdydz = 1, \tag{5.19}$$

5.10. Распределение Максвелла-Больцмана.

Молекулы идеального газа, находящегося в термодинамическом равновесии, вполне определенным образом распределены не только по координатам, но и по проекциям своих скоростей. Максвеллом было получено следующее соотношение:

$$dW_{\vec{v}} = Ae^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}} dv_x dv_y dv_z , \tag{5.20}$$

где ε_k – кинетическая энергия молекулы.

Учтем, что $<\varepsilon_{\text{пост}}>$

$$\varepsilon_k = \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{m_0\left(v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2\right)}{2},$$

тогда:

$$dW_{\vec{v}} = Ae^{-m_0\frac{v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z, \qquad (5.20а)$$

здесь $dW_{\vec{v}}$ – вероятность обнаружения молекулы в бесконечно малом прямоугольном параллелепипеде в пространстве скоростей, изображенном на рис. 5.8. Другими словами, это вероятность того, что молекула имеет проекцию скорости на ось x в интервале от v_x до $v_x + dv_x$ и в подобных же интервалах для значений v_y и v_z.

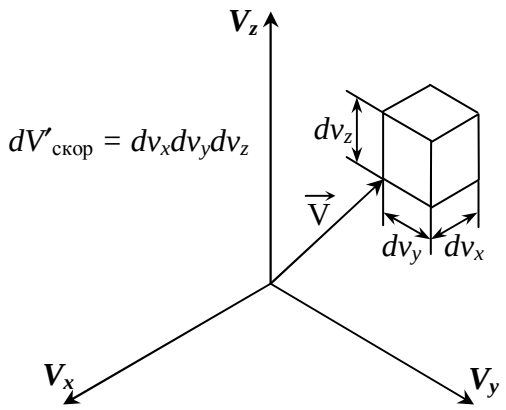


Рис. 5.8.

В распределении (5.20) A – константа, выражение для которой можно найти из условия нормировки (5.13):

$$A = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}, \qquad (5.21)$$

Распределение (5.20а) принято называть распределением Максвелла по компонентам скоростей.

Перемножив $dW_{\vec{v}}$ из (5.20) и $dW_{\vec{r}}$ из (5.18), получим $dW_{\vec{v},\vec{r}}$ – вероятность того, что молекула имеет определенный вектор скорости $\vec{v}$ (с точностью до dv_x, dv_y, dv_z) и находится в определенном месте пространства с точностью до $dxdydz$.

$$dW_{\vec{v},\vec{r}} = ABe^{-\frac{\varepsilon}{kT}} dv_x dv_y dv_z dxdydz, \qquad (5.22)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_n$ – полная энергия молекулы, а $e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$ – так называемый фактор Больцмана. Формула (6.22) и есть распределение Максвелла-Больцмана.

Задачи к теме 5

Пример решения:

Баллон объемом 12 л наполнен азотом при давлении 8,1 МПа и температуре 17°С. Какая масса азота находится в баллоне?

Решение:

Дано:	СИ
V = 12 л	$12\cdot10^{-3}$ м^3
p = 8,1 МПа	$8{,}1\cdot10^{6}$ Па
T = 17°С	290 К
M_N =0,028 кг/моль	
m – ?	

$$pV = \frac{m}{M}RT\ ;\ m = \frac{pVM}{RT}$$

$$m = \frac{8{,}1\cdot10^{6}\times12\cdot10^{-3}\times0{,}028}{8{,}31\times290} = 1{,}13\ \text{кг}.$$

$$[m] = \frac{\text{Па}\cdot\text{м}^3\cdot\text{кг/моль}}{\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot\text{К}} = \frac{\text{Н/м}^2\cdot\text{м}^3\cdot\text{кг}}{\text{Н}\cdot\text{м}} = \text{кг}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

5.1. Определите число атомов в 1кг водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) и массу одного атома водорода. N_A = 6,02*10^{23}моль$^{-1}$.

5.2. В закрытом сосуде емкостью 20л, при температуре 300К, находится газовая смесь водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) массой 6г и гелия (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль) массой 12г. Определите давление и молярную массу газовой смеси в сосуде. (R = 8,31Дж/(моль*К)).

5.3. Определите, какое давление создает азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 2г, занимающий объем 820см^3 при температуре 7°С.

5.4. Определите, сколько киломолей и молекул водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) содержится в объеме 50м^3 под давлением 767мм рт.ст. при температуре 18°С. Какова плотность и удельный объем газа? (1мм рт.ст. = 133Па).

5.5. В баллоне объемом 10л находится гелий (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль) под давлением 1МПа при температуре 300К. После того как из баллона было взято 10г гелия, температура в баллоне понизилась до 290К. Определите давление гелия, оставшегося в баллоне.

5.6. В баллоне содержится кислород (M_O = 32кг/кмоль) массой 80г и аргон (M_A = 40кг/кмоль) массой 320г. Давление смеси составляет 1МПа, температура 300К. Определите емкость баллона при условии, что данные газы идеальные.

5.7. Определите плотность смеси газов водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) массой 8г и кислорода (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) массой 64г при температуре 290К и при давлении 0,1МПа.

5.8. Азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 7г находится под давлением 0,1МПа и температуре 290К. В результате изобарного нагревания азот занял объем 10л. Определите объем азота до расширения, температуру азота после расширения и плотность газа до и после расширения.

5.9. В сосуде вместимостью 1л находится кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) массой 1г. Определите концентрацию молекул кислорода в сосуде. (k = 1,38*10^{-23}Дж/К).

5.10. В сосуде объемом 2м^3 находится смесь 4кг гелия (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль) и 2кг водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) при температуре 27°С. Определите давление и молярную массу смеси газов. (R = 8,31Дж/(моль*К)).

5.11. В сосуде объемом 1,2м^3 находится смесь 10кг азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) и 4кг водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) при температуре 300К. Определите давление и молярную массу смеси газов. (R = 8,31Дж/(моль*К)).

5.12. В закрытом сосуде емкостью 3м^{3}находятся 1,4кг азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) и 2кг гелия (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль). Определите температуру газовой смеси и парциальное давление гелия, если парциальное давление азота равно 1,3*10^{5}Па.

5.13. Какой объем занимает смесь 1кг кислорода (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) 2кг гелия (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль) при нормальных условиях? Какова молярная масса смеси?

5.14. Средняя квадратичная скорость некоторого газа при температуре 273К равна 480м/с. Определите количество молекул, содержащихся в 1г этого газа. (R = 8,31Дж/(моль*К)).

5.15. Определите давление, оказываемое газом на стенки сосуда, если его плотность равна 0,01кг/м^3, а средняя квадратичная скорость молекул газа составляет480м/с.

5.16. В сосуде емкостью 2л находится азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) при температуре 27°С и давлении 5,065Н\м^2. Определите число молекул в сосуде, число столкновений между всеми молекулами за 1с и среднюю длину свободного пробега молекул. Эффективный диаметр молекулы азота равен 3,1*10^{-10}м, k = 1,38*10^{-23}Дж/К.

5.17. Определите число молекул азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) в 1м^3, если давление равно 3,69атм, а средняя квадратичная скорость молекул равна 2400м/с. 1атм = 1,01*10^{5}Па.

5.18. В сосуде емкостью 2л при температуре 27°С и давлении 100кПа, находится кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль). Определите среднюю длину свободного пробега молекул и число соударений за 1с, происходящих между всеми молекулами кислорода. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен 2,9*10^{-10}м.

5.19. Молекула азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) при температуре 280К за 1с испытывает 2,05*108с$^{-1}$ столкновений. Определите плотность азота и среднюю длину свободного пробега молекул.

5.20. В сосуде емкостью 4л при нормальных условиях (Т = 273К; р = 1,01*10^{5}Па) находится азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль). Эффективный диаметр молекулы азота равен 3,1*10^{-10}м. Определите среднюю длину свободного пробега молекул и число соударений за 1с, происходящих между всеми молекулами азота.

5.21. Определите плотность разреженного азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль), если средняя длина свободного пробега молекул равна 10см. Эффективный диаметр молекулы азота равен 3,1*10^{-10}м. Какова концентрация молекул?

Тема 6

Основные понятия термодинамики. Первое начало термодинамики. Теплоемкость идеального газа. Изопроцессы. Адиабатический процесс. Макро- и микросостояния. Статистический вес. Равновесные и неравновесные состояния. Необратимые процессы. Энтропия. Формулировка второго начала термодинамики. Третье начало термодинамики. Энтропия идеального газа. Эффективный диаметр молекул. Средняя длина свободного пробега. Средняя длина свободного пробега. Диффузия. Закон Фика. Самодиффузия в газах.

6.1. Основные понятия термодинамики.

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел, которые могут взаимодействовать между собой и с другими телами (внешней средой) – обмениваться с ними энергией и веществом. В частности, термодинамическая система может состоять из одного *макроскопического тела*.

В некоторых отношениях простейшим макроскопическим телом является идеальный газ, на примере которого мы будем иллюстрировать понятия и законы термодинамики.

Состояние термодинамической системы характеризуют *макроскопическими параметрами состояния*: давлением, температурой, объемом, плотностью и т.д.

Например, для заданной массы идеального газа параметрами состояния являются три величины: p, V, T.

Равновесное состояние – это такое состояние системы, в которое она самопроизвольно переходит через достаточно большой промежуток времени (время релаксации) в условиях изоляции от окружающей среды.

В равновесном состоянии параметры системы имеют определенные значения и не меняются со временем.

Термодинамическим процессом называется всякое изменение во времени хотя бы одного из параметров состояния системы.

Равновесным термодинамическим процессом называют процесс, состоящий из непрерывной последовательности равновесных состояний. Строго равновесным может быть только бесконечно медленный процесс.

Равновесный процесс является *обратимым*, т.к. он может быть осуществлен в обратном направлении через те же промежуточные состояния и без каких-либо изменений в окружающих телах.

Классическая термодинамика дает полное количественное описание только равновесных процессов. Термодинамика *неравновесных* процессов занимается изучением количественных закономерностей в неравновесных процессах для состояний, не сильно отличающихся от равновесных.

6.2. Первое начало термодинамики.

Первое начало термодинамики – *это закон сохранения энергии для систем, в которых существенную роль играют тепловые процессы*.

Важнейшей характеристикой такой системы является ее *внутренняя энергия*.

Внутренняя энергия термодинамической системы U – это энергия физической системы, зависящая от ее внутреннего состояния.

Внутренняя энергия включает в себя энергию хаотического (теплового) движения всех микрочастиц системы и энергию взаимодействия этих частиц между собой. Во внутреннюю энергию не входит кинетическая энергия движения системы как целого и ее потенциальная энергия во внешних полях. Внутренняя энергия – *функция состояния* системы, т.е. величина внутренней энергии не зависит от процесса перехода системы в данное состояние, а определяется значением параметров состояния.

В идеальном газе молекулы не взаимодействуют между собой, поэтому его внутренняя энергия:

$$U = N < \varepsilon >, \tag{6.1}$$

где N – число молекул в рассматриваемом количестве газа, которое равно $\frac{m}{M} N_A$; $< \varepsilon >$ – средняя энергия одной молекулы, которая, согласно (5.9) равна $\frac{i}{2} kT$.

Отсюда внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \tag{6.2}$$

Существуют два принципиально различающихся способа изменения состояния системы. Первый связан с работой ΔA системы по перемещению окружающих тел (или с работой $\Delta A'$ этих тел над системой). Второй способ состоит в сообщении системе теплоты ΔQ (или отвода ее) при неизменном расположении окружающих тел.

Теплота ΔQ, *сообщенная телу*, есть ни что иное как количество энергии, сообщенное телу за счет обмена энергиями между молекулами контактирующих тел.

В общем случае количество тепла, сообщенное термодинамической системе, идет на приращение внутренней энергии системы и на совершение работы над внешними телами, т.е.:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \tag{6.3}$$

Это и есть первое начало термодинамики.

Пусть идеальный газ расширяется в цилиндре под поршнем, а тот переходит из положения 1 в положение 2 (рис.6.1). Совершаемая при этом газом механическая работа:

$$\Delta A_{1,2} = \int_{h_1}^{h_2} F(h) dh. \tag{6.4}$$

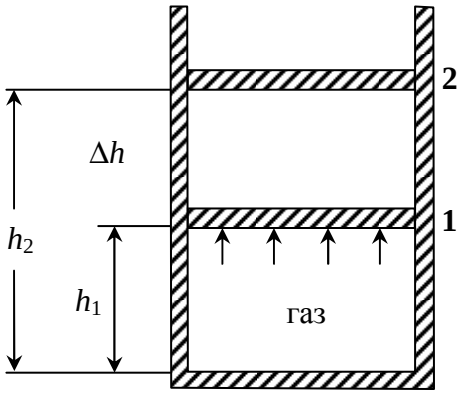


Рис. 6.1

А если перейти от силы F к давлению, которое по определению равно $p = \frac{F}{S}$, получим:

$$\Delta A_{1,2} = \int_{h_1}^{h_2} p(h) S dh = \int_{V_1}^{V} p(V) dV . \qquad (6.5)$$

Как известно из математики, определенный интеграл (6.5) равен площади криволинейной трапеции под кривой $p(V)$ (рис.6.2).

На этом рисунке переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется двумя способами – посредством двух различных процессов. Из рисунка видно, что величина работы $\Delta A_{1,2}$ определяется не только начальным и конечным состоянием тела, но и характером изменения давления $p(V)$ в процессе расширения.

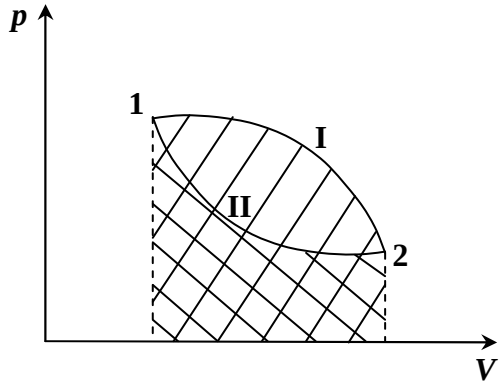


Рис. 6.2.

Теми же свойствами обладает и подведенное к телу тепло и поэтому первое начало термодинамики для бесконечно малого изменения состояния принято записывать следующим образом:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + pdV . \qquad (6.6)$$

Здесь δQ – бесконечно малое количество тепла, сообщенное телу, не являющееся полным дифференциалом какой-либо функции; dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии тела – полный дифференциал его внутренней энергии.

6.3. Теплоемкость идеального газа.

Теплоемкость тела – это отношение тепла, сообщенного телу, к изменению температуры δT, которое при этом произошло:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q_{\text{тела}}}{\delta T}, \quad [C_{\text{тела}}] = \frac{Дж}{К}. \qquad (6.7)$$

Удельная теплоемкость – это отношение теплоемкости тела к его массе, т.е:

$$c = \frac{C_{\text{тела}}}{m} = \frac{1}{m}\frac{\delta Q_{\text{тела}}}{\delta T}, \quad [c] = \frac{Дж}{кг \cdot К}. \qquad (6.8)$$

Молярная теплоемкость – это теплоемкость одного моля вещества, т.е.:

$$C = \frac{\delta Q_{\text{М}}}{\delta T}. \qquad (6.9)$$

Здесь $\delta Q_{\text{М}}$ – количество тепла, подведенное к одному молю вещества для нагревания его на δT. Так как масса одного моля равна M, из (6.8) можно получить связь между C и c:

$$c = \frac{C}{M} = \frac{1}{M}\frac{\delta Q_{\text{М}}}{\delta T}, \quad C = c \cdot M, \quad C_{\text{тела}} = \frac{m}{M}c. \tag{6.10}$$

Определим молярную теплоемкость идеального газа при *постоянном объеме*. Согласно первому началу термодинамики:

$$\delta Q_{\text{М}} = dU_{\text{М}} + pdV_{\text{М}}.$$

При постоянном объеме $dV = 0$ и $\delta Q_{\text{М}} = dU_{\text{М}}$.
Отсюда:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q_{\text{М}}}{\delta T}\right)_{V=const} = \frac{dU_{\text{М}}}{dT} = \frac{\frac{i}{2}RdT}{dT}, \quad C_V = \frac{i}{2}R. \tag{6.11}$$

Здесь использовано предположение, что, согласно (6.2), если речь идет об одном моле вещества. Из (6.2) и (6.11) следует:

$$U = \frac{m}{M}C_V T. \tag{6.12}$$

Определим молярную теплоемкость идеального газа при *постоянном давлении*:

$$C_p = \left(\frac{\delta Q_{\text{М}}}{\delta T}\right)_{p=const} = \frac{dU_{\text{М}}}{dT} + \left(\frac{pdV_{\text{М}}}{dT}\right)_{p=const} = C_V + p\left(\frac{dV_{\text{М}}}{dT}\right)_{p=const}. \tag{6.13}$$

Для одного моля уравнение Клапейрона-Менделеева принимает вид:

$$V_{\text{М}} = \frac{RT}{p},$$

отсюда и из (6.13):

$$C_p = C_V + p\frac{d}{dT}\left(\frac{RT}{p}\right)_{p=const} = C_V + R.$$

Таким образом:

$$C_p = C_V + R = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R. \tag{6.14}$$

Отношение теплоемкостей $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$ называют коэффициентом Пуассона. Из (6.11) и (6.14) следует, что:

$$\gamma = \frac{i+2}{2}. \tag{6.15}$$

Экспериментальные данные о температурной зависимости теплоемкости газов.

Как следует из (6.11) и (6.14) молярные теплоемкости идеальных газов не зависят от температуры и определяются только числом степеней свободы молекул газа. Эксперимент не подтверждает эти теоретические результаты.

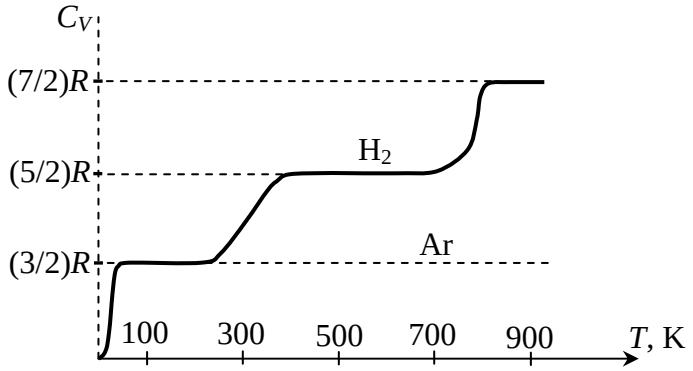


Рис. 6.3.

На рисунке приведена качественная зависимость молярной теплоемкости C_V от температуры для аргона (**Ar**) и водорода (**H_2**). Лишь для одноатомных газов (**Ar**) теплоемкость C_V в широком диапазоне температур постоянна и соответствует, как и показывает теория, трем степеням свободы $(i = 3)$ (за исключением температур, близких к абсолютному нулю). При температурах $T < 100$ К водород ведет себя как одноатомный газ с $i = 3$. Затем число степеней свободы как бы непрерывно растет и достигает значения $i = 5$ при $T = 400$ К.

В диапазоне температур от 100 К до 400 К происходит как бы постоянное "размораживание" двух вращательных степеней свободы. При приближении температуры к 1000 К появляется и колебательная степень свободы, на которую приходится две половинки kT (учитывается кинетическая и потенциальная энергия колебательного движения).

Таким образом, степени свободы, связанные с поступательным движением, дают вклад в теплоемкость при любой температуре, как и предсказывает теория.

Иная ситуация с вращательным движением и колебаниями молекул. Здесь мы имеем дело с внутренними движениями атомов в молекуле, для которых законы классической механики неприменимы. Эти движения носят дискретный, квантовый характер и проявляются, начиная с некоторой пороговой температуры. Для описания этих движений необходимо использовать законы квантовой физики. С основами квантовой физики мы познакомимся в пятой части курса лекций.

6.4. Изопроцессы.

Изопроцессами называются равновесные процессы, при которых один из параметров состояния (p , V или T) остается постоянным.

Изохорическим процессом (*закон Шарля*) называется процесс, когда $V = const$ или, как это следует из уравнения состояния идеального газа (6.2):

$$\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const .$$

Фактически мы уже занимались исследованием изохорического процесса, определяя C_V в предыдущем параграфе. Итак, для изохорического процесса выполняются следующие соотношения:

$$\delta A = 0 ; \quad \delta Q = dU ; \quad dU = \frac{m}{M} C_V dT ; \quad \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T . \qquad (6.16)$$

Изобарическим процессом (*закон Гей-Люсака*) называется процесс, в котором $p = const$ или, как это следует из уравнения состояния идеального газа (6.2):

$$\frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const .$$

Диаграмма этого изопроцесса в координатах p, V изображена на рис. 6.4.

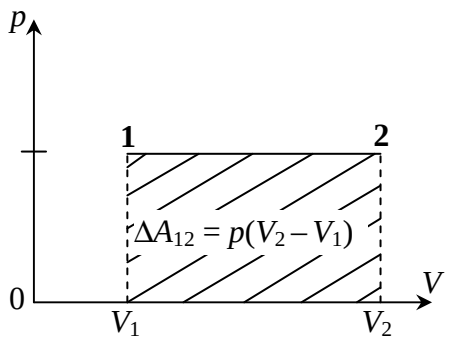


Рис. 6.4.

Работа при изобарическом расширении:

$$\Delta A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p\int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1), \quad \Delta A_{1,2} = p\Delta V \text{ при } p = const . \tag{6.16}$$

Из уравнения Клапейрона-Менделеева (6.2) при $p = const$ следует:

$$p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T .$$

Отсюда и из (6.16.):

$$\Delta A_{1,2} = \frac{m}{M} R\Delta T , \quad p = const .$$

Исследованием изобарического процесса мы фактически занимались в предыдущем параграфе, где была определена теплоемкость при постоянном объеме. Из (6.10) и (6.7) следует:

$$\Delta Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T , \quad p = const .$$

Приращение внутренней энергии здесь по-прежнему определяется формулой:

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T .$$

Изотермическим процессом (*закон Бойля-Мариотта*) называется процесс при $T = const$ или, как это следует из уравнения состояния идеального газа:

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 = \frac{m}{M} RT = const . \tag{6.17}$$

В координатах p, V диаграмма этого процесса – гипербола (рис. 6.5).

Работа при изотермическом расширении:

$$\Delta A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} .$$

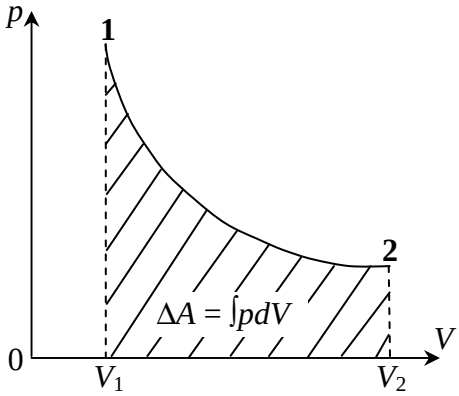


Рис. 6.5.

После интегрирования получим:

$$\Delta A_{1,2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \qquad T = const. \tag{6.18}$$

При $T = const$ внутренняя энергия идеального газа (6.12) не изменяется, поэтому $dU = 0$. Отсюда и из первого начала термодинамики:

$$\delta Q = \delta A; \qquad \Delta Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \qquad T = const.$$

6.5. Адиабатический процесс.

Адиабатическим называется процесс, идущий без теплообмена с окружающей средой.

Исключить теплообмен можно либо за счет хорошей теплоизоляции, либо за счет очень короткого времени протекания процесса (быстропротекающий процесс). Выведем уравнение адиабаты. Для этого при $\delta Q = 0$ из первого начала термодинамики (6.6) имеем:

$$\delta A = -dU, \qquad pdV = -dU.$$

Откуда и из (6.12) получаем:

$$pdV = -\frac{m}{M} C_V dT \Big| \cdot \frac{R}{C_V}.$$

Продифференцировав уравнение Клапейрона-Меделеева (6.2), получим:

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M} RdT.$$

Сложим полученное выражение с предыдущим, умноженным на $\frac{R}{C_V}$, и получим:

$$pdV\left(1 + \frac{R}{C_V}\right) + Vdp = 0. \tag{6.19}$$

Поскольку

$$1+\frac{R}{C_V}=\frac{C_V+R}{C_V}=\frac{C_p}{C_V}=\gamma,$$

уравнение (5.1) принимает вид:

$$\gamma\, pdV+Vdp=0.$$

Или, после деления на pV:

$$\gamma\frac{dV}{V}+\frac{dp}{p}=0.$$

После интегрирования получаем:

$$\gamma\ln V+\ln p=const'.$$

или, после простейших преобразований:

$$\ln\left(pV^{\gamma}\right)=const.$$

Если логарифм некоторой величины есть константа, то константой, но уже другой, является и сама эта величина:

$$pV^{\gamma}=const. \qquad (6.20)$$

Выражение (6.20.) и есть уравнение адиабаты в координатах p, V. Его называют также уравнением Пуассона, а отношение теплоемкостей $\gamma=\frac{C_p}{C_V}$ – коэффициентом Пуассона.

6.6. Макро- и микросостояния. Статистический вес.

Существует несколько различных формулировок второго начала термодинамики, которые эквивалентны между собой. Исторически второе начало возникло на основе анализа работы тепловых машин, и формулировки второго начала термодинамики (Клаузиуса, Кельвина, Освальда), так или иначе, связаны с принципиальными ограничениями, накладываемыми на превращение тепловой энергии (энергии хаотического, неупорядоченного движения) в механическую работу.

В современной термодинамике второе начало формулируется как закон возрастания энтропии. Понятие энтропии можно четко и ясно сформулировать в рамках статистической термодинамики, где энтропия S определяется как величина, пропорциональная натуральному логарифму числа квантовых состояний Ω, доступных для системы:

$$S\equiv k\ln\Omega, \qquad (6.21)$$

здесь $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

В классической механике нет аналога квантового состояния, поэтому возникает вопрос, что же именно мы должны подсчитать, как найти величину Ω – число квантовых состояний? Без некоторого привлечения понятий квантовой механики при подсчете энтропии реальных физических систем здесь принципиально нельзя обойтись.

Квантовая физика будет изложена в следующих разделах, поэтому для иллюстрации статистического определения энтропии мы воспользуемся простейшей моделью.

Макросостояние – это состояние тела, содержащего огромное число частиц $(N\sim N_A)$, заданное с помощью макроскопических величин, характеризующих все тело в целом.

Такими величинами могут быть давление p, объем V, температура T, внутренняя энергия U.

Задать *микросостояние* – это значит задать состояния всех частиц, из которых состоит макроскопическое тело.

В классической механике состояния материальной точки считается заданным, если задан ее радиус-вектор $\vec{r}$ и вектор ее скорости $\vec{V}$. Величины $\vec{r}$ и $\vec{V}$ изменяются с течением времени непрерывно, поэтому в рамках классической механики нельзя ввести понятие «число состояний, в которых может находиться частица».

Такая возможность появляется при описании микрочастиц на более глубоком, квантовом уровне, где величины, характеризующие состояние микрочастиц изменяются скачкообразно, дискретно.

Статистический вес (*статвес*) – это число различных микросостояний, соответствующих данному макросостоянию.

Мы будем обозначать статвес греческой буквой Ω.

Рассмотрим простую модель, иллюстрирующую понятия макро-, микросостояния статистического веса.

Пусть идеальный газ, состоит из N частиц, помещенных в сосуд, разделенный пополам перегородкой. В перегородке имеется небольшое отверстие, через которое молекулы могут случайным образом переходить из левой половины в правую и обратно (рис. 6.6).

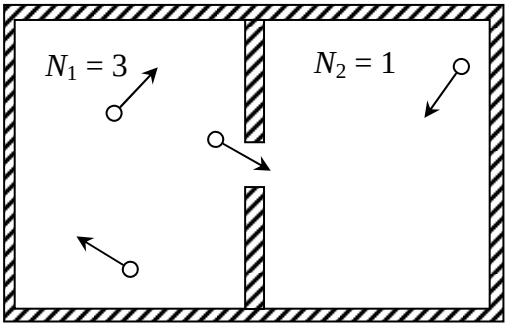


Рис. 6.6.

Макросостояние будем задавать числом молекул N в левой половине сосуда (тогда будет известно и число молекул в правой половине $N_2 = N - N_1$). Так как давление идеального газа:

$$p = nkT,$$

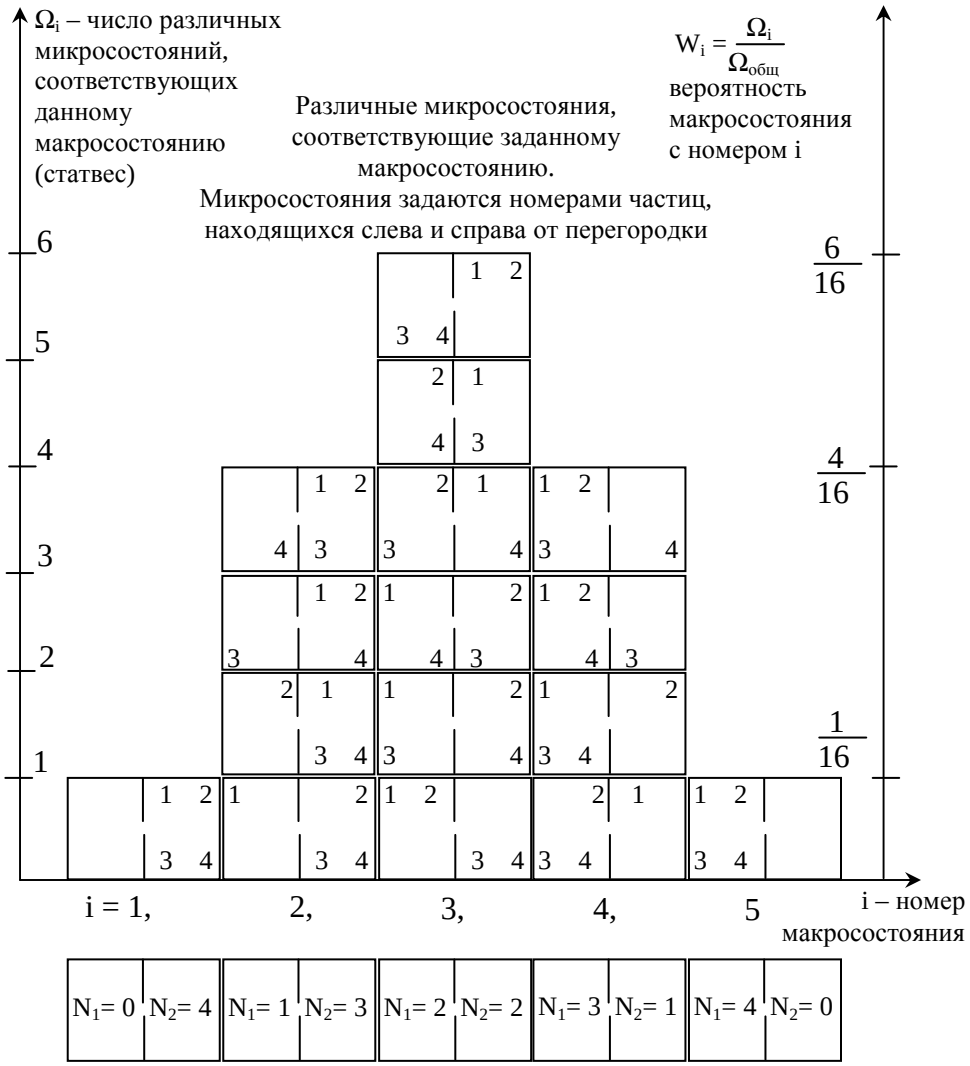
то при заданном объеме сосуда V и температуре газа T такой способ задания макросостояния определяет величину давления p в левой и правой половине сосуда, таким образом, макросостояние будет иметь определенные значения трех параметров состояния: p, V, T.

Для задания микросостояний будем считать, что частицы в чем-то отличаются друг от друга, и мы их сможем пронумеровать.

Тогда микросостояние будем считать заданным, если известны номера молекул, находящихся слева от перегородки (разумеется, при этом известны и номера молекул, находящихся справа). Ясно, что такое задание микросостояния не является полным, но для иллюстрации нужных нам понятий это достаточно хорошая модель.

Рассмотрим простейший случай, когда число молекул $N = 4$. Все возможные комбинации для этого случая представлены на рис. 6.7.

В прямоугольниках, изображающих сосуд с перегородкой, цифрами обозначены номера молекул, находящихся по обе стороны перегородки. Каждый такой прямоугольник с молекулами обозначает определенное микросостояние.



Различные макросостояния, они задаются числами N_1 и N_2,
N_1 – число частиц слева от перегородки;
N_2 – число частиц справа от перегородки.
$\Omega_{общ}$ – общее число микросостояний. $\Omega_{общ} = 2^N$, где N – число частиц.
У нас N = 4, $\Omega_{общ} = 2^N = 16$

Рис. 6.7.

Прямоугольники микросостояний сгруппированы в столбики, соответствующие разным макросостояниям. Макросостояния (их у нас пять) обозначены прямоугольниками с цифрами, обозначающими число молекул слева и справа от перегородки. Всего микросостояний $16 = 2^4$, т.к. каждая молекула, независимо от других, может находиться в двух положениях: слева и справа. Молекул 4, значит общее число микросостояний $\Omega_{общ} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$. Высота столбиков микросостояний дает число различных микросостояний Ω_i, соответствующих заданному макросостоянию с номером i.

Предположим, что все 16 микросостояний рассматриваемой системы *равновероятны*, т.е. встречаются с одинаковой частотой (это предположение носит название *эргодической гипотезы*). Тогда вероятность реализации макросостояния с номером i будет пропорциональна статвесу Ω_i этого состояния:

$$W_i = \frac{\Omega_i}{\Omega_{общ}}, \qquad (6.22)$$

Из рассмотренного примера видно, что с наименьшей вероятностью (1/16) реализуются состояния с $N_1 = 0$, $N_2 = 4$ и с $N_1 = 4$, $N_2 = 0$, т.е. макросостояния с крайне неравномерным распределением молекул между половинками сосуда. Наибольшая вероятность у макросостояния с номером $\mathrm{i} = 3$, где слева и справа от перегородки находится одинаковое число молекул.

Можно показать, что число микросостояний Ω_{i} $(N_1, N - N_1)$ нашей модельной системы для произвольного числа молекул N определяется следующим способом:

$$\Omega_{\mathrm{i}}\left(N_{1\mathrm{i}}, N - N_1\right) = \frac{N!}{N_1!\left(N - N_1\right)!},$$

здесь $N!$ – произведение всех целых чисел от единицы до N т.е: $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (N-1) \cdot N$, (читается как «эн факториал»).

При увеличении числа частиц растет как общее число микросостояний $\Omega_{\text{общ}} = 2^N$, так и увеличивается разница в статистических весах Ω_{i} различных макросостояний.

Для $N = N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ г/моль вероятность того, что все молекулы соберутся в одной половине сосуда:

$$W_1 = \frac{\Omega_1}{\Omega_{\text{общ}}} \approx \frac{1}{2^{10^{23}}} \approx \frac{1}{10^{3 \cdot 10^{22}}}.$$

Это число настолько мало, что можно считать, что такое событие никогда не произойдет.

6.7. Равновесные и неравновесные состояния. Необратимые процессы.

Макроскопическая система, состоящая из большого числа частиц ($N \sim N_A$), согласно эргодической гипотезе проводит одинаковое время во всех своих микросостояниях. В результате с большей вероятностью реализуются макросостояния с наибольшим статистическим весом, в этих макросостояниях система проводит большую часть своего времени. Иногда система случайным образом оказывается в макросостояниях с меньшим статвесом, но так как статвес их мал, проводит в них незначительную часть своего времени. При этом физические величины, характеризующие систему, испытывают кратковременные отклонения от своих средних значений. Такие отклонения называются *флуктуациями*.

Равновесным называется такое макроскопическое состояние системы, которое не имеет тенденции к изменению с течением времени.

Ясно, что равновесное макросостояние – это такое состояние, которое реализуется наибольшим числом микросостояний, т.е. статвес равновесного состояния максимален.

Неравновесные состояния – это состояния со статвесом меньшим, чем у равновесного. В неравновесном состоянии система находится тем меньше, чем меньше его статвес.

Необратимым называется процесс, обратный которому маловероятен.

Если собрать все молекулы в одной половине сосуда и убрать перегородку, то газ распространится на весь сосуд. Вероятность того, что он вновь соберется в одной половине сосуда, как мы подсчитали в конце раздела предыдущего параграфа изчезающе мала, можно считать, что такой процесс никогда не произойдет.

6.8. Энтропия. Формулировка второго начала термодинамики. Третье начало термодинамики.

Энтропия S определяется как натуральный логарифм статистического веса макросостояния, умноженный на постоянную Больцмана

$$S \equiv k \ln \Omega, \qquad (6.23)$$

Это выражение для энтропии получено Л. Больцманом и формула носит название формулы Больцмана.

Статистический вес Ω это и есть число доступных квантовых состояний для системы, находящейся в данном макросостоянии.

Число состояний Ω и логарифм от него – величины безразмерные, следовательно, размерность энтропии определяется размерностью постоянной Больцмана k – Дж/К.

Логарифм, как известно, функция монотонная, следовательно, свойства энтропии определяются свойствами макросостояния:

1) энтропия изолированной системы возрастает при протекании необратимого процесса (т.к. при этом возрастает статвес макросостояния);
2) энтропия системы, находящейся в равновесном состоянии, максимальна (это свойство энтропии также связано со статвесом, который максимален в равновесном состоянии).

Второе начало термодинамики утверждает, что энтропия изолированной системы не может убывать.

Второе начало термодинамики называется *законом возрастания энтропии*.

Энтропия и количество тепла, получаемое системой, связаны между собой. Можно показать, что если система получает в обратимом процессе количество тепла δQ при температуре T, то ее энтропия возрастает на величину:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \text{ (для обратимого процесса)}, \qquad (6.24)$$

Для необратимого процесса энтропия возрастает и за счет необратимости и, если система получает количество тепла δQ при температуре T, то тогда

$$dS > \frac{\delta Q}{T} \text{ (для необратимого процесса)}.$$

Связаны между собой также энтропия и беспорядок.

Упорядоченным называют состояние, осуществляемое малым числом способов, т.е. у упорядоченного состояния статвес мал, значит, мала и энтропия (6.23).

Беспорядочное, или случайное, состояние – это состояние, которое может реализовываться многим числом способов.

Значит энтропия беспорядочного состояния велика. Таким образом, энтропия может служить мерой беспорядка в системе. С ростом температуры растет энтропия системы, уменьшается ее упорядоченность.

Энтропия *отдельных частей* изолированной системы *может уменьшаться*. Но происходит это только в том случае, если в результате *взаимодействия* этих выделенных *неизолированных (открытых)* частей системы с остальными частями энтропия последних *увеличивается* так, что в результате энтропия всей изолированной системы возрастает. Можно сказать, что *упорядоченность* этих отдельных частей системы может возрасти, но *только за счёт увеличения беспорядка у соседей*.

В последнее время в науке развивается направление, связанное с изучением пространственно – временного упорядочивания в различных системах. Это направление

называется синергетикой. Термин «Синергетика» ввёл немецкий физик Герман Хакен. Греческое слово Sinergetike означает «сотрудничество, совместное действие». Синергетика является теорией *самоорганизации*. Под самоорганизацией понимают процессы спонтанного перехода открытых неравновесных систем от неупорядоченного состояния к упорядоченному за счёт совместного действия большого числа элементарных подсистем, составляющих макроскопическую систему.

При абсолютном нуле все квантовые системы переходят в основное состояние. Если оно единственное, то его статвес равен единице и энтропия:

$$S = k\ln 1 = 0.$$

Значит,

энтропия всякого тела стремится к нулю при стремлении к нулю абсолютной температуры, т.е.

$$\lim_{T\to 0} S = 0. \qquad (6.25)$$

Это утверждение называется *третьим началом термодинамики*, *или теоремой Нернста*.

6.9. Энтропия идеального газа.

Для обратимого процесса:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Из первого начала термодинамики (6.6), примененного к идеальному газу (6.12), следует, что:

$$\delta Q = dU + pdV = U = \frac{m}{M} C_V dT + pdV.$$

Объединяя эти равенства, получим:

$$dS = \frac{m}{M} C_V \frac{dT}{T} + p\frac{dV}{T}. \qquad (6.26)$$

Заменим $\frac{p}{T} = \frac{m}{M} R \frac{1}{V}$ (уравнение Клапейрона-Менделеева). Тогда:

$$dS = \frac{m}{M}\left(C_V \frac{dT}{T} + R\frac{dV}{V} \right).$$

После интегрирования получим:

$$dS = \frac{m}{M}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\frac{V_2}{V_1} \right). \qquad (6.27)$$

6.10. Эффективный диаметр молекул.

Статистическая физика и термодинамика, каждая своим способом, изучают равновесные состояния физических систем и обратимые процессы, происходящие в них.

Аналогично *физическая кинетика и термодинамика неравновесных процессов*, каждая своим способом, изучают процессы в неравновесных системах.

Термодинамика неравновесных процессов дает общую феноменологическую теорию макроскопического описания неравновесных процессов. В отличие от

термодинамики неравновесных процессов физическая кинетика исходит из представлений о молекулярном строении рассматриваемых физических систем и силах взаимодействия между молекулами.

Как мы знаем из основных положений молекулярно-кинетической теории молекулы на близких расстояниях отталкиваются друг от друга.

Движение двух молекул, летящих навстречу друг другу, проще проанализировать, если использовать закон сохранения механической энергии применительно к этим молекулам. Потенциальная энергия взаимодействия двух молекул $W_n(r)$ изображена на рис.6.8. На расстоянии r_0 потенциальная энергия достигает минимума, а силы взаимодействия обращаются в ноль.

При большом расстоянии между молекулами ($r >> r_0$) $W_n = 0$, в этом случае их полная энергия W является суммой их кинетических энергий. При сближении молекул сначала, до точки r_0, действуют силы притяжения, затем – силы отталкивания. За счет работы сил отталкивания кинетическая энергия молекул уменьшается, и при некотором расстоянии молекулы на мгновение останавливаются.

В этот момент времени полная энергия молекул W равна потенциальной энергии их взаимодействия $W_n(r)$. Ясно, что с увеличением полной энергии минимальное расстояние, на которое могут сблизиться молекулы, уменьшается. Так на приведенном рисунке полная энергия W_1 больше полной энергии W_2. Поэтому расстояние r_1, на которое могут сблизиться молекулы с энергией W_1, меньше, чем расстояние r_2, на которое сближаются молекулы с энергией W_2.

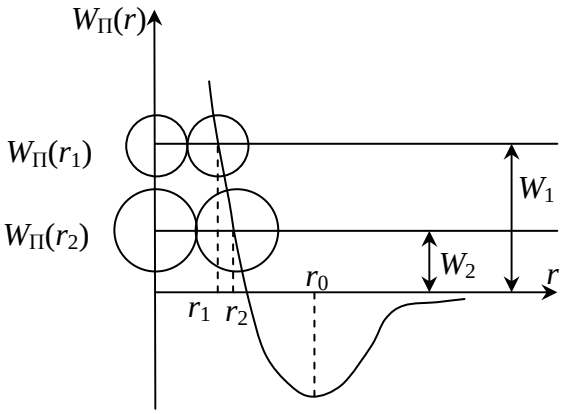


Рис. 6.8.

В случае соударения двух одинаковых шаров минимальное расстояние между центрами шаров равно их диаметру. Поэтому

эффективным диаметром молекулы d называют минимальное расстояние, на которое сближаются при соударении центры двух молекул.

Ясно, что эффективный диаметр молекулы зависит от скорости их сближения (кинетической энергии на большом расстоянии), а значит – от температуры.

6.11. Средняя длина свободного пробега.

Будем считать молекулы шарами с диаметром d, равным эффективному диаметру. Будем также считать, что все молекулы движутся в случайных направлениях с одинаковой скоростью, равной средней скорости $< v >$. Тогда средняя длина свободного пробега λ будет связана со средней скоростью молекул $< v >$ простой формулой:

$$\lambda =< v > \tau , \qquad (6.28)$$

здесь τ – среднее время свободного пробега, т.е. среднее время, в течение которого молекула движется между двумя последовательными соударениями. Иными словами – за время молекула в среднем испытывает одно столкновение.

Величина τ зависит от числа молекул в единице объема n (концентрации), их эффективного диаметра d и от средней относительной скорости $v_{\text{отн}}$ сталкивающихся молекул.

Средняя относительная скорость движения молекул $v_{\text{отн}}$ больше, чем их средняя скорость $< v >$. Можно показать, что:

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{2} < v > .$$

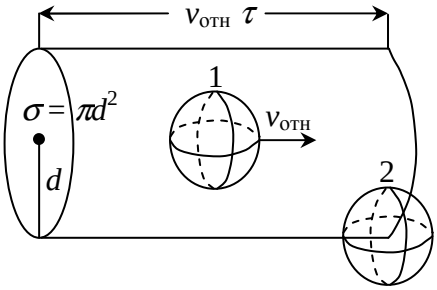


Рис. 6.9.

На рис. 6.9 проиллюстрирован процесс столкновения двух молекул в системе отсчета, где молекула 2 покоится. Молекула 1 может столкнуться с молекулой 2, если центр молекулы 2 расположен от линии движения молекулы 1 не дальше чем d – эффективный диаметр молекул. Это значит, что *в объеме изображенного на рисунке цилиндра в среднем должна находиться* одна молекула.

Обозначим площадь основания этого цилиндра буквой σ. Величина σ называется полным сечением столкновения двух молекул. Объем будет равен $\sigma(v_{\text{отн}} \cdot \tau)$. Умножив этот объем на концентрацию n, мы получим число молекул N в объеме изображенного цилиндра, которое, как сказано выше, должно быть равно единице (одно столкновение за время τ!), т.е.

$$\sigma(v_{\text{отн}} \cdot \tau)n = 1.$$

Откуда

$$\tau = \frac{1}{n\sigma v_{\text{отн}}}, \tag{6.29}$$

Подставляя сюда $v_{\text{отн}} = \sqrt{2} < v >$, получим:

$$\tau = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2} < v >}, \tag{6.30}$$

Подставив в формулу для λ из (6.28) величину τ из (6.30), получим формулу, связывающую длину свободного пробега с концентрацией молекул и полным сечением столкновения σ:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}.$$

Напомним, что $\sigma = \pi d^2$, а d – эффективный диаметр молекулы, он уменьшается с ростом температуры.

Так как по формуле (5.5):

$$p = nkT\ ,$$

то для λ получим:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma\, p}\,. \qquad (6.31)$$

Оценим λ для газа, находящегося при *нормальных условиях*: (p = 1 атм ≈ 10^5 Па, $T = 0^{o}$C = 273 К).

Примем, что эффективный диаметр молекул $d \approx 2 \cdot 10^{-10}$ м, тогда:

$$\lambda = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{\sqrt{2}\pi\left(2 \cdot 10^{-10}\right)^2 \cdot 10^5} \approx 2 \cdot 10^{-7}\ м.$$

Таким образом, $\lambda >> d$, т.е. при обычных условиях молекула пролетает относительно большое расстояние прежде, чем столкнется с другой молекулой.

6.12. Диффузия. Закон Фика.

Диффузией называется самопроизвольное выравнивание концентрации смеси различных веществ, происходящее вследствие теплового движения частиц вещества.

Диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации вещества и ведет к равномерному распределению его по занимаемому объему.

Плотность потока молекул j – это отношение числа молекул dN, прошедших за время dt через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно движению молекул, к dt и $dS_{\perp}$, т.е.:

$$j = \frac{dN}{dt dS_{\perp}}, \quad [j] = \frac{1}{м^2 \cdot с}\,. \qquad (6.32)$$

Опытным путем установлено, что в случае, когда $n = n(z)$:

$$j = -D\frac{dn}{dz}, \qquad (6.33)$$

здесь D – коэффициент диффузии, его размерность $[D] = \frac{м^2}{с}$; $\frac{dn}{dz}$ – градиент концентрации молекул (при $n = n(z)$).

Приведенная связь плотности потока молекул с градиентом концентрации носит название *закона Фика*. Здесь записан закон Фика для случая, когда концентрация n зависит только от одной пространственной переменной z.

6.13. Самодиффузия в газах.

Рассмотрим газ, состоящий из двух почти одинаковых, но отличающихся друг от друга компонент (например, ядра атомов у одной компоненты являются радиоактивными).

Пусть концентрация n_1 первой компоненты зависит от одной координаты, скажем $n_1 = n_1(z) \neq const$. При этом полная концентрация молекул остается неизменной, т.е. $n_1 = n_1 + n_2 = const$, где n_2 – концентрация второй компоненты. Она, как и n_1, тоже не будет постоянной.

Изобразим площадку dS, расположенную перпендикулярно оси z, и найдем плотность потока молекул, пересекающих эту площадку (рис. 6.10). Будем считать, что в

направлении оси z со средней скоростью $<v>$ движется 1/6 часть всех молекул. Тогда через площадку dS за время dt пройдет dN_+ молекул снизу:

$$dN_+ = \frac{1}{6} n_1(z_0 - \lambda) dS < v > dt$$

и dN_- – молекул сверху:

$$dN_- = \frac{1}{6} n_1(z_0 + \lambda) dS < v > dt$$

В выражениях для dN_+ и dN_- концентрации n_1 взяты на расстояниях $\pm\lambda$ от площадки dS, т.к. в среднем последнее соударение молекулы испытывали на расстоянии средней длины свободного пробега λ.

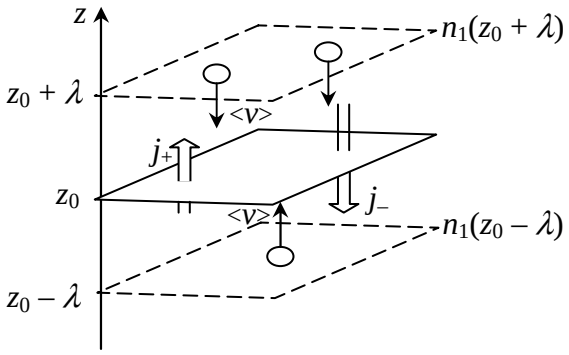


Рис. 6.10.

Результирующее число молекул dN, прошедших через площадку dS за время dt, будет:

$$dN = dN_+ - dN_- = \frac{1}{6} < v > dSdt[n_1(z_0 - \lambda) - n_1(z_0 + \lambda)].$$

Стоящее в квадратных скобках приращение величины n_1 на расстоянии 2λ можно заменить ее дифференциалом:

$$[n_1(z_0 - \lambda) - n_1(z_0 + \lambda)] = -[n_1(z_0 + \lambda) - n_1(z_0 - \lambda)] = -\frac{dn_1}{dz} 2\lambda.$$

Это можно сделать, если $\frac{dn_1}{dz} 2\lambda << n_1(z_0)$. С учетом (6.32) получим следующее выражение для плотности диффузионного потока молекул:

$$j = -\frac{1}{3} < v > \lambda \frac{dn_1(z)}{dz}. \qquad (6.34)$$

Сравнивая полученную здесь формулу для плотности диффузионного потока молекул с законом Фика (6.33), получим для коэффициента диффузии следующее выражение:

$$D = \frac{1}{3} < v > \lambda. \qquad (6.35)$$

Ввиду упрощенного рассмотрения диффузии, величине численного коэффициента 1/3 нельзя придавать серьезного значения, но зависимость D от $<v>$ и λ даже при приближенном рассмотрении получилась верная.

6.14. О физической кинетике других неравновесных процессов.

Физическая кинетика позволяет исследовать не только явление диффузии, но и многие другие неравновесные процессы, например, теплопроводность. Физическая кинетика в состоянии обосновать экспериментально установленный закон теплопроводности и установить, как коэффициент теплопроводности зависит от микроскопических характеристик термопроводящей среды.

Физическая кинетика позволяет обосновать и экспериментально установленный закон внутреннего трения (вязкости) в жидкостях и газах, а также и выяснен, как коэффициент вязкости зависит от микроскопических характеристик вещества.

Физическая кинетика позволяет, например, исследовать электропроводность металлов. Она в состоянии обосновать знакомый уже нам из электродинамики закон Ома в дифференциальной форме:

$$\bar{j} = \sigma \bar{E} \ .$$

и выяснить, как удельная электрическая проводимость вещества σ зависит от его микроскопических характеристик. Классическая теория электропроводности, развитая П. Друде, дает для σ следующий результат:

$$\sigma = \frac{ne^2 \lambda}{2m < v >}, \qquad (6.36)$$

где n – концентрация свободных электронов в металле, e – элементарный заряд, λ – средняя длина свободного пробега электрона в металле, которая определяется столкновениями свободных электронов с ионами металла, m – масса электрона, $< v >$ – его средняя скорость.

Так как, в соответствии с $< v > \sim \sqrt{T}$, то из формулы (6.36) следует, что

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{T}} \ . \qquad (6.37)$$

Между тем, опыт показывает, что для металлов:

Так как, в соответствии с $< v > \sim \sqrt{T}$, то из формулы (6.36) следует, что

$$\sigma \sim \frac{1}{T} . \qquad (6.38)$$

Это противоречие теории эксперименту можно устранить только на основе квантово-механического рассмотрения движения электрона в металле. Основы квантовой физики будут изложены в двенадцатой части настоящего курса лекций, результаты квантовой теории электропроводности будут приведены там же.

Задачи к теме 6

Пример решения:

Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда (t = 0°С).

Решение:

Дано:	СИ
m = 1 кг	
T = 0°С	273 К
λ =0,33 МДж/кг	$0{,}33\cdot10^6$ Дж/кг
ΔS – ?	

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T}; \qquad \lambda \text{ – удельная теплота плавления.}$$

$$\Delta S = \frac{1\times0{,}33\cdot10^6}{273} = 1209 \text{ Дж/К.}$$

$$[\Delta S] = \frac{\text{кг}\cdot\text{Дж/кг}}{\text{К}} = \text{Дж/К}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

6.1. Газ находится в сосуде при температуре 27°С и давлении 750мм рт.ст. Определите концентрацию молекул и среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы.

6.2. Определите, чему равны средние кинетические энергии поступательного и вращательного движения молекул, содержащихся в 2кг водорода (M_H = 2*10^{-3}кг/моль) при температуре 400К? (R = 8,31Дж/(моль*К)).

6.3. Газ, занимавший объем 20л при температуре 273К и давлении 1,01*10^{5}Па, был изобарически нагрет до 80°С. Определите работу расширения газа.

6.4. Азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 2кг охлаждается при постоянном давлении до температуры 300К. Определите изменение внутренней энергии, внешнюю работу и количество выделенной теплоты.

6.5. Определите удельные теплоемкости c_p, c_v для смеси 1кг азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) и 1кг гелия (M_{He} = 4*10^{-3}кг/моль).

6.6. Аргон при давлении 0,8атм изменил объем с 1 литра до 2 литров. Определите как изменяется величина внутренней энергии, если расширение газа производилось при изобарическом и адиабатическом процессах. 1атм = 1,01*10^{5}Па.

6.7. Газовая смесь состоит из азота массой 2кг и аргона массой 1кг. Определите удельные теплоемкости c_p и c_v газовой смеси, принимая эти газы за идеальные.

6.8. В сосуде находится газ при температуре 27°С и давлении 4*10^{5}Н/м^2. Определите, какое давление будет в сосуде, если из него выпустить половину массы газа, а температуру понизить до 12°С.

6.9. Кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) массой 160г нагревают при постоянном давлении от 320К до 340К. Определите количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

6.10. Азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 10г находится при температуре 290К. Считая газ идеальным, определите среднюю кинетическую энергию одной молекулы азота и среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул.

6.11. Кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) и массой 1кг находится при температуре 320К. Считая газ идеальным, определите внутреннюю энергию молекул кислорода и среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул.

6.12. Некоторый газ при нормальных условиях имеет удельный объем 0,7м3/кг. Определите молярную массу этого газа и удельные теплоемкости c_v и c_p.

6.13. Определите удельные теплоемкости c_v и c_p смеси углекислого газа (M_{Co} = 44*10^{-3} кг/моль) массой 3г и азота (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 4г.

6.14. Кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) массой 32г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1МПа при температуре 290К. После нагревания давление в сосуде повысилось в 4 раза. Определите объем сосуда, температуру, до которой был нагрет газ и количество теплоты, сообщенное газу.

6.15. Определите количество теплоты, сообщенное газу, если в процессе изохорного (V=const) нагревания кислорода (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) объемом 20л его давление изменилось на 100кПа.

6.16. Азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль) массой 200г с начальной температурой 290К расширяется в результате изобарного процесса при давлении 1МПа. Определите работу расширения и конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота 5кДж.

6.17. Кислород (M_O = 32*10^{-3}кг/моль) объемом 1л находится под давлением 1МПа. Определите, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его объем вдвое в результате изобарного процесса (p=const) и увеличить его давление в два раза в результате изохорного процесса (V=const).

6.18. Некоторый газ массой 1кг находится при температуре 300К и под давлением 0,5Па. В результате изотермического сжатия давление газа увеличилось в два раза. Работа, затраченная на сжатие равна -432кДж. Определите молярную массу и первоначальный удельный объем газа.

6.19. Работа расширения некоторого двухатомного (i=2) идеального газа составляет 2кДж. Определите количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал: 1) изотермически; 2) изобарно.

6.20. При адиабатическом расширении кислорода (ν=2моль), находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в три раза. Определите изменение внутренней энергии газа и работу расширения газа.

6.21. Азот (M_N = 28*10^{-3}кг/моль), находящийся при температуре 400К, подвергли адиабатическому расширению, в результате которого его объем увеличился в 5 раз, а внутренняя энергия уменьшилась на 4кДж. Определите массу азота.

6.22. Двухатомный идеальный газ (i=5) занимает объем 1л и находится под давлением 0,1МПа. После адиабатического сжатия газ характеризуется объемом V_2 и давлением p_2. В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление p_3=0,2МПа. Определите объем V_2 и даление p_2.

Тема 7

Электризация тел. Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Поле электрического диполя. Электрическое поле заряженной нити. Поток напряженности электрического поля. Теорема Гаусса. Применение теоремы Остроградского-Гаусса. Работа в электрическом поле. Потенциал. Связь между напряженностью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности. Свойства эквипотенциальных поверхностей.

7.1. Электризация тел.

Многие физические явления, наблюдаемые в природе и окружающей нас жизни, не могут быть объяснены только на основе законов механики, молекулярно-кинетической теории и термодинамики. В этих явлениях проявляются силы, действующие между телами на расстоянии, причем эти силы не зависят от масс взаимодействующих тел и, следовательно, не являются гравитационными. Эти силы называют *электромагнитными силами.* О существовании электромагнитных сил знали еще древние греки. Вы наверняка встречались в своей жизни с такими явлениями:

- ✓ вы расчесываете чистые сухие волосы пластмассовой расческой, а они притягиваются к ней;
- ✓ после этого расческа может притягивать и другие мелкие предметы, например, мелкие бумажки;
- ✓ когда вы снимаете свитер или синтетическую рубашку, вы слышите треск и чувствуете покалывания, а в темноте даже видны вспышки света;
- ✓ если поднести руку к экрану работающего телевизора, то можно услышать легкое потрескивание и даже увидеть маленькие искорки.

Все эти явления связаны с *электризацией* тел.

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами.

Электризация наблюдается только при контакте разнородных тел. Так, если разгладить руками на листе оргстекла лист бумаги, например листы газеты, то обнаружится: газета и оргстекло прилипают друг к другу. Следовательно, эти тела электризуются, т.е. между ними возникают электрические силы притяжения. Электризация наблюдается также при контакте стекла и кожи, эбонита или резины и шерсти, плексигласа и шерсти и т.д. Если в темноте отделять бумагу от пластины оргстекла, то будут видны искры и слышно потрескивание. Данное явление называют электризация трением. Однако трение здесь принципиальной роли не играет. Важен хороший контакт между поверхностями электризуемых тел, а трение лишь способствует увеличению поверхности контакта.

Процесс перераспределения зарядов в результате соприкосновения тел называется *электризацией*.

Еще в VII в. до н. э. было замечено, что янтарь, потертый о шерстяную ткань, приобретает свойство притягивать к себе различные предметы. Это явление было описано греческим ученым Фалесом. Долгое время считали, что это свойство присуще только янтарю, чем и объясняется происхождение слова «электричество» («электрон» – по-гречески значит янтарь). Оно было впервые введено в 1600 г. английским ученым Гильбертом. Он также установил, что электризацию можно сообщить и многим другим телам: стеклу, если его потереть о кожу, сере, если ее потереть руками, и т.д. Французский ученый Дюфе установил наличие двух родов электричества, а американский общественный деятель и ученый Франклин ввел термины «*положительного*» и «*отрицательного*» электричества. Совершенно случайно электризация стекла при трении его о кожу получила название «*положительного*», электризация кожи «*отрицательного*».

Но систематическое, количественное изучение физических явлений, в которых проявляется электромагнитное взаимодействие тел, началось только в конце XVIII века. Трудами многих ученых в XIX веке завершилось создание стройной науки, изучающей электрические и магнитные явления. Эта наука, которая является одним из важнейших разделов физики, получила название *электродинамики*.

Многие элементарные частицы (называемые носителями электрического заряда) создают вокруг себя особый род материи – *электромагнитное поле*, которое является переносчиком силовых взаимодействий между этими частицами.

Это понятие непростое и, чтобы его хорошо усвоить, недостаточно знать определение поля, нужно изучить его свойства. Вначале разъясним суть понятия поля.

До сих пор мы изучали тот вид материи, который обычно называют *веществом*. Вещество состоит из атомов и молекул. Характерной особенностью вещества является его делимость на независимые, самостоятельно существующие части. Например, твердое тело можно разделить на части и каждую часть рассматривать как нечто самостоятельно существующее, не зависимое от других частей. В теле можно выделить очень малую часть его, называемую *частицей*, которой можно приписать вектор скорости. Таким образом, реальная делимость тел позволяет привлечь к их описанию понятие *движения* и в терминах этого понятия (координаты, скорость, ускорение и т.д.) описывать как внешнее, так и внутреннее состояние тела. В частности, при описании внутреннего состояния тела речь идет о движении молекул, из которых тело состоит. В этом отношении поле радикально отличается от вещества. (Здесь и в дальнейшем термин "поле" будет относиться к электромагнитному полю.) Поле обладает *единством* в том смысле, что оно не поддается реальному разбиению на части. Поле *одно* и заполняет все пространство. Так как поле заполняет пространство, то его мысленно можно разделить на пространственные области, но эти области нельзя рассматривать как самостоятельно существующие физические системы, как *части*, которые можно было бы отделить одну от другой. Нет, поле едино и одно. На практике часто говорят о "полях", но лишь в смысле различных состояний одного и того же поля. Так как поле нельзя разбить на части, то для его описания невозможно использовать понятие частицы (в физике понятия "частицы поля" нет). А, следовательно, к описанию *состояния* поля невозможно привлечь понятие движения. Нельзя говорить ни о субстанциональном движении (в смысле перемещения) поля, ни о движении тел *относительно* поля – поле не может служить системой отсчета. В этом отношении поле напоминает пространство. Пространство тоже нельзя разделить на независимо существующие части. Отдельные области пространства не существуют самостоятельно. Пространство, как и поле, одно и едино. Однако между полем и пространством имеется и глубокое различие.

Поле – физическая система, наделенная энергией, массой и другими атрибутами. Пространство же этими атрибутами не обладает. Поле может пребывать в различных состояниях, тогда как о состоянии пространства вообще не приходится говорить. Наконец, поле как физическая система может *воздействовать* на частицы вещества, пространство же на частицы вещества не воздействует. Итак, что же такое поле?

Поле есть особый вид материи, отличный от вещества, обладающий единством и не поддающийся разбиению на самостоятельно существующие части.

Поле одно и заполняет все пространство Вселенной. Конечно, сразу же возникают вопросы. И первый из них состоит в следующем: если к полю не применимо понятие движения, то, как же его можно описать? Как можно описать состояние поля?

Ответ таков: *поле описывается косвенно*, по характеру его воздействия на частицы вещества. Не на все частицы вещества поле воздействует. Если поле не действует на частицу, то последняя называется *нейтральной*. Частицы, на которые поле в состоянии подействовать силой, называются *заряженными*. Сила воздействия поля на частицу, помещенную в поле, называется *электромагнитной силой*. Электромагнитная сила обладает рядом важных свойств. В общем случае электромагнитную силу $\vec{F}$ всегда

удается разбить на две части, на два слагаемых, на две силы. Одно слагаемое никак не зависит от скорости движения заряженной частицы – обозначим его через $\vec{F}_E$, которое называется электрической силой. Другое слагаемое зависит от скорости частицы и обращается в нуль, если частица останавливается. Обозначим его через $\vec{F}_B$. Силу $\vec{F}_B$ называют магнитной. Таким образом,

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B(v).$$

В связи с таким разбиением электромагнитной силы и электромагнитное поле принято разбивать на две составляющие. Одна составляющая называется *электрической*, другая – *магнитной*. Надо отчетливо понимать, что такое разбиение единого поля на составляющие сугубо условное, привлекаемое ради удобства его описания. Существуют другие способы описания электромагнитного поля, в которых такого разбиения нет.

Можно встретить состояние поля, когда отлична от нуля лишь одна составляющая. Состояния, в которых $\vec{F}_B = 0$, называются электрическим полем, а состояния электромагнитного поля, в которых $\vec{F}_E = 0$, называются магнитным полем. Не надо думать, что существуют самостоятельные электрические и магнитные поля. Существует одно электромагнитное поле, а электрическое и магнитное поля – лишь его особые состояния.

Заряженные частицы являются не только регистраторами электромагнитного поля, но и его возбудителями. В окрестности заряженных частиц всегда «возникает» электромагнитное поле. Причем дело складывается следующим образом: около любых заряженных частиц (движущихся и неподвижных) возникает электрическое поле. Магнитное поле возникает только вокруг движущихся зарядов. Таким образом, электрическое поле создается любыми заряженными частицами и действует на любые заряженные частицы. Магнитное же поле создается только движущимися зарядами (в проводниках это – токи) и действует только на движущиеся заряженные частицы.

Неподвижные заряды создают электрическое поле. В этом случае оно называется *электростатическим*.

Благодаря взаимодействию с носителями заряда, электромагнитное поле также является носителем информации в современных информационных системах (связи, радио- и телевещания и т.д.). Согласно фундаментальному принципу физики – *принципу близкодействия* – взаимодействие между частицами-носителями заряда переносится электромагнитным полем в пространстве с конечной, вполне определенной скоростью. Эта скорость называется *скоростью света*.

Свет – это чувственно обнаружимая (действующая на зрение человека) разновидность электромагнитного поля.

Итак, основными объектами изучения в электродинамике являются электрические и магнитные поля, создаваемые электрическими зарядами и токами.

7.2. Электрический заряд.

Электричество как особый вид материи изучалось еще древними греками, но количественная мера его – электрический заряд – была введена лишь после опытов Кулона.

С помощью опытов мы убедились в том, что два *разнородных* тела (т.е. тела из разных веществ) приобретают при *электризации* новое свойство – способность вступать в электрическое взаимодействие.

Физическая величина, характеризующая свойство тел вступать в электрическое взаимодействие, называется *электрическим зарядом*.

Подобно понятию гравитационной массы тела в механике Ньютона, понятие заряда в электродинамике является первичным, основным понятием.

Электрический заряд обычно обозначается буквами q или Q.

Совокупность всех известных экспериментальных фактов позволяет сделать следующие выводы:

Существуют два различных типа электрических зарядов, один из которых по предложению Б.Франклина был назван положительным, а другой – отрицательным. Субъективный характер выбора такого названия привел к тому, что заряд электрона – наиболее известной элементарной частицы – оказался отрицательным. Это, в свою очередь, привело к некоторой путанице в определении направления электрического тока, но на первой стадии изучения электричества нас будут интересовать неподвижные заряды, обычно называемые статическими.

Опыт показывает, что заряженные тела могут, как *притягиваться*, так и *отталкиваться*. И это зависит от того, одного или разного сорта заряды находятся на телах, а сортов зарядов оказывается всего два.

Принято называть электрический заряд наэлектризованной палочки из органического стекла, потертой о шелк, или янтаря, потертого о шерсть, *отрицательным*, а стеклянной палочки, потертой о кожу, – *положительным*.

Равные по значению и противоположные по знаку заряды при соединении заряженных тел нейтрализуются, тогда как при электризации, наоборот, возникают *одинаковые по значению разноименные заряды*.

Если одно тело приобретает положительный электрический заряд, то второе тело тоже приобретает равный по модулю отрицательный заряд.

Заряды могут передаваться (например, при непосредственном контакте) от одного тела к другому. В отличие от массы тела электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела. Одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд.

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. В этом также проявляется принципиальное отличие электромагнитных сил от гравитационных. Гравитационные силы всегда являются силами притяжения.

Величина электрического заряда (иначе, просто *электрический заряд*) – численная характеристика носителей заряда и заряженных тел, которая, может принимать положительные и отрицательные значения.

Эта величина определяется таким образом, что силовое взаимодействие, переносимое полем между зарядами, прямо пропорционально величине зарядов взаимодействующих между собой частиц или тел, а направления сил, действующих на них со стороны электромагнитного поля, зависят от знака зарядов.

Электрический заряд является неотъемлемым свойством некоторых, так называемых, элементарных частиц. Заряд всех элементарных частиц (если он не равен нулю) одинаков по абсолютной величине. Его можно назвать элементарным зарядом – e.

С современной точки зрения, носителями зарядов являются элементарные частицы. Все обычные тела состоят из атомов, в состав которых входят положительно заряженные протоны, отрицательно заряженные электроны и нейтральные частицы – нейтроны. Протоны и нейтроны входят в состав атомных ядер, электроны образуют электронную оболочку атомов. Электрические заряды протона и электрона по модулю в точности одинаковы и равны элементарному заряду e, но массы у них различны.

$$e = 1{,}602177\cdot10^{-19}\ \text{Кл} \approx 1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Кл}.$$
$$m_e = 9{,}1*10^{-31}\text{кг};\quad m_p = 1{,}67*10^{-27}\text{кг}.$$

По классическим представлениям атомы любого вещества состоят из ядра и окружающих его электронов. В ядре сосредоточена основная масса атома, и оно имеет положительный заряд, равный общему заряду электронов.

Электрон, есть частица с незначительной массой (1/1836 массы протона – ядра водорода), имеющая элементарный, т.е. наименьший, встречающийся в природе, отрицательный заряд.

Число электронов в атоме соответствует порядковому номеру элемента в таблице Д.И. Менделеева.

В целом атом электронейтрален, т. к. число протонов, несущих положительный заряд $q_+ = +ze$ (где z – порядковый номер элемента в таблице Д.И. Менделеева), равно числу электронов, несущих отрицательный заряд $q_- = -ze$. Это число называется *атомным номером*.

Атом данного вещества может потерять один или несколько электронов или приобрести лишний электрон. В этих случаях нейтральный атом превращается в положительно или отрицательно заряженный ион.

Поскольку всякий заряд образуется совокупностью элементарных зарядов, он является целым кратным – e. Однако элементарный заряд настолько мал, что возможную величину макроскопических зарядов можно считать изменяющейся непрерывно.

Заряд может передаваться от одного тела к другому только порциями, содержащими целое число элементарных зарядов. Таким образом, электрический заряд тела – дискретная величина:

$$q = \pm ne \quad (n = 0, 1, 2, ...).$$

Физические величины, которые могут принимать только дискретный ряд значений, называются *квантованными*. Элементарный заряд e является *квантом* (наименьшей порцией) электрического заряда.

В Международной системе СИ за единицу заряда принят кулон (Кл).

Кулон – это заряд, проходящий за 1с через поперечное сечение проводника при силе тока 1А.

$q = It$; 1Кл = 1А*1с.

Единица силы тока (Ампер) в СИ является наряду с единицами длины, времени и массы *основной единицей измерения*.

Наличие на каком-либо теле электрического заряда можно обнаружить с помощью специального прибора, называемого электроскопом. (Слово «электроскоп» образовано от двух слов «электро» и греческого «skopeo» – смотрю.)

В 1729 г. Англичанин Грей ввел разделение тел на проводники и непроводники (изоляторы, диэлектрики). Вещества, по которым могут перемещаться свободные электрические заряды, называются *проводниками*.

7.3. Закон сохранения заряда.

Поскольку атомы вещества построены из элементарных частиц, электрические заряды оказываются органически входящими в состав всех тел. Обычно частицы, несущие заряды разных знаков, присутствуют в равных количествах и распределены в теле с одинаковой плотностью. В этом случае алгебраическая сумма зарядов в любом элементарном объеме тела равна нулю, и каждый такой объем (и тело в целом) будет нейтральным. Если каким-либо образом (например, трением) создать в теле избыток частиц одного знака (соответственно недостаток частиц другого знака), тело окажется заряженным.

В целом, в природе отрицательных зарядов столько же, сколько положительных. Электрические заряды атомов и молекул равны нулю, а заряды положительных и отрицательных ионов в каждой ячейке кристаллических решеток твердых тел

скомпенсированы. Поэтому возникновение зарядовых систем обусловлено не рождением электрических зарядов, а их *разделением*, возникающим, например, при трении.

Электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Однако всегда возникают или исчезают одновременно два элементарных заряда противоположных знаков. Поэтому суммарный заряд электрически изолированной системы (система, через ограничивающую поверхность которой не может течь электрический ток) не может изменяться.

На основе обобщения опытных данных М. Фарадеем в 1843 сформулирован один из фундаментальных законов природы – *закон сохранения заряда*:

заряд электрически замкнутой системы (через поверхность которой не переносятся заряженные частицы) не изменяется, какие бы процессы в ней не происходили.

Следствия из этого закона:

- ✓ Если зарядовая система 1 отдает заряд системе 2, то система 2 получает ровно такой заряд, какой теряет система 1.
- ✓ В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается постоянной: $q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = const$.
- ✓ Закон сохранения электрического заряда утверждает, что в замкнутой системе тел не могут наблюдаться процессы рождения или исчезновения зарядов только одного знака.

7.4. Закон Кулона.

Впервые закон взаимодействия неподвижных зарядов был установлен французским физиком Ш. Кулоном (1785 г.). В своих опытах Кулон измерял силы притяжения и отталкивания заряженных шариков, с помощью сконструированного им прибора – крутильных весов, отличавшихся чрезвычайно высокой чувствительностью. Так, например, коромысло весов поворачивалось на $1°$ под действием силы порядка 10^{-9} *Н*.

Идея измерений основывалась на блестящей догадке Кулона о том, что если заряженный шарик привести в контакт с точно таким же незаряженным, то заряд первого разделится между ними поровну. Таким образом, был указан способ как изменять заряд шарика в два, три и т.д. раз. В опытах Кулона измерялось взаимодействие между шариками, размеры которых много меньше расстояния между ними. Такие заряженные тела принято называть точечными зарядами.

Точечным зарядом называется заряженное тело или частица, размеры которого (которой) пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями до других зарядов рассматриваемой системы.

Точечный заряд такая же физическая идеализация, как и материальная точка в механике. Понятие точечного заряда является математической абстракцией, в действительности приходится иметь дело с зарядами, заполняющими либо некоторый объем, либо некоторую площадь, а иногда – в случае тонких длинных проводов – некоторую длину.

Пробным зарядом называется положительный точечный заряд, который вносится в данное электромагнитное поле для измерения его характеристик.

Этот заряд должен быть достаточно мал, чтобы не нарушать положение зарядов – источников измеряемого поля и тем самым, не искажать существующее поле. Таким образом, пробный заряд служит индикатором электромагнитного поля (точнее, покоящийся пробный заряд является индикатором электрического поля).

На основании многочисленных опытов Кулон установил следующий закон:

Силы взаимодействия неподвижных зарядов прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}. \qquad (7.1)$$

Силы взаимодействия подчиняются третьему закону Ньютона: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Они являются силами отталкивания при одинаковых знаках зарядов и силами притяжения при разных знаках (рис. 7.1).

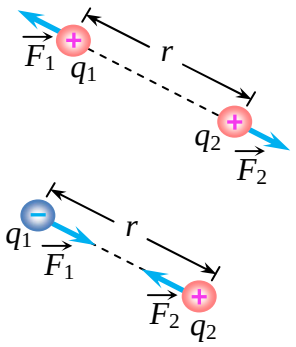


Рис. 7.1.

Закон Кулона справедлив для точечных заряженных тел. Практически закон Кулона хорошо выполняется, если размеры заряженных тел много меньше расстояния между ними.

Коэффициент пропорциональности k в законе Кулона зависит от выбора системы единиц. Причиной появления этого коэффициента является выбор единицы измерения заряда – в системе СИ заряд измеряется в Кулонах, являющихся производными единицами (основной единицей служит Ампер – единица измерения силы тока).

Как всякий коэффициент пропорциональности, k в формуле закона Кулона численно равен значению функции $\vec{F}$, если все аргументы (q_1, q_2, r) равны соответствующим единицам.

Вычисления показывают, что k = 9×10^9,т.е. два единичных точечных заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии равном 1 м друг от друга, с силой 9×10^9 Н.

В системе СИ:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}.$$

ε_0 (Ф/м) – электрическая постоянная.

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2};$$

$$\frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{м}} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Дж}\cdot\text{м}} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Ф}}{1\text{м}}; \qquad 1\text{Н}\cdot 1\text{м} = 1\text{Дж}; \qquad \frac{1\text{Кл}}{1\text{Дж}} = \frac{1}{1\text{В}}; \qquad \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}} = 1\text{Ф}.$$

В итоге имеем k = 9×10^9 м/Ф, или Нм^2/Кл^2. Измеряя в (7.1) расстояние в «м», а заряды в «Кл», силу получим в «Н».

В среде, которая не проводит электрический ток, сила взаимодействия между зарядами уменьшается по сравнению со случаем взаимодействующих зарядов в вакууме (вне зависимости от величин зарядов и расстояний между ними). Это уменьшение, таким образом, определяется влиянием среды. Оно учитывается введением параметра ε

называемого *относительной диэлектрической проницаемостью среды* (для большинства сред $\varepsilon > 1$).

Окончательное выражение закона Кулона в системе СИ имеет вид:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (7.2)$$

где r – расстояние между зарядами; ε – диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная.

Взаимодействие неподвижных электрических зарядов называют *электростатическим* или *кулоновским* взаимодействием.

Раздел электродинамики, изучающий кулоновское взаимодействие, называют *электростатикой*.

Опыт показывает, что силы кулоновского взаимодействия подчиняются принципу суперпозиции.

Если заряженное тело взаимодействует одновременно с несколькими заряженными телами, то результирующая сила, действующая на данное тело, равна векторной сумме сил, действующих на это тело со стороны всех других заряженных тел.

Рис. 7.2 поясняет принцип суперпозиции на примере электростатического взаимодействия трех заряженных тел: $\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$; $\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}$; $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$.

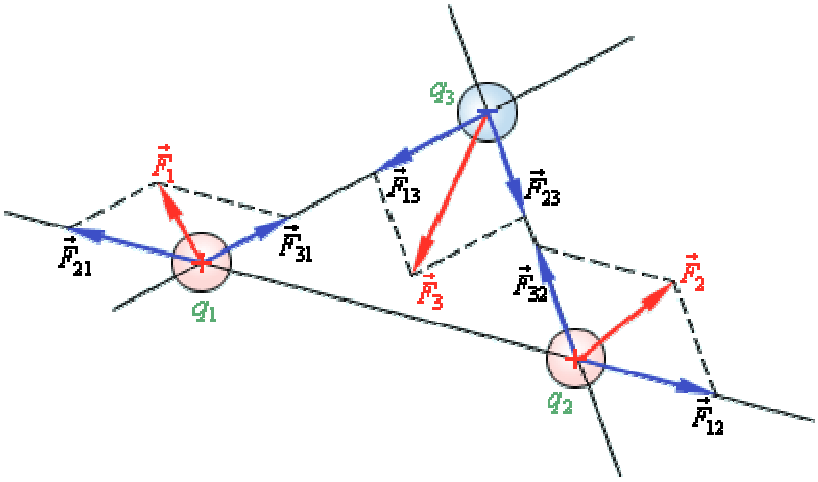


Рис. 7.2.

7.5. Электрическое поле.

При исследовании взаимодействия электрических зарядов, естественно, возникает вопрос, почему появляются силы, действующие на заряды, и как они передаются от одного заряда к другому?

Второй вопрос. Механические силы возникают только при наличии двух зарядов; происходят ли какие-либо изменения в окружающем пространстве при наличии только одного заряда, когда второго нет?

В процессе развития физики существовали два противоположных подхода к ответам на эти вопросы.

При первом предполагалось, что телам присуще свойство действовать на другие тела на расстоянии, без участия промежуточных тел или среды, т.е. предполагалось, что силы могут передаваться от одного тела к другому через пустоту и притом мгновенно (*теория дальнодействия*). Даже при наличии одного-единственного заряда в окружающем пространстве происходят определенные изменения.

Согласно второму взгляду силовые взаимодействия между разобщенными телами могут передаваться только при наличии какой-либо среды, окружающей эти тела, последовательно от одной части этой среды к другой, и с конечной скоростью (*теория близкодействия*).

Современная физика сохраняет только теорию близкодействия. Так как, допущение возможности передачи силовых взаимодействий, т.е. движения через пустоту, без участия материи, равносильно допущению возможности движения без материи. По современным представлениям, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно, т.е. для понимания происхождения и передачи сил, действующих на покоящиеся заряды, необходимо допустить наличие между зарядами какого-то физического агента, осуществляющего это взаимодействие.

Опыт показывает, что взаимодействие заряженных тел наблюдается не только в воздухе, но и в вакууме, т.е. в пространстве, не занятом веществом. Более того, оно в этом случае даже несколько сильнее, из чего следует, что если вещество и оказывает влияние, то лишь ослабляет его и, следовательно, не является посредником во взаимодействии.

Взаимодействие между зарядами происходит через посредство поля, называемого *электрическим полем*.

Каждое заряженное тело создает в окружающем пространстве электрическое поле. Это поле оказывает силовое действие на другие заряженные тела. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства – создает в нем поле. Главное свойство электрического поля – действие на электрические заряды с некоторой силой. Таким образом, взаимодействие заряженных тел осуществляется не непосредственным их воздействием друг на друга, а через электрические поля, окружающие заряженные тела.

Характерной особенностью электрического поля является то, что оно действует на электрический заряд с силой, которая не зависит от скорости движения заряда. Поэтому обнаружить электрическое поле удобно по его силовому действию на помещенный в поле неподвижный электрический заряд.

Электрическое поле, окружающее заряженное тело, можно исследовать с помощью, так называемого пробного заряда – небольшого по величине точечного заряда, который не вносит заметного перераспределения исследуемых зарядов.

Электрическое поле неподвижных и не меняющихся со временем электрических зарядов, осуществляющее взаимодействие между ними, называется *электростатическим полем*.

Электростатическое поле – физическая идеализация, т.к. это понятие предполагает, что после образования зарядовой системы передача взаимодействия между зарядами закончилось. Заряды заняли равновесные положения, при которых силы, действующие на каждый заряд со стороны электростатического поля всех других зарядов, не меняются во времени (например, скомпенсированы другими силами).

Соответственно, силы, действующие на заряженные частицы со стороны электростатического поля, называются электростатическими силами. Единственным внешним проявлением электростатического поля является его воздействие на заряженные тела.

Таким образом,

электрическое поле есть вид материи, посредством которого осуществляется связь и взаимодействие между электрическими зарядами.

7.6. Напряженность электрического поля.

Помещая пробное тело, заряд которого q, в разные точки электрического поля, можно обнаружить, что на него в этих точках действуют разные силы, отличающиеся друг от друга, как по величине, так и по направлению. Если будем помещать в одну и ту же

точку поля пробные тела с различными зарядами: q_1, q_2, …, q_n и т.д., то силы, действующие на них, будут разными, соответственно равными F_1, F_2, …, F_n и т.д., а отношение силы к величине заряда будет неизменным.

Чем больше пробный заряд, тем большая сила со стороны поля будет действовать на него, т.е.:

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = ... = \frac{F_n}{q_n} = const .$$

Направления этих сил будут одинаковы. Поэтому естественно принять это отношение в качестве величины, характеризующей электрическое поле.

Для количественного определения электрического поля вводится *силовая* характеристика – *напряженность электрического поля*.

Напряженностью электрического поля называют физическую величину, равную отношению силы, с которой поле действует на положительный пробный заряд, помещенный в данную точку пространства, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \qquad (7.3)$$

Если q – заряд, создающий поле, а r – расстояние данной точки от него, то, по закону Кулона:

$$F = \frac{q \times q'}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

и, следовательно,

$$E = \frac{q \times q'}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2 q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}. \qquad (7.4)$$

Напряженность электрического поля точечного заряда прямо пропорциональна заряду, создающему поле, и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него.

Т.е. напряженность электрического поля точечного заряда убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда.

В векторной форме, указывающей также и направление $\vec{E}$, это выражение имеет вид:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 \varepsilon\, r^3}\vec{r}, \qquad (7.5)$$

где r – абсолютное значение расстояния от заряда до рассматриваемой точки поля; $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от заряда в данную точку.

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд, и противоположно направлению силы, действующий на отрицательный заряд.

Единица напряженности – *вольт на метр*, [E] = 1В/м.

$$[E] = \frac{1\text{Н}}{1\text{Кл}} = \frac{1\text{Н}\cdot 1\text{м}}{1\text{Кл}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{В}}{1\text{м}}.$$

Так как электрический заряд есть *скаляр*, а сила – *вектор*, то напряженность электрического поля – *векторная физическая величина*.

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает в каждой точке пространства с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля.

Электрическое поле называется *однородным*, если вектор его напряженности одинаков во всех точках поля, в противном случае неоднородным.

Примерами однородных полей являются электростатические поля равномерно заряженной конечной плоскости и плоского конденсатора вдали от краев его обкладок.

Электрическое поле, напряженность которого не изменяется с течением времени, называется *стационарным* (постоянным). Например, стационарными являются электростатические поля – поля, создаваемые неподвижными зарядами.

Поле, работа которого при перемещении заряда по любой замкнутой траектории равна нулю, называют *потенциальным*.

Пример потенциального поля – электростатическое поле.

Принцип суперпозиции электрических полей.

В соответствии с законом Кулона, напряженность электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него, равна по модулю:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Это поле называется *кулоновским*.

В кулоновском поле направление вектора $\vec{E}$ зависит от знака заряда q: если $q > 0$, то вектор $\vec{E}$ направлен по радиусу от заряда, если $q < 0$, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду.

Для графического изображения электростатического поля пользуются *силовыми линиями (линиями напряженности)* – воображаемыми линиями, касательные к которым совпадают с направлением вектора напряженности $\vec{E}$ в каждой точке поля (рис. 7.3). Линии напряженности разомкнуты – они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах.

Силовые линии нигде не пересекаются, так как в каждой точке поля его напряженность имеет одно единственное значение и определенное направление.

Густота силовых линий больше вблизи заряженных тел, где напряженность поля так же больше, т.е. их густота должна быть пропорциональна модулю вектора напряженности поля.

Каждый электрический заряд создает в пространстве электрическое поле независимо от наличия других электрических зарядов.

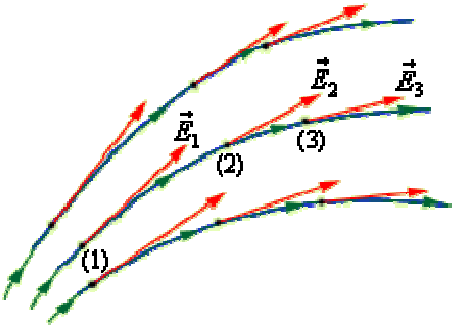


Рис. 7.3.

Силовые линии кулоновских полей положительных и отрицательных точечных зарядов изображены на рис.7.4. Так как электростатическое поле, создаваемое любой системой зарядов, может быть представлено в виде суперпозиции кулоновских полей точечных зарядов, изображенные на рис.7.4. поля можно рассматривать как элементарные структурные единицы («кирпичики») любого электростатического поля.

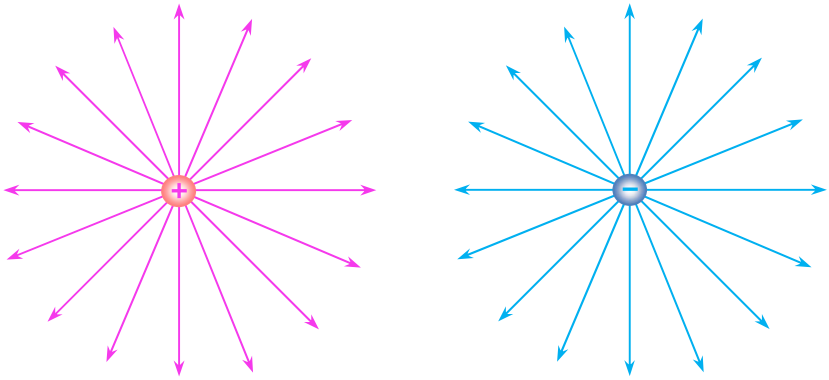


Рис. 7.4.

По определению, напряженность электрического поля измеряется отношением силы $\vec{F}$, действующей на пробный *положительный* заряд q, помещенный в данную точку поля, к заряду, т.е.:

$$E = \frac{F}{q}.$$

Если электрические заряды создают поле в среде, которая представляет собой изотропный однородный диэлектрик, то при заданном расположении электрических зарядов в пространстве напряженность электростатического поля в такой среде в ε раз меньше, чем в вакууме.

Пусть q – заряд, создающий поле, а r – расстояние данной точки от него, то, по закону Кулона:

$$F = \frac{q \cdot q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

и, следовательно:

$$E = \frac{q \cdot q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2 q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Кулоновское поле точечного заряда q удобно записать в векторной форме. Для этого нужно провести радиус-вектор $\vec{r}$ от заряда q к точке наблюдения. Тогда при $q > 0$ вектор $\vec{E}$ параллелен $\vec{r}$, а при $q < 0$ вектор $\vec{E}$ антипараллелен $\vec{r}$. Следовательно, можно записать:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\vec{r}, \qquad (7.6)$$

где r – модуль радиус-вектора $\vec{r}$.

Если с помощью пробного заряда исследуется электрическое поле, создаваемое несколькими заряженными телами, то результирующая сила оказывается равной геометрической сумме сил, действующих на пробный заряд со стороны каждого заряженного тела в отдельности. Следовательно,

напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots$$

Это свойство электрического поля означает, что поле подчиняется *принципу суперпозиции*.

Напряженность электрического поля системы N зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из них в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \ .$$

Для определения напряженности электрического поля в том случае, когда заряд тела нельзя считать точечным, пользуются следующим приемом.

Всю поверхность заряженного тела мысленно разбивают на отдельные участки, столь малые, что их заряды можно считать точечными, и поле, существующее вблизи этого тела, рассматривают как результат наложения элементарных полей, созданных этими зарядами.

Напряженность электрического поля, образованного таким элементарным зарядом dq, можно выразить по формуле:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\vec{r} \ ,$$

где r – расстояние от заряда dq до исследуемой точки поля.

Затем надо геометрически сложить все эти элементарные напряженности, т.е. проинтегрировать это выражение по всей поверхности заряженного проводника: $\vec{E} = \int_S d\vec{E}$.

В качестве примера применения принципа суперпозиции полей на рис.7.5 изображена картина силовых линий поля *электрического диполя* – системы из двух одинаковых по модулю зарядов разного знака q и $-q$, расположенных на некотором расстоянии l.

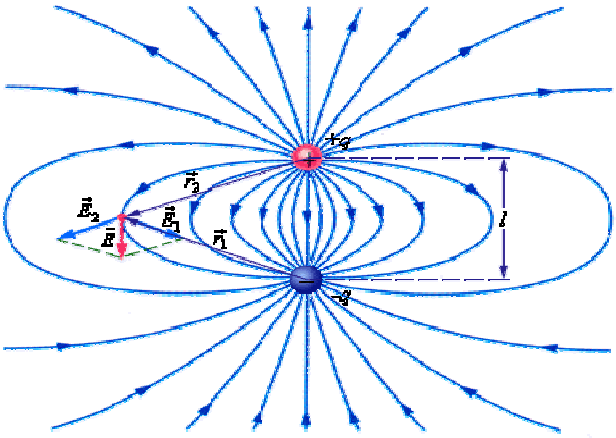


Рис. 7.5.

7.7. Поле электрического диполя.

Электрическим диполем называются два точечных заряда, равных по величине и противоположных по знаку, находящихся на некотором расстоянии друг от друга (рис.7.6).

Плечом диполя называется вектор $\vec{l}$, направленный по оси диполя **<u>от отрицательного заряда к положительному</u>** и по модулю равный расстоянию между ними.

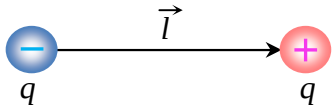


Рис. 7.6.

Силовые линии поля электрического диполя $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Важной характеристикой электрического диполя является так называемый *дипольный* или *электрический* момент $\vec{p}$ диполя:

$$\vec{p} = \vec{l}\,q, \tag{7.7}$$

где $\vec{l}$ – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному, модуль $|\vec{l}| = l$. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность в произвольной точке поля диполя $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$.

Приведем формулы для напряженности поля диполя:

1) в точке А, расположенной на оси диполя, (рис. 7.7.)

Напряженность поля в точке А будет складываться из напряженностей полей, созданных зарядами q_+ и q_-.

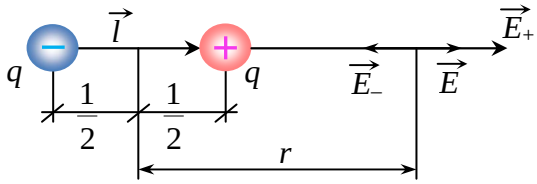


Рис. 7.7.

На оси диполя векторы $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ имеют противоположные направления. Поэтому результирующая напряженность $E_{\text{рез}}$ будет равна по модулю разности модулей векторов $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$: $E_{\text{рез}} = E_+ + E_-$. Из формулы:

$$E = \frac{q \cdot q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0 r^2 q} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0 r^2},$$

запишем численные значения напряженности:

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, \qquad E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}.$$

Следовательно:

$$E_{\text{рез}} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}\right],$$

т.е.:

$$E_{\text{рез}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\frac{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2-\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2\cdot\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right].$$

Если расстояние r значительно превышает длину плеча диполя, т.е $r >> l$ то можно пренебречь членами, содержащими l во 2-ой и более высоких степенях, и выражение примет вид:

$$E \approx \frac{2ql}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}, \tag{7.8}$$

или

$$E \approx \frac{2p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}. \tag{7.9}$$

В векторной форме это выражение запишется следующим образом:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}\frac{\vec{l}}{l}-\frac{q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\frac{\vec{l}}{l}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rq\vec{l}}{\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}.$$

2) в точке, расположенной на перпендикуляре к середине его оси

Напряженности полей, созданных зарядами q_+ и q_- для точек на прямой перпендикулярной к оси, $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ имеют одинаковые модули:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Из подобия треугольников, опирающихся на отрезок l и на вектор $E_{\text{рез}}$ следует, что

$$\frac{E_{\text{рез}}}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r}.$$

Заменив в этом соотношении E_+ его значением, получим:

$$E_{рез} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{ql}{r^3} = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}. \tag{7.10}$$

В обоих случаях напряженность поля диполя обратно пропорциональна кубу расстояния от его середины.

В более общем случае, когда ось диполя составляет угол α с прямой, соединяющей его середину с точкой A поля, вычисления показывают, что напряженность в точке A равна:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}. \tag{7.11}$$

где α – угол между осью диполя и направлением на данную точку.

В частном случае, когда точка A лежит на оси диполя, угол $\alpha = 0°$, а $\cos\alpha = 1$ и формула (7.11) приобретает вид:

$$E \approx \frac{2p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}.$$

Напряженность имеет максимальное значение.

При расположении точки A на перпендикуляре к середине оси диполя $\alpha = 90°$, а $\cos\alpha = 0$ и формула (7.11) принимает вид:

$$E_{рез} = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}.$$

Напряженность принимает минимальное значение.

В векторной форме напряженность запишется следующей формулой:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\vec{l}}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}. \qquad (7.12)$$

Характерным для напряженности поля диполя является то, что она определяется не величиной, образующих диполь зарядов, а моментом диполя $p = ql$.

На диполь, помещенный в электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$, действует момент сил

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E},$$

который стремится установить диполь по полю (рис.7.8).

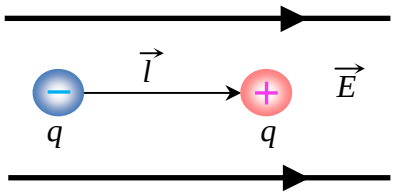


Рис. 7.8.

Потенциальная энергия диполя во внешнем электростатическом поле:

$$W_n = -\vec{p} \times \vec{E}.$$

Диполь может служить электрической моделью многих молекул.

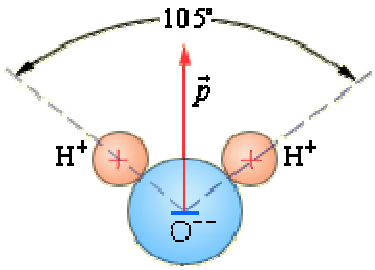


Рис. 7.9.

Электрическим дипольным моментом обладает, например, нейтральная молекула воды (**H_2O**), так как центры двух атомов водорода располагаются не на одной прямой с

центром атома кислорода, а под углом 105° (рис.7.9). Дипольный момент молекулы воды $p = 6{,}2 \cdot 10^{-30}$ Кл · м.

Во многих задачах электростатики требуется определить электрическое поле $\vec{E}$ по заданному распределению зарядов.

В том случае, когда заряд распределен внутри макроскопического тела или некоторой области пространства, его пространственное расположение принято описывать с помощью: *объемной плотности заряда* (ρ), *поверхностной плотности заряда* (σ) и *линейной плотности заряда* (τ). Эти величины определяются формулами:

$$\rho = \frac{\sum_i q_i}{dV}\left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}\right], \quad \sigma = \frac{\sum_i q_i}{dS}\left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\right], \quad \tau = \frac{\sum_i q_i}{dl}\left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}}\right], \tag{7.13}$$

где суммируются заряды всех частиц в объеме dV, на площадке dS и отрезке dl, соответственно.

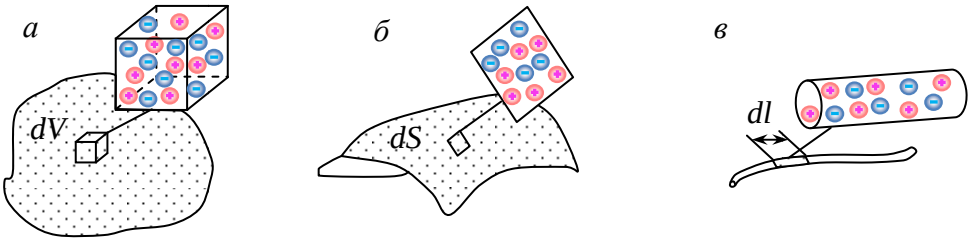


Рис. 7.10.

Величины dV, dS, dl выбираются малыми (рис.7.10) по сравнению с объемом (площадью, длиной) тела, но содержащим много элементарных заряженных частиц (электронов, ионов).

7.8. Электрическое поле заряженной нити.

Пусть, например, нужно найти электрическое поле длинной однородно заряженной нити (рис.7.11.) на расстоянии R от нее.

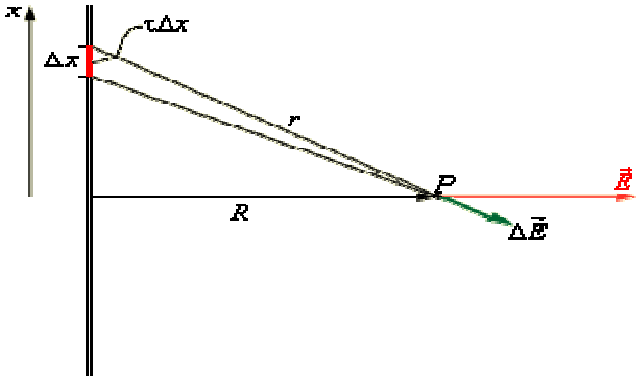


Рис. 7.11.

Поле в точке наблюдения P может быть представлено в виде суперпозиции кулоновских полей, создаваемых малыми элементами Δx нити, с зарядом $\tau \Delta x$, где τ – заряд нити на единицу длины. Задача сводится к суммированию (интегрированию) элементарных полей $\Delta\vec{E}$ Результирующее поле оказывается равным:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}. \tag{7.14}$$

Вектор $\vec{E}$ везде направлен по радиусу $\vec{R}$. Это следует из симметрии задачи. Уже этот простой пример показывает, что прямой путь определения поля по заданному распределению зарядов приводит к громоздким математическим расчетам.

При разбиении заряженного тела объемом V на большое число N малых частей, каждая такая часть может быть рассмотрена как точечный заряд, напряженность поля которого $d\vec{E}_i$, вычисляется по закону (7.15). Применяя принцип суперпозиции для N, стремящегося к бесконечности, получаем напряженность тела как объемный интеграл:

$$\vec{E} = \sum_i^N d\vec{E}_i \to \int_V d\vec{E}, \text{ где } d\vec{E}(\vec{r}-\vec{r}') = k_e \frac{dq(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}') \qquad (7.15)$$

В ряде случаев можно значительно упростить расчеты, если воспользоваться теоремой Гаусса, которая выражает фундаментальное свойство электрического поля.

7.9. Поток напряженности электрического поля.

Экспериментально установленные закон Кулона и принцип суперпозиции позволяют полностью описать электростатическое поле заданной системы зарядов в вакууме. Однако, свойства электростатического поля можно выразить в другой, более общей форме, не прибегая к представлению о кулоновском поле точечного заряда.

Для количественного описания силовых линий вводится понятие, характеризующее электрическое поле – *поток* Φ *вектора напряженности* электрического поля.

Понятие потока вектора $\vec{E}$ аналогично понятию потока вектора скорости $\vec{v}$ при течении несжимаемой жидкости.

Понятие потока вектора напряженности вводится, для того чтобы установить общую закономерность связи поля вектора $\vec{E}$ с электрическими зарядами, его образующими. Предположим, что нам известна напряженность поля в каждой его точке и, следовательно, можно изобразить это поле графически с помощью силовых линий.

Условимся проводить силовые линии с такой густотой, чтобы число их, проходящее через поверхность в 1м^2, расположенную нормально к ним, было равно величине напряженности электрического поля в соответствующей его части.

Если, например, в некоторой точке поля напряженность равна 4500 единицам напряженности СИ, то через поверхность в 1м^2, расположенную нормально силовым линиям, надо условно провести 4500 линий.

Число силовых линий, проведенных в указанном масштабе через некоторую поверхность, помещенную в электрическом поле, называется *потоком напряженности через эту поверхность*.

Потоком вектора напряженности через заданную поверхность называется скалярное произведение вектора напряженности на величину этой поверхности:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}. \qquad (7.16)$$

Пусть в пространстве, где создано электрическое поле, расположена некоторая достаточно малая площадка ΔS.

Произведение модуля вектора $\vec{E}$ на площадь ΔS и на косинус угла **α** между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке называется *элементарным потоком вектора напряженности* через площадку ΔS (рис.7.12):

$$\Delta\Phi = E\Delta S\cos\alpha = E_n \Delta S, \qquad (7.17)$$

где E_n – модуль нормальной составляющей поля $\vec{E}$.

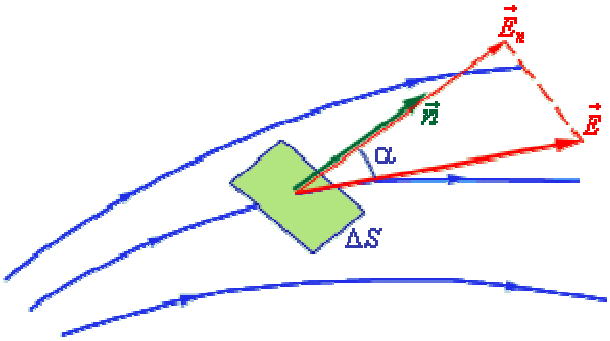


Рис. 7.12.

Знак потока $d\Phi$ зависит от взаимной ориентации нормали и напряженности. Если эти два вектора образуют острый угол, поток положителен, если тупой – отрицателен.

Рассмотрим теперь некоторую произвольную замкнутую поверхность S. Если разбить эту поверхность на малые площадки ΔS_i, определить элементарные потоки $\Delta\Phi_i$ поля $\vec{E}$ через эти малые площадки, а затем их просуммировать, то в результате мы получим поток Φ вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность S (рис.7.13):

$$\Phi = \sum \Delta\Phi_i = \sum E_{ni}\Delta S_i \ .$$

В случае замкнутой поверхности всегда выбирается *внешняя нормаль*.

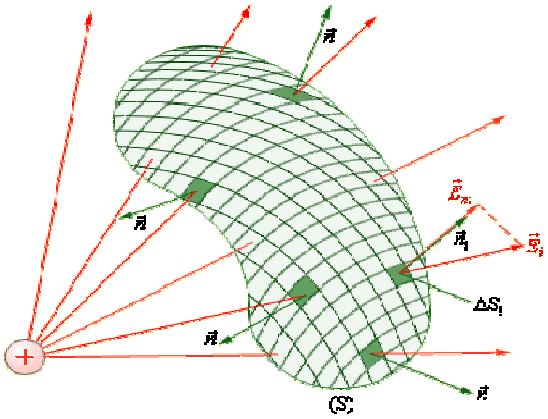


Рис. 7.13.

Вычисление потока Φ через произвольную замкнутую поверхность S.

В пределе, когда количество площадок N стремится к бесконечности, сумма потоков через площадки переходит в поверхностный интеграл от составляющей вектора $\vec{E}$, по направлению нормали к площадке (нормальной компоненты напряженности) E_n:

$$\Phi_Э = \sum_i^N d\Phi_{Эi} \rightarrow \Phi_Э = \oint_S E_n dS \ . \qquad (7.18)$$

Поток вектора напряженности, есть алгебраическая величина, причем знак его зависит от выбора направления нормали к элементарным площадкам, на которые разбивается поверхность S при вычислении Φ. Изменение направления нормали на противоположное изменяет знак у E_n, а, следовательно, и знак у потока Φ.

В случае замкнутых поверхностей принято вычислять поток, выходящий из охватываемой поверхностью области наружу.

Поэтому в тех местах, где вектор $\vec{E}$ направлен наружу (т.е. линия $\vec{E}$ выходит из объема, охватываемого поверхностью), E_n и соответственно $d\Phi$ будут *положительны*. В

тех же местах, где вектор $\vec{E}$ направлен внутрь (т.е. линия $\vec{E}$ входит в объем, охватываемый поверхностью), E_n и $d\Phi$ будут *отрицательны*.

7.10. Теорема Гаусса.

К. Гауссом в 1844 доказана теорема (*теорема Гаусса в интегральной форме*), устанавливающая связь источников поля и потока напряженности через произвольную поверхность, окружающую источники.

Теорема Гаусса утверждает:

Поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0.

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum q_{внутр} \ . \qquad (7.19)$$

Для доказательства рассмотрим сначала сферическую поверхность S, в центре которой находится точечный заряд q. Электрическое поле в любой точке сферы перпендикулярно к ее поверхности и равно по модулю:

$$E = E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}, \qquad (7.20)$$

где R – радиус сферы.

Поток Φ через сферическую поверхность будет равен произведению E на площадь сферы $4\pi R^2$. Следовательно, $\Phi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}q$.

Окружим теперь точечный заряд произвольной замкнутой поверхностью S и рассмотрим вспомогательную сферу радиуса R_0 (рис.7.14).

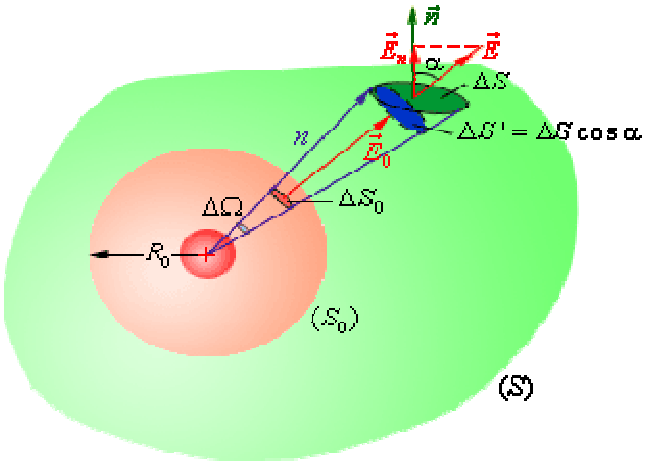


Рис. 7.14.

Рассмотрим конус с малым *телесным углом* $\Delta\Omega$ при вершине. Этот конус выделит на сфере малую площадку ΔS_0, а на поверхности S – площадку ΔS. Элементарные потоки $\Delta\Phi_0$ и $\Delta\Phi$ через эти площадки одинаковы. Действительно,

$$\Delta\Phi_0 = E_0\Delta S_0, \qquad \Delta\Phi = E\Delta S\cos\alpha = E\Delta S' E \ .$$

Здесь $\Delta S' = \Delta S\cos\alpha$ – площадка, выделяемая конусом с телесным углом $\Delta\Omega$ на поверхности сферы радиуса r.

Так как: $E_0/E = r^2/R_0^2$, а $\Delta S_0/\Delta S' = R_0^2/r^2$, следовательно:

$$\Delta\Phi_0 = \Delta\Phi .$$

Отсюда следует, что

полный поток электрического поля точечного заряда через произвольную поверхность, охватывающую заряд, равен потоку Φ_0 через поверхность вспомогательной сферы:

$$\Phi = \Phi_0 \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} . \qquad (7.21)$$

Аналогичным образом можно показать, что, если замкнутая поверхность S не охватывает точечного заряда q, то поток $\Phi = 0$. Такой случай изображен на рис.7.13. Все силовые линии электрического поля точечного заряда пронизывают замкнутую поверхность S насквозь. Внутри поверхности S зарядов нет, поэтому в этой области силовые линии не обрываются и не зарождаются.

Обобщение теоремы Гаусса на случай произвольного распределения зарядов вытекает из принципа суперпозиции. Поле любого распределения зарядов можно представить как векторную сумму электрических полей $\vec{E}_i$ точечных зарядов.

Поток Φ системы зарядов через произвольную замкнутую поверхность S будет складываться из потоков Φ_i электрических полей отдельных зарядов:

$$\Phi = \frac{q_1}{\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon\varepsilon_0} + \cdots + \frac{q_n}{\varepsilon\varepsilon_0} . \qquad (7.22)$$

Определим поток вектора напряженности, если внутри некоторой замкнутой поверхности заключено несколько точечных зарядов произвольных знаков: q_1; q_2; q_3; … q_i; … q_n. Поток вектора $\vec{E}$ по определению равен:

$$\Phi = \oint_S E_n dS .$$

В силу принципа суперпозиции полей:

$$\vec{E}_n = \vec{E}_{n1} + \vec{E}_{n2} + \ldots = \sum \vec{E}_{ni} .$$

тогда

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum E_{ni}\right) dS = \sum \oint_S E_{ni} dS ,$$

где E_{ni} – нормальная составляющая напряженности поля, создаваемого i-ым зарядом в отдельности.

Но $\oint_S E_{ni} dS = \frac{q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}$, следовательно, $\oint_S E_{ni} dS = \frac{1}{\varepsilon\,\varepsilon_0} \sum q_i$,

поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на $\varepsilon\,\varepsilon_0$.

Если заряд q_i оказался внутри поверхности S, то он дает вклад в поток, равный q_i/ε_0; если же этот заряд оказался снаружи поверхности, то вклад его электрического поля в поток будет равен нулю (рис.7.15).

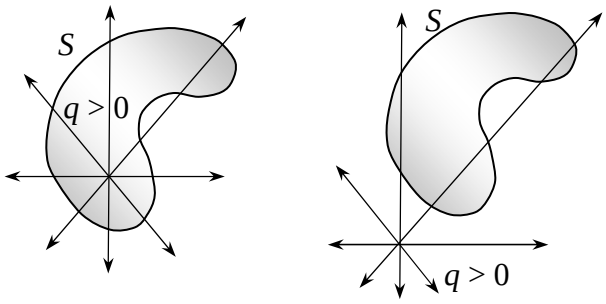


Рис. 7.15.

Действительно, если какая-нибудь силовая линия входит внутрь поверхности, то она непременно пересечет ее еще раз, выходя из нее. При подсчете линий первый раз ее считают отрицательной, а второй раз положительной. Если линия пересекает поверхность не два, а большее число раз, то число пересечений всегда будет четным и общее число силовых линий, пересекающих поверхность, неизменно окажется равным нулю.

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, теорема Гаусса будет записана следующим образом:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV\,, \qquad (7.23)$$

где ρ берется по объему, охватываемому поверхностью S;

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}\,,$$

где Δq – заключенный внутри объема ΔV.

Теорема Гаусса является следствием закона Кулона и принципа суперпозиции. Но если принять утверждение, содержащееся в этой теореме, за первоначальную аксиому, то ее следствием окажется закон Кулона. Поэтому теорему Гаусса иногда называют альтернативной формулировкой закона Кулона.

Используя теорему Гаусса, можно в ряде случаев легко вычислить напряженность электрического поля вокруг заряженного тела, если заданное распределение зарядов обладает какой-либо симметрией и общую структуру поля можно заранее угадать.

7.11. Применение теоремы Остроградского-Гаусса.

Примером применения теоремы Остроградского-Гаусса может служить задача о вычислении

напряженности электрического поля тонкостенного полого однородно заряженного длинного цилиндра радиуса *R*.

Эта задача имеет осевую симметрию. Из соображений симметрии, электрическое поле должно быть направлено по радиусу. Поэтому для применения теоремы Гаусса целесообразно выбрать замкнутую поверхность S в виде соосного цилиндра некоторого радиуса r и длины l, закрытого с обоих торцов (рис.7.16).

При $r \geq R$ весь поток вектора напряженности будет проходить через боковую поверхность цилиндра, площадь которой равна $2\pi rl$, так как поток через оба основания равен нулю. Применение теоремы Гаусса дает:

$$\Phi = E\,2\pi rl = \frac{\tau l}{\varepsilon\varepsilon_0}\,, \qquad (7.24)$$

где τ – заряд единицы длины цилиндра. Отсюда:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Этот результат не зависит от радиуса R заряженного цилиндра, поэтому он применим и к полю длинной однородно заряженной нити.

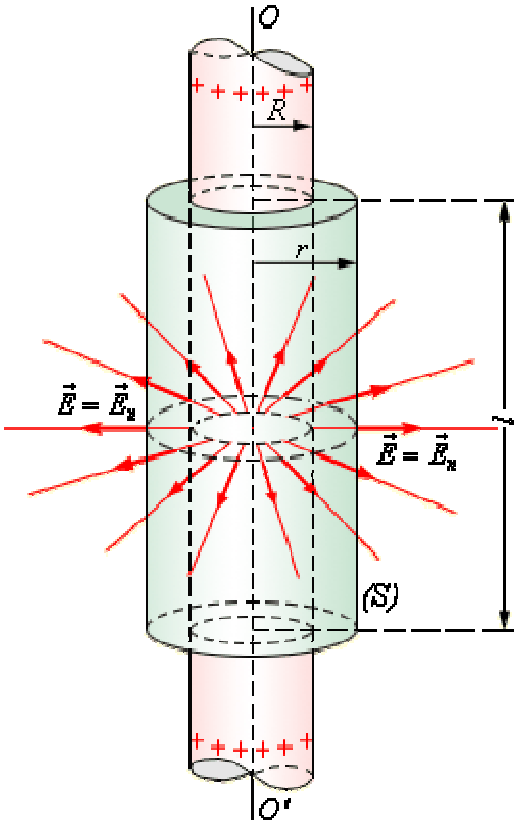


Рис. 7.16.

Для определения напряженности поля внутри заряженного цилиндра нужно построить замкнутую поверхность для случая $r < R$. В силу симметрии задачи поток вектора напряженности через боковую поверхность гауссова цилиндра должен быть и в этом случае равен $\Phi = E 2\pi rl$. Согласно теореме Гаусса, этот поток пропорционален заряду, оказавшемуся внутри замкнутой поверхности. Этот заряд равен нулю. Отсюда следует, что электрическое поле внутри однородно заряженного длинного полого цилиндра равно нулю.

Аналогичным образом можно применить теорему Гаусса для определения электрического поля в ряде других случаев, когда распределение зарядов обладает какой-либо симметрией, например, симметрией, относительно центра, плоскости или оси. В каждом из таких случаев нужно выбирать замкнутую гауссову поверхность целесообразной формы. Например, в случае центральной симметрии гауссову поверхность удобно выбирать в виде сферы с центром в точке симметрии. При осевой симметрии замкнутую поверхность нужно выбирать в виде соосного цилиндра, замкнутого с обоих торцов (как в рассмотренном выше примере). Если распределение зарядов не обладает какой-либо симметрией и общую структуру электрического поля угадать невозможно, применение теоремы Гаусса не может упростить задачу определения напряженности поля.

Вычисление напряженности электрического поля равномерно заряженной сферы

В качестве второго примера рассмотрим поле от заряженной сферы, полный заряд которой равен Q (рис. 7.17).

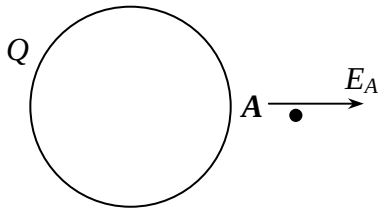


Рис. 7.17.

Пусть общий заряд сферы равен Q. Поскольку она заряжена равномерно, то поле, окружающее ее также должно обладать сферической симметрией: его напряженность будет иметь в каждой точке направление радиуса-вектора, проведенного в нее из центра сферы, если ее заряд положительный, или противоположное направление, если заряд отрицательный. Если точка ***A***, где требуется определить напряженность, находится вне заряженной сферы, то очевидно в качестве воображаемой поверхности выбрать сферу, концентрическую нашей заряженной сфере.

Для определения напряженности в некоторой точке ***A***, расположенной на расстоянии r от центра сферы проведем через эту точку новую сферическую поверхность, концентрическую с заряженной сферой. Все точки этой поверхности будут равноудалены от заряженной сферы, создающей поле. В этом случае E_A параллельно n, и $\Phi_0 = E_A S$, площадь сферы равна $4\pi R^2$.

Поток напряженности через описанную поверхность:

$$\Phi = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2.$$

По теореме Гаусса, этот поток равен: $\Phi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} Q$, т.е. $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}$, откуда:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы определяется по той же формуле, что и в случае точечного заряда, как если бы весь заряд сферы был сосредоточен в ее центре.

Рассмотрим еще один пример симметричного распределения зарядов:

определение напряженности электрического поля равномерно заряженной плоскости (рис.7.18).

Предположим, что имеется равномерно заряженная бесконечная плоскость, причем поверхностная плотность заряда на ней равна σ. Электрическое поле такой плоскости однородно и силовые линии его нормальны к ней. В этом случае гауссову поверхность S целесообразно выбрать в виде цилиндра некоторой длины, закрытого с обоих торцов. Ось цилиндра направлена перпендикулярно заряженной плоскости, а его торцы расположены на одинаковом расстоянии от нее. В силу симметрии поле равномерно заряженной плоскости должно быть везде направлено по нормали.

При вычислении потока вектора напряженности через площадь ΔS надо учитывать, что половина потока направлена в одну сторону от нее, а половина в другую, поэтому можно записать:

$$\Phi = 2E \cdot \Delta S.$$

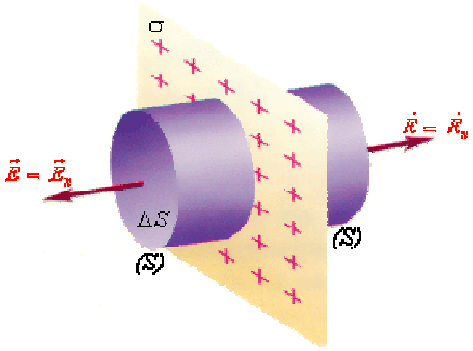


Рис. 7.18.

Применение теоремы Гаусса дает:

$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

или

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (7.25)$$

где σ – поверхностная плотность заряда, т.е. заряд, приходящийся на единицу площади.

Полученное выражение для электрического поля однородно заряженной плоскости применимо и в случае плоских заряженных площадок конечного размера. В этом случае расстояние от точки, в которой определяется напряженность поля, до заряженной площадки должно быть значительно меньше размеров площадки.

Напряженность поля двух бесконечных параллельных плоскостей, имеющих разноименные заряды с плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$.

Силовые линии, исходят из левой поверхности, несущей положительный заряд $+q$, и входят в правую поверхность, имеющую отрицательный заряд $-q$. Напряженность поля каждой отдельной плоскости равна по абсолютному значению:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

В пространстве между плоскостями силовые линии имеют одинаковое направление, напряженности полей при этом складываются и общая напряженность равна:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (7.26)$$

Напряженность поля вне пластин равна нулю, т.к. по абсолютному значению напряженности создаваемые каждой из них, равны, но противоположны по знаку.

7.12. Работа в электрическом поле.

При перемещении пробного заряда q в электрическом поле электрические силы совершают работу.

Допустим, что некоторый точечный положительный заряд q перемещается в электрическом поле, на достаточно малом расстоянии $\Delta\vec{l}$. В силу малости этого отрезка,

его можно считать прямолинейным, а силу F, действующую на заряд в его пределах – постоянной. При этом совершается элементарная работа ΔA силы F на отрезке $\Delta\vec{l}$.

Эта работа при малом перемещении $\Delta\vec{l}$ равна (рис.7.19):

$$\Delta A = F\Delta l\cos\alpha = Eq\Delta l\cos\alpha = E_1 q\Delta l .$$

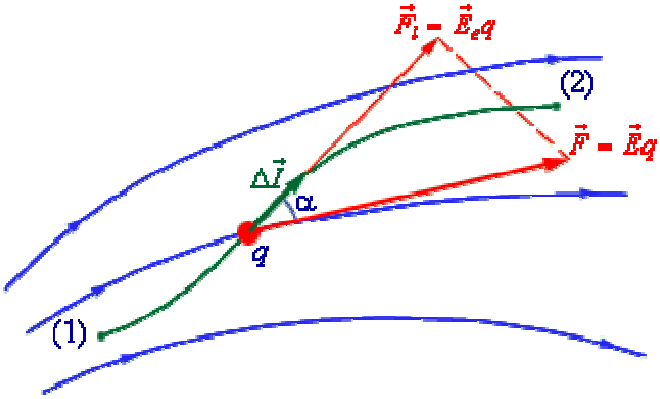


Рис. 7.19.

Электростатическое поле обладает важным свойством:

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется только положением начальной и конечной точек и величиной заряда.

Аналогичным свойством обладает и гравитационное поле, и в этом нет ничего удивительного, так как гравитационные и кулоновские силы описываются одинаковыми соотношениями.

Силовые поля, обладающие этим свойством, называют *потенциальными* или *консервативными*.

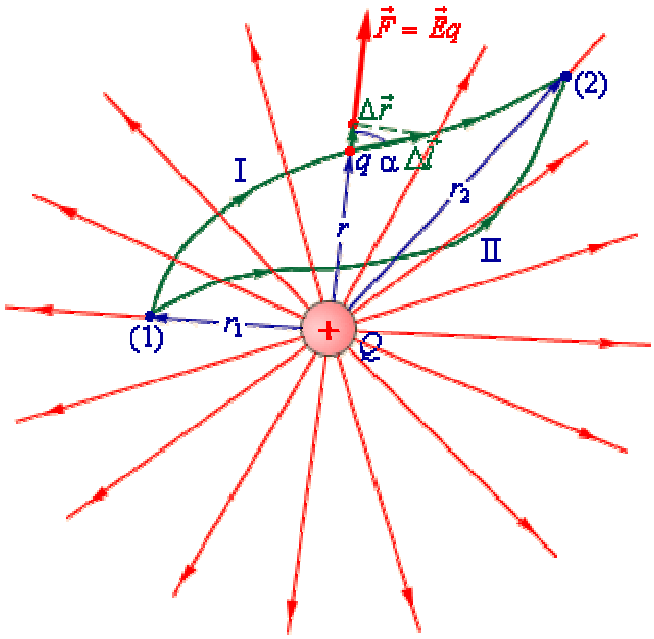


Рис. 7.20.

На рис.7.20 изображены силовые линии кулоновского поля точечного заряда Q и две различные траектории перемещения пробного заряда q из начальной точки (1) в конечную точку (2). На одной из траекторий выделено малое перемещение $\Delta\vec{l}$. Работа ΔA кулоновских сил на этом перемещении равна:

$$\Delta A = F\Delta l \cos\alpha = Eq\Delta r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\Delta r\,. \qquad (7.27)$$

Таким образом, работа на малом перемещении зависит только от расстояния r между зарядами и его изменения Δr. Если это выражение проинтегрировать на интервале от $r = r_1$ до $r = r_2$, то можно получить:

$$\Delta A = \int_{r_1}^{r_2} Eqdr = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad (7.28)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что

работа кулоновских сил при перемещении заряда q зависит только от расстояний r_1 и r_2 начальной и конечной точек траектории, а также от заряда, создающего поле и не зависит от формы траектории.

Следовательно, силы, действующие на заряд q в поле неподвижного заряда Q, являются *потенциальными*.

Свойство потенциальности электростатического поля позволяет ввести понятие *потенциальной энергии* заряда в электрическом поле. Для этого в пространстве выбирается некоторая точка (0), и потенциальная энергия заряда q, помещенного в эту точку, принимается равной нулю.

Потенциальная энергия заряда q, помещенного в любую точку (1) пространства, относительно фиксированной точки (0) равна работе A_{10}, которую совершит электрическое поле при перемещении заряда q из точки (1) в точку (0):

$$W_{n1} = A_{10}\,.$$

(В электростатике энергию принято обозначать буквой W, так как буквой E обозначают напряженность поля.)

Так же, как и в механике, потенциальная энергия определена с точностью до постоянной величины, зависящей от выбора опорной точки (0). Такая неоднозначность в определении потенциальной энергии не приводит к каким-либо недоразумениям, так как физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а разность ее значений в двух точках пространства.

На траекториях I и II, изображенных на рис.7.20, работы кулоновских сил одинаковы. Если на одной из траекторий изменить направление перемещения заряда q на противоположное, то работа изменит знак.

Работу, совершаемую силами электрического поля при перемещении положительного точечного заряда q из положения 1 в положение 2, представим как изменение потенциальной энергии этого заряда:

$$A = q\int_1^2 Edl = W_{n1} - W_{n2} = \Delta W_n\,,$$

где W_{n1} и W_{n2} – потенциальные энергии заряда q в положениях 1 и 2.

При малом перемещении заряда q в поле, создаваемом положительным точечным зарядом Q, изменение потенциальной энергии равно:

$$dW = -dA = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}\,. \qquad (7.29)$$

При конечном перемещении заряда q из положения 1 в положение 2, находящиеся на расстояниях r_1 и r_2 от заряда Q,

$$\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2} = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \qquad (7.30)$$

Если поле создано системой точечных зарядов Q_1, Q_2, …, Q_n, то изменение потенциальной энергии заряда q в этом поле:

$$\Delta W_n = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i\left(\frac{1}{r_{i2}} - \frac{1}{r_{i1}}\right). \qquad (7.31)$$

Приведённые формулы позволяют найти только *изменение* потенциальной энергии точечного заряда q, а не саму потенциальную энергию.

Для определения потенциальной энергии необходимо условиться, в какой точке поля считать ее равной нулю. Для потенциальной энергии точечного заряда q, находящегося в электрическом поле, созданном другим точечным зарядом Q, получим:

$$W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + C,$$

где C – произвольная постоянная.

Пусть потенциальная энергия равна нулю на бесконечно большом расстоянии от заряда Q (при $r \to \infty$), тогда постоянная $C = 0$ и предыдущее выражение принимает вид:

$$W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \qquad (7.32)$$

При этом потенциальная энергия определяется как *работа перемещения заряда силами поля из данной точки в бесконечно удаленную*.

В случае электрического поля, создаваемого системой точечных зарядов, потенциальная энергия заряда q:

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{r_i}.$$

Следствием независимости работы от формы траектории является следующее утверждение:

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда по любой замкнутой траектории равна нулю.

Тогда:

$$\oint E_1 dl = 0.$$

В этой формуле интеграл с кружком обозначает так называемую циркуляцию, т.е. он обозначает, что интегрирование проводится по замкнутому контуру. Справедливость этого утверждения следует из непосредственного выражения для элементарной работы при продвижении вдоль элементарного перемещения dl:

$$dA = Edl\cos\alpha = E_1 dl,$$

где α – угол между направлением силы и перемещения.

Если электростатическое поле создается совокупностью точечных зарядов Q_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, то при перемещении пробного заряда q работа A результирующего поля в соответствии с *принципом суперпозиции* будет складываться из работ A_i кулоновских полей точечных зарядов:

$$A = \sum A_i \ .$$

Так как каждый член суммы A_i не зависит от формы траектории, то и полная работа A результирующего поля не зависит от пути и определяется только положением начальной и конечной точек.

Энергия взаимодействия всех n зарядов определится соотношением:

$$W = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i \neq j}\frac{Q_i Q_j}{r_{ij}},$$

где r_{ij} – расстояние между соответствующими зарядами, а суммирование производится таким образом, чтобы взаимодействие между каждой парой зарядов учитывалось один раз.

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда q из точки (1) в точку (2), равна разности значений потенциальной энергии в этих точках и не зависит от пути перемещения заряда и от выбора точки (0).

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20} = W_{n1} - W_{n2}. \qquad (7.33)$$

Потенциальная энергия заряда q, помещенного в электрическое поле, пропорциональна величине этого заряда.

7.13. Потенциал.

Поле консервативной силы может быть описано не только векторной функцией, но эквивалентное описание этого поля можно получить, определив в каждой его точке подходящую скалярную величину. Для электростатического поля такой величиной является *потенциал электростатического поля*.

Потенциалом φ электрического поля называют физическую величину, равную отношению потенциальной энергии электрического заряда в электростатическом поле к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_n}{q}. \qquad (7.34)$$

Откуда следует, что потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладает в данной точке поля единичный положительный заряд.

Потенциал φ является энергетической характеристикой электростатического поля.

Во многих задачах электростатики при вычислении потенциалов за опорную точку (0) удобно принять бесконечно удаленную точку. В этом случае понятие потенциала может быть определено следующим образом:

Потенциал поля в данной точке пространства равен работе, которую совершают электрические силы при удалении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

$$\varphi_\infty = \frac{A_\infty}{q}.$$

Потенциал φ_∞ поля точечного заряда Q на расстоянии r от него относительно бесконечно удаленной точки вычисляется следующим образом:

$$\varphi = \varphi_\infty = \frac{1}{q}\int_r^\infty E dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad (7.35)$$

Потенциал поля точечного заряда Q в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \qquad (7.36)$$

Как следует из *теоремы Гаусса*, эта же формула выражает потенциал поля однородно заряженного шара (или сферы) при $r \geq R$, где R – радиус шара.

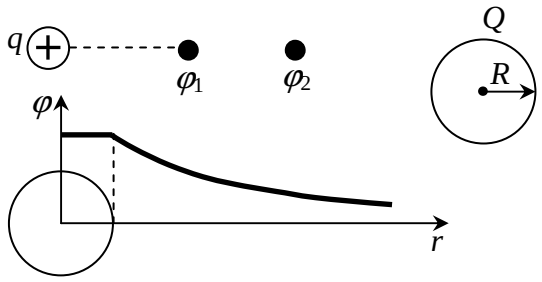


Рис. 7.21.

Потенциал заряженного шара (рис.7.21) в вакууме:

$$\varphi_Ш = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (7.37)$$

Потенциал внутри шара равен потенциалу на поверхности шара.
На расстоянии r ($r > R$) от центра шара потенциал находят:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \qquad (7.38)$$

В Международной системе единиц (СИ) единицей потенциала является *вольт* (В).

1 В = 1 Дж / 1 Кл.

1В – потенциал такой точки, для перемещения в которую из бесконечности заряда, равного 1Кл, нужно совершить работу в 1Дж.

Работа A_{12} по перемещению электрического заряда q из начальной точки (1) в конечную точку (2) равна произведению заряда на *разность потенциалов* $(\varphi_1 - \varphi_2)$ начальной и конечной точек:

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2} = q\varphi_1 - q\varphi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Разность потенциалов (рис. 7.22)

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A}{q}. \qquad (7.39)$$

Разность потенциалов характеризует работу поля по перемещению единичного

положительного заряда (1 Кл) из начальной точки в конечную.

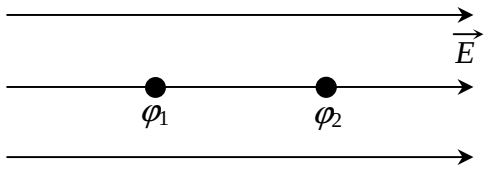


Рис. 7.22.

Единица разности потенциалов (рис. 7.23):

$$U = \frac{A}{q} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

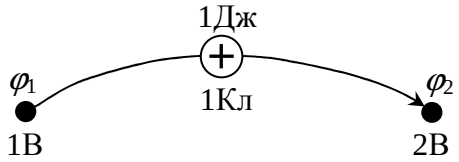


Рис. 7.23.

Потенциал есть скалярная функция, для неё справедлив принцип суперпозиции. Если поле создано двумя зарядами, то выполняется следствие принципа суперпозиции полей:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Потенциал поля, созданного несколькими заряженными телами, равен алгебраической сумме потенциалов отдельных полей, создаваемых в данной точке пространства каждым из заряженных тел:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n.$$

Так для потенциала поля системы точечных зарядов Q_1, Q_2, …, Q_n имеем:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{r_i}, \qquad (7.40)$$

где r_i – расстояние от точки поля, обладающей потенциалом φ, до заряда Q_i.

Если заряд произвольным образом распределен в пространстве, то:

$$\varphi(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(x,y,z)dxdydz}{r}, \qquad (7.41)$$

где r – расстояние от элементарного объема dx, dy, dz до точки (x,y,z), где определяется потенциал; V – объем пространства, в котором распределен заряд.

В современной науке и технике, особенно при описании явлений, происходящих в микромире, часто используется единица работы и энергии, называемая *электрон-вольтом* (эВ).

Это работа, совершаемая при перемещении заряда, равного заряду электрона, между двумя точками с разностью потенциалов **1В**:

1 эВ = $1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл·1 В = $1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж.

7.14. Связь между напряженностью и потенциалом.

Для установления связи между силовой характеристикой электрического поля – *напряжённостью* и его энергетической характеристикой – *потенциалом* рассмотрим

элементарную работу сил электрического поля на бесконечно малом перемещении точечного заряда q:

$$dA = qEdl\ ; \quad \left(dA = Fdl;\ E = F/q \to F = Eq\right),$$

эта же работа равна убыли потенциальной энергии заряда q:

$$dA = -dW_n = -qd\varphi,$$

где $d\varphi$ – изменение потенциала электрического поля на длине перемещения dl. Приравнивая правые части выражений, получаем:

$$Edl = -d\varphi, \tag{7.42}$$

или в декартовой системе координат:

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = -d\varphi, \tag{7.43}$$

где E_x, E_y, E_z – проекции вектора напряженности на оси системы координат. Поскольку выражение (7.43) представляет собой полный дифференциал, то для проекций вектора напряженности имеем:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

откуда

$$\vec{E} = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y + \vec{k}E_z = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right). \tag{7.44}$$

Стоящее в скобках выражение является *градиентом* потенциала φ, т.е.

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\nabla\varphi. \quad (\nabla \text{ – набла})$$

Напряжённость в какой-либо точке электрического поля равна градиенту потенциала в этой точке, взятому с обратным знаком.

Знак «минус» указывает, что напряженность $\vec{E}$ направлена в сторону убывания потенциала.

Если пробный заряд q совершил малое перемещение $\Delta\vec{l}$ вдоль силовой линии из точки (1) в точку (2), то можно записать:

$$\Delta A_{12} = qE\Delta l = -q\Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – изменение потенциала. Отсюда следует: $E = -\Delta\varphi/\Delta l$.

Это соотношение в скалярной форме выражает связь между напряженностью поля и потенциалом. Здесь l – координата вдоль силовой линии.

Из этой формулы следует, что

напряженность однородного электрического поля равна падению потенциала, приходящемуся на единицу длины силовой линии.

Данное соотношение позволяет установить единицу напряженности электрического поля – вольт на метр (В/м).

1В/м – Это напряженность такого однородного поля, в котором на расстоянии 1м вдоль силовой линии потенциал изменяется на 1В.

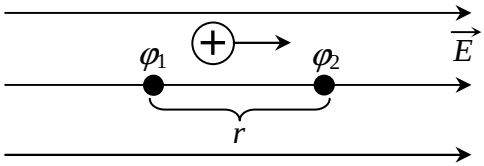


Рис. 7.24.

Для однородного электрического поля:

$$A = Eqr\,, \quad A = Uq\,, \quad Eqr = Uq\,,$$

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{r} = \frac{U}{r}\,. \tag{7.45}$$

При $U - const E$ больше, если r меньше; При $r - const E$ больше, если U больше; Если $U = 0$, то $E = 0$, поля нет.

Вектор напряженности $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала.

7.15. Эквипотенциальные поверхности.

Для наглядного представления электрического поля наряду с силовыми линиями используют *эквипотенциальные поверхности*.

Эквипотенциальная поверхность – это геометрическое место точек с одинаковым потенциалом, перпендикулярная силовым линиям.

Если потенциал задан как функция x, z и y, уравнение эквипотенциальной поверхности имеет вид $\varphi(x, y, z) = const$. Направление нормали к эквипотенциальной поверхности будет совпадать с направлением вектор $\vec{E}$ в той же точке.

Обычно эквипотенциали проводят таким образом, чтобы разность потенциалов между любыми двумя эквипотенциальными поверхностями была одинакова. На рис.7.25 приведена двухмерная картина электрического поля.

Силовые линии показаны сплошными линиями, эквипотенциали – штриховыми.

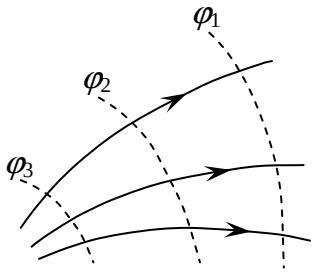


Рис. 7.25.

Подобное изображение позволяет сказать, в какую сторону направлен вектор напряжённости электрического поля; где напряжённость больше, где меньше; куда начнёт двигаться электрический заряд, помещённый в ту или иную точку поля. Так как все точки эквипотенциальной поверхности находятся при одинаковом потенциале, то перемещение заряда вдоль нее не требует работы. Это значит, что сила, действующая на заряд, все время перпендикулярна перемещению.

7.16. Свойства эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальную поверхность можно провести через любую точку поля. Следовательно, таких поверхностей может быть построено бесконечное множество. Однако уславливаются проводить поверхности таким образом, чтобы разность потенциалов $\varphi_{i+1} - \varphi_i$ для двух соседних поверхностей была всюду одна и та же. Тогда по густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить о величине напряженности поля.

Чем гуще располагаются эквипотенциальные поверхности, тем быстрее изменяется потенциал при перемещении вдоль нормали к поверхности. Следовательно, тем больше в данном месте $\mathrm{grad}\varphi$, а значит и $\vec{E}$. В соответствии с характером изменения $\vec{E}$ эквипотенциальные поверхности при приближении к заряду становятся гуще.

1) *Работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю.*

   Это вытекает из выражения работы поля при перемещении в нем заряда:

   $$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

   Если учесть, что потенциалы двух точек, лежащих на эквипотенциальной поверхности, равны, т.е.: $\varphi_1 = \varphi_2$, то разность $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$.

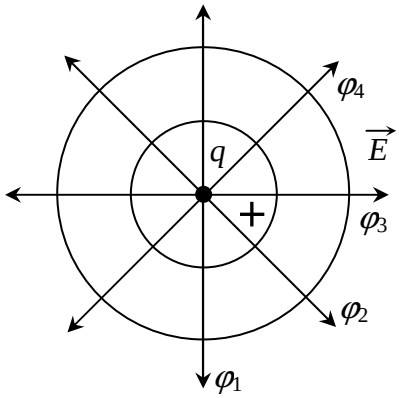


Рис. 7.26.

   $A = FS\cos\varphi$, если $\varphi = 90$, то $A = 0$.

   $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4$.

2) *Силовые линии всегда перпендикулярны эквипотенциальной поверхности.*
3) *Поверхность проводника в электростатическом поле всегда является эквипотенциальной поверхностью.*
4) *Силовые линии указывают направление быстрейшего изменения потенциала точек поля.*

В случае однородного поля эквипотенциальные поверхности представляют собой систему параллельных плоскостей.

Задачи к теме 7

Пример решения:

С какой силой притягиваются два разноименных заряда, равных 1 мкКл каждый, помещенные на расстоянии 0,3 м друг от друга?

Решение:

Дано:	СИ
q_1 = 1 мкКл	10^{-6} Кл
q_2 = 1 мкКл	10^{-6} Кл
r = 0,3 м	
$F_{кл}$ – ?	

$$F_{кл} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} = \frac{1\times10^{-6}\ \text{Кл}\cdot 1\times10^{-6}\ \text{Кл}}{4\pi\cdot 8{,}85\times10^{-12}\ \text{Ф/м}\cdot(0{,}3\text{м})^2} = 0{,}1\frac{\text{Кл}^2}{\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2} =$$

$$= 0{,}1\ \text{Н}$$

Задачи для самостоятельного решения:

7.1. Два точечных заряда, находясь, на расстоянии 20см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. Определите, на каком расстоянии нужно поместить эти заряды в трансформаторном масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия. Диэлектрическая проницаемость трансформаторного масла ε = 5.

7.2. Два маленьких шарика массами по 0,2г каждый подвешены на шелковых нитях длиной 13 см. После сообщения им равных зарядов они разошлись на расстояние 10 см между их центрами. Определите силу их отталкивания в этом положении и заряд каждого из них.

7.3. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин (ε = 2) плотностью 0,8 г/см^3. Определите, какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же.

7.4. На шелковых нитях длиной 60 см висят, соприкасаясь друг с другом два маленьких шарика массой по 8 мг каждый. Определите, на какое расстояние разойдутся шарики, если каждому из них сообщить заряд по 5*10^{-9}Кл.

7.5. Определите, во сколько раз сила взаимного притяжения между двумя протонами, обусловленная силами тяготения, меньше электрической силы их отталкивания. (q_p = 1,6*10^{-9}Кл;m_p = 1,67*10^{-27}кг; γ = 6,67*10^{-11}м^3/(кг*с^2)).

7.6. Две одинаковые капельки воды заряжены одинаковыми зарядами по 8*10^{-17} Кл каждая. Определите, какова должна быть масса каждой капельки, чтобы сила электрического отталкивания уравновесила силу взаимного притяжения.

7.7. Два одноименных точечных заряда q_1 = 1*10^{-7} Кл и q_2 = 2*10^{-7} Кл находятся на расстоянии 80 см друг от друга. Определите, какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния 20 см.

7.8. В вершинах квадрата со стороной 10 см расположены три одинаковых положительных заряда и один отрицательный заряд по 5*10^{-7} Кл. Определите напряженность электрического поля в центре квадрата, если заряды находятся в воздухе.

7.9. Определите, какую скорость приобретает электрон, перемещаясь в электрическом поле между точками с разностью потенциалов в 6,2 В.

7.10. Два точечных заряда q_1 = -3*10^{-7} Кл и q_2 = +1,2*10^{-6} Кл находятся на расстоянии12 см друг от друга. Определите, в какой точке напряженность электрического поля, созданного этими зарядами, равна нулю.

7.11. Определите потенциал точки электрического поля, находящейся на расстоянии 10 см от поверхности шара радиусом 3 см, имеющего поверхностную плотность заряда 10^{-5} Кл/м^2.

7.12. Определите количество электронов, образующих заряд пылинки весом $5*10^{-9}$ г, если она находится в равновесии в электрическом поле, создаваемом двумя заряженными пластинами. Разность потенциалов между пластинами 300 в, а расстояние между ними 2 см.

7.13. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые положительные заряды q = 2нКл. Определите, какой отрицательный заряд необходимо поместить в центр треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы отталкивания положительных зарядов.

7.14. Свинцовый шарик (ρ_c = 11,3г/см^3) диаметром 0,5см помещен в глицерин ($\rho_г$ = 1,26г/см^3). Определите заряд шарика, если в однородном электростатическом поле шарик оказался взвешенным в глицерине. Электростатическое поле направлено вертикально вверх, а его напряженность равна 4кВ/см.

7.15. Два точечных заряда q_1 = 4нКл и q_2 = -2нКл находятся на расстоянии 60см друг от друга. Определите напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему равна напряженность электрического поля, если второй заряд будет положительным?

7.16. Определите напряженность электрического поля, создаваемого диполем с электрическим моментом 1нКл*м на расстоянии 25см от центра диполя в направлении, перпендикулярном оси диполя.

7.17. Определите напряженность электростатического поля в точке, расположенной вдоль прямой, соединяющей заряды q_1 = 10нКл и q_2 = -8нКл и находящейся на расстоянии 8см от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами равно 20см.

7.18. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью □ = 0,1нКл/см^2 расположена круглая пластинка. Плоскость пластинки составляет с линиями напряженности угол 30°. Определите поток вектора напряженности электрического поля через эту пластинку, если ее радиус равен 15см.

7.19. В вершинах квадрата со стороной 5см находятся одинаковые положительные заряды по 2нКл. Определите напряженность электростатического поля в центре квадрата и в середине одной из сторон квадрата.

7.20. Определите поверхностную плотность заряда, создающего вблизи поверхности Земли напряженность равную 200В/м.

7.21. Восемь одинаковых капелек трансформаторного масла заряжены одновременно до одного и того же потенциала. Определите потенциал большой капли, получившейся в результате слияния всех восьми капель (капли считать сферическими).

Тема 8

Проводники в электрическом поле. Диэлектрики в электрическом поле. Электрическое смещение (электрическая индукция). Электроемкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия электрического поля.

8.1. Проводники в электрическом поле.

Вещество, внесенное в электрическое поле, может существенно изменить его. Это связано с тем, что вещество состоит из заряженных частиц. В отсутствие внешнего поля частицы распределяются внутри вещества так, что создаваемое ими электрическое поле в среднем по объемам, включающим большое число атомов или молекул, равно нулю. При наличии внешнего поля происходит перераспределение заряженных частиц, и в веществе возникает собственное электрическое поле. Полное электрическое поле $\vec{E}$ складывается в соответствии с принципом суперпозиции из внешнего поля $\vec{E}_0$ и внутреннего поля $\vec{E}'$, создаваемого заряженными частицами вещества.

Все вещества в соответствии с их способностью проводить электрический ток подразделяются на *проводники*, *диэлектрики* и *полупроводники*. Проводниками называют вещества, в которых электрически заряженные частицы – *носители заряда* – способны свободно перемещаться по всему объему вещества. К проводникам относятся металлы, растворы солей, кислот и щелочей, расплавленные соли, ионизированные газы. Наиболее широкие классы вещества составляют *проводники* и *диэлектрики*.

Основная особенность проводников – наличие *свободных* зарядов (электронов), которые участвуют в тепловом движении и могут перемещаться по всему объему проводника. В отсутствие внешнего электростатического поля электрические поля положительных ионов и электронов проводимости взаимно скомпенсированы, так что напряженность внутреннего результирующего поля равна нулю. При внесении металлического проводника во внешнее электростатическое поле с напряженностью $\vec{E}_0$ на ионы и свободные электроны начинают действовать кулоновские силы, направленные в противоположные стороны. Эти силы вызывают смещение заряженных частиц внутри металла, причем в основном смещаются свободные электроны, а положительные ионы, находящиеся в узлах кристаллической решетки, практически не меняют своего положения. В результате внутри проводника возникает электрическое поле с напряженностью $\vec{E}'$.

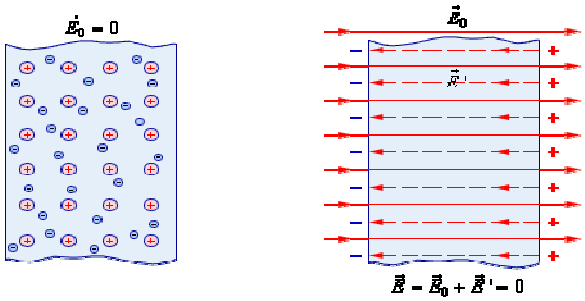


Рис. 8.1.

Происходит перераспределение свободных зарядов, в результате чего на поверхности проводника возникают нескомпенсированные положительные и отрицательные заряды (рис.8.1).

Этот процесс называют *электростатической индукцией*, а появившиеся на поверхности проводника заряды – *индукционными зарядами*.

Смещение заряженных частиц внутри проводника прекращается тогда, когда суммарная напряженность поля $\vec{E}$ в проводнике, равная сумме напряженностей внешнего и внутреннего полей, станет равной нулю. Индукционные заряды создают свое

собственное поле $\vec{E}'$, которое компенсирует внешнее поле $\vec{E}_0$ во всем объеме проводника:

$$\vec{E} = E_0 + \vec{E}' = 0,$$

где $\vec{E}_0$ внешнее электрическое поле; $\vec{E}'$ – напряженность электрического поля связанных зарядов. Т.е. внутри проводника напряженность электрического поля равна нулю.

Полное электростатическое поле внутри проводника равно нулю, а потенциалы во всех точках одинаковы и равны потенциалу на поверхности проводника.

Представим выражение, связывающее напряженность и потенциал электростатического поля, в следующем виде:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}, \qquad (8.1)$$

где $\vec{E}$ - напряженность результирующего поля внутри проводника; n – внутренняя нормаль к поверхности проводника. Из равенства нулю результирующей напряженности $\vec{E}$ следует, что

в пределах объема проводника потенциал имеет одно и то же значение: $\varphi = const$.

Полученные результаты позволяют сделать три важных вывода:

1) *Во всех точках внутри проводника напряженность поля* $\vec{E} = 0$, *т. е. весь объем проводника эквипотенциален*.
2) *При статическом распределении зарядов по проводнику вектор напряженности* $\vec{E}$ *на его поверхности должен быть направлен по нормали к поверхности* $\vec{E} = E_n$, *в противном случае под действием касательной к поверхности проводника компоненты напряженности* E_τ *заряды должны перемещаться по проводнику*.
3) *Поверхность проводника также эквипотенциальна, так как для любой точки поверхности*:

$$E_\tau = -\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0.$$

Если проводнику сообщить избыточный заряд, то этот заряд *распределится по поверхности проводника*.

Действительно, если внутри проводника выделить произвольную замкнутую поверхность S, то поток вектора напряженности электрического поля через эту поверхность должен быть равен нулю. В противном случае внутри проводника будет существовать электрическое поле, что приведет к перемещению зарядов. Следовательно, для того, чтобы выполнялось условие:

$$\oint_S E dS = 0,$$

т.е. суммарный электрический заряд внутри этой произвольной поверхности должен равняться нулю.

Экспериментальные исследования распределения избыточных зарядов на проводниках различной формы показали, что распределение зарядов на внешней поверхности проводника *зависит только от формы поверхности*: чем больше кривизна поверхности (чем меньше радиус кривизны), тем больше поверхностная плотность заряда.

Вблизи участков с малыми радиусами кривизны, особенно около острия, из-за высоких значений напряженности происходит ионизация газа, например, воздуха. В результате одноименные с зарядом проводника ионы движутся в направлении от поверхности проводника, а ионы противоположного знака к поверхности проводника, что приводит к уменьшению заряда проводника. Это явление получило название *стекания заряда*.

На внутренних поверхностях замкнутых полых проводников избыточные заряды *отсутствуют*.

Если заряженный проводник привести в соприкосновение с внешней поверхностью незаряженного проводника, то заряд будет перераспределяться между проводниками до тех пор, пока их потенциалы не станут равными.

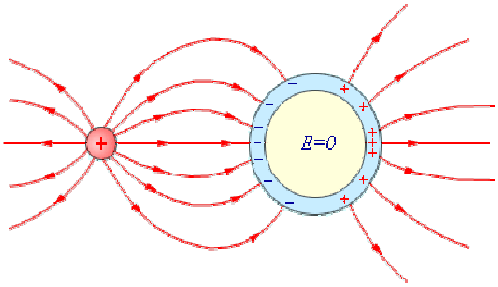


Рис. 8.2.

В заключение отметим еще одно явление, присущее только проводникам.

Если незаряженный проводник поместить во внешнее электрическое поле, то его противоположные части в направлении поля будут иметь заряды противоположных знаков.

Если, не снимая внешнего поля, проводник разделить, то разделенные части будут иметь разноименные заряды. Все внутренние области проводника, внесенного в электрическое поле, остаются электронейтральными. Если удалить некоторый объем, выделенный внутри проводника, и образовать пустую полость, то электрическое поле внутри полости будет равно нулю. На этом основана *электростатическая защита* – чувствительные к электрическому полю приборы для исключения влияния поля помещают в металлические ящики (рис.8.2).

Так как поверхность проводника является эквипотенциальной, силовые линии у поверхности должны быть перпендикулярны к ней.

8.2. Диэлектрики в электрическом поле.

В отличие от проводников, в диэлектриках (изоляторах) нет свободных электрических зарядов. Они состоят из нейтральных атомов или молекул. Заряженные частицы в нейтральном атоме связаны друг с другом и не могут перемещаться под действием электрического поля по всему объему диэлектрика.

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле $\vec{E}_0$ в нем возникает некоторое перераспределение зарядов, входящих в состав атомов или молекул. В результате такого перераспределения на поверхности диэлектрического образца появляются избыточные нескомпенсированные связанные заряды. Все заряженные частицы, образующие макроскопические связанные заряды, по-прежнему входят в состав своих атомов.

Связанные заряды создают электрическое поле $\vec{E}'$, которое внутри диэлектрика направлено противоположно вектору напряженности $\vec{E}_0$ внешнего поля. Этот процесс называется *поляризацией диэлектрика*.

Поляризацией называется состояние вещества, при котором элементарный объем диэлектрика приобретает электрический момент.

В результате полное электрическое поле:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}',$$

внутри диэлектрика, оказывается, по модулю меньше внешнего поля $\vec{E}_0$.

Физическая величина, равная отношению модуля напряженности $\vec{E}_0$ внешнего электрического поля в вакууме к модулю напряженности $\vec{E}$ полного поля в однородном диэлектрике, называется *диэлектрической проницаемостью* вещества.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \qquad (8.2)$$

Существует несколько механизмов поляризации диэлектриков. Основными из них являются *ориентационная* и *электронная* поляризации. Эти механизмы проявляются главным образом при поляризации газообразных и жидких диэлектриков.

Ориентационная или дипольная поляризация возникает у полярных диэлектриков.

Полярными диэлектриками называются вещества, состоящие из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают.

Такие молекулы представляют собой микроскопические *электрические диполи* – нейтральную совокупность двух зарядов, равных по модулю и противоположных по знаку, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Дипольным моментом обладает, например, молекула воды, а также молекулы ряда других диэлектриков (H_2S, NO_2 и т.д.).

При отсутствии внешнего электрического поля оси молекулярных диполей ориентированы хаотично из-за теплового движения, так что на поверхности диэлектрика и в любом элементе объема электрический заряд в среднем равен нулю.

При внесении диэлектрика во внешнее поле $\vec{E}_0$ возникает частичная ориентация молекулярных диполей. В результате на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные макроскопические связанные заряды, создающие поле $\vec{E}'$, направленное навстречу внешнему полю $\vec{E}_0$ (рис.8.3).

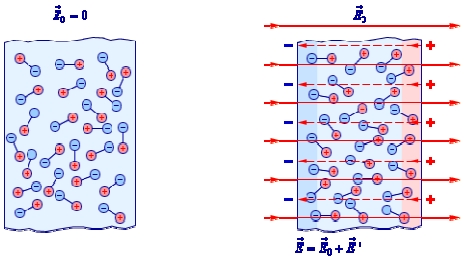


Рис. 8.3.

Поляризация полярных диэлектриков *сильно зависит от температуры*, так как тепловое движение молекул играет роль дезориентирующего фактора.

Электронный или упругий механизм проявляется при поляризации неполярных диэлектриков.

Неполярными диэлектриками называются вещества, молекулы которых не обладают в отсутствие внешнего поля дипольным моментом.

Под действием электрического поля молекулы неполярных диэлектриков деформируются – положительные заряды смещаются в направлении вектора $\vec{E}_0$, а отрицательные – в противоположном направлении. В результате каждая молекула превращается в электрический диполь, ось которого направлена вдоль внешнего поля. На поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные связанные заряды, создающие свое поле $\vec{E}'$, направленное навстречу внешнему полю $\vec{E}_0$ (рис.8.4).

Деформация неполярных молекул под действием внешнего электрического поля не зависит от их теплового движения, поэтому поляризация неполярного диэлектрика *не зависит от температуры*.

Примером неполярной молекулы может служить молекула метана CH_4. У этой молекулы четырехкратно ионизированный ион углерода C^{4-} располагается в центре правильной пирамиды, в вершинах которой находятся ионы водорода H^+. При наложении внешнего электрического поля ион углерода смещается из центра пирамиды, и у молекулы возникает дипольный момент, пропорциональный внешнему полю.

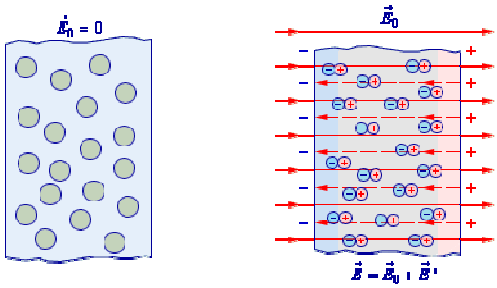


Рис. 8.4.

Электрическое поле $\vec{E}'$ связанных зарядов, возникающее при поляризации полярных и неполярных диэлектриков, изменяется по модулю прямо пропорционально модулю внешнего поля $\vec{E}_0$. В очень сильных электрических полях эта закономерность может нарушаться, и тогда проявляются различные *нелинейные эффекты*. В случае полярных диэлектриков в сильных полях может наблюдаться *эффект насыщения*, когда все молекулярные диполи выстраиваются вдоль силовых линий. В случае неполярных диэлектриков сильное внешнее поле, сравнимое по модулю с внутриатомным полем, может существенно деформировать атомы или молекулы вещества и изменить их электрические свойства. Однако, эти явления практически никогда не наблюдаются, так как для этого нужны поля с напряженностью ($10^{10} \div 10^{12}$) В/м. Между тем, гораздо раньше наступает электрический пробой диэлектрика.

У многих неполярных молекул при поляризации деформируются электронные оболочки, поэтому этот механизм получил название *электронной поляризации*. Этот механизм является универсальным, поскольку деформация электронных оболочек под действием внешнего поля происходит в атомах, молекулах и ионах любого диэлектрика.

У твердых кристаллических диэлектриков наблюдается так называемая *ионная поляризация*, при которой ионы разных знаков, составляющие кристаллическую решетку, при наложении внешнего поля смещаются в противоположных направлениях, вследствие чего на гранях кристалла появляются связанные (нескомпенсированные) заряды. Примером такого механизма может служить поляризация кристалла **NaCl**, в котором ионы $\mathbf{Na^+}$ и $\mathbf{Cl^-}$ составляют две подрешетки, вложенные друг в друга. В отсутствие внешнего поля каждая *элементарная ячейка* кристалла **NaCl** электронейтральна и не обладает дипольным моментом. Во внешнем электрическом поле обе подрешетки смещаются в противоположных направлениях, т.е. кристалл поляризуется.

При поляризации *неоднородного диэлектрика* связанные заряды могут возникать не только на поверхностях, но и в объеме диэлектрика. В этом случае электрическое поле $\vec{E}'$ связанных зарядов и полное поле $\vec{E}$ могут иметь сложную структуру, зависящую от геометрии диэлектрика. Утверждение о том, что электрическое поле $\vec{E}$ в диэлектрике в **ε** раз меньше по модулю по сравнению с внешним полем $\vec{E}_0$ строго справедливо только в случае *однородного диэлектрика*, заполняющего все пространство, в котором создано внешнее поле. В частности:

Если в однородном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε находится точечный заряд Q, то напряженность поля $\vec{E}$**,** создаваемого этим зарядом в некоторой точке, и потенциал φ в ε раз меньше, чем в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^3}\vec{r}, \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r}.$$

Степень поляризации диэлектрика характеризуется векторной величиной, которая называется *поляризованостью* или *вектором поляризации* ($\vec{P}$) диэлектрика.

Поляризованность определяется как электрический момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{P}_i, \tag{8.3}$$

где N – число молекул в объеме ΔV; $\vec{P}_i$ – отдельной молекулы.

Этот объем ΔV должен быть настолько малым, чтобы внутри него электрическое поле можно было считать однородным. Одновременно число N молекул в объеме ΔV должно быть достаточно велико для того, чтобы можно было применять статистические методы исследования.

Вектор поляризации направлен вдоль внешнего электрического поля, в котором находится диэлектрик. При поляризации диэлектрика каждая молекула становится диполем и, следовательно, приобретает определенный дипольный момент:

$$\vec{P} = q\vec{l}.$$

Вектор поляризации во всех случаях определяется электрическим полем, т.е. на $\vec{P}$ можно смотреть как на функцию $\vec{E}$.

Почти во всех случаях, с которыми приходится встречаться на практике (исключением является лишь особый класс диэлектриков под названием сегнетоэлектрики), поляризация – эффект слабый и при снятии внешнего поля исчезает. Для диэлектриков, как с полярными, так и с неполярными молекулами (за исключением сегнетоэлектриков) вектор поляризации прямо пропорционален напряженности поля в соответствующей точке.

Вектор поляризации пропорционален напряженности поля и одинаково с ней направлен,

т.е.:

$$\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}, \tag{8.4}$$

где χ – безразмерный параметр, диэлектрическая восприимчивость; ε_0 – электрическая постоянная, ε_0 = 8,854·10^{-12} Ф/м.

Диэлектрическая восприимчивость – величина, характеризующая способность *диэлектриков* к поляризации.

Количественно диэлектрическая восприимчивость – коэффициент пропорциональности χ в соотношении:

$$\vec{P} = \chi \vec{E}, \tag{8.5}$$

где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{P}$ – поляризация диэлектрика (дипольный момент единицы объёма диэлектрика).

Единицей измерения вектора поляризации в системе СИ будет: Кл·м/м^3 = Кл/м^2, что совпадает с размерностью поверхностной плотности зарядов, возникающих на поверхности диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость характеризует диэлектрические свойства вещества так же, как и *диэлектрическая проницаемость* ε, с которой она связана соотношением:

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi. \tag{8.6}$$

Диэлектрическая восприимчивость определяется свойствами самого диэлектрика. У неполярных диэлектриков она не зависит, а у полярных зависит от температуры. Чем выше температура, тем сильнее тепловые столкновения молекул сбивают диполи с правильной ориентации вдоль направления поля и тем меньше поляризуемость полярного диэлектрика. Теория показывает, что поляризуемость полярных диэлектриков обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\chi = \frac{a}{T}. \tag{8.7}$$

Поляризованность $\vec{P}$ определяет интенсивность поляризации диэлектрика и является количественной характеристикой диэлектрика.

Средний электрический момент, приходящийся на одну молекулу диэлектрика, дипольный момент молекулы:

$$\vec{p} = q\vec{l}.$$

где q – величина заряда, l – расстояние между центрами положительного и отрицательного заряда.

Если существует n таких молекул (диполей) в 1 м^3, то:

$$\vec{P} = n\vec{p}.$$

Электрическое поле в диэлектрической среде создается как свободными, так и связанными зарядами, так что вектор напряженности $\vec{E}$, характеризующий результирующее поле в диэлектрике:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{связ}} + \vec{E}_{\text{своб}}.$$

8.3. Электрическое смещение (электрическая индукция).

Электрическое смещение $\vec{D}$ – векторная величина, равная геометрической сумме напряженности $\vec{E}$ электрического поля в диэлектрике, умноженной на электрическую постоянную, и его поляризованность $\vec{P}$, т.е.:

$$\vec{D} = (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}). \tag{8.8}$$

Это выражение показывает, что вектор электрической индукции учитывает поляризованность среды.

Направление вектора электрического смещения совпадает с направлением вектора напряженности поля.

Напряженность электрического поля характеризует как свободные, так и связанные заряды, поэтому вектор напряженности терпит разрывы на границах областей, где присутствуют связанные заряды, например на границе раздела двух диэлектриков с различными ε.

Вектор электрического смещения характеризует *источники электрического поля*, т.е. *свободные заряды*, на которых этот вектор начинается и заканчивается.

Так как: $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$, то: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$. Учитывая, что $\vec{E} = \dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon}$, получим: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$, т.е.

электрическое смещение с точностью до константы равно внешнему электрическому полю, без учета дополнительного поля наведённых зарядов в диэлектрике.

8.4. Электроемкость.

Если двум изолированным друг от друга проводникам сообщить заряды q_1 и q_2, то между ними возникает некоторая *разность потенциалов* $\Delta\varphi$, зависящая от величин зарядов и геометрии проводников.

Разность потенциалов $\Delta\varphi$ между двумя точками в электрическом поле часто называют *напряжением* и обозначают буквой U. Наибольший практический интерес представляет случай, когда заряды проводников одинаковы по модулю и противоположны по знаку: $q_1 = -q_2 = q$.

В этом случае можно ввести понятие *электрической емкости*.

Электроемкостью системы из двух проводников называется физическая величина, определяемая как отношение заряда q одного из проводников к разности потенциалов $\Delta\varphi$ между ними:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}. \qquad (8.9)$$

Электроемкость проводника численно равна заряду, который нужно сообщить этому проводнику для изменения его потенциала на единицу.

В системе СИ единица электроемкости называется *фарада* (Ф):

$$1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}.$$

1 Фарада – это емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл.

10^{-6} фарады = 1 мкф (микрофарада), 10^{-12} фарады = 1 пкф (пикофарада).

Величину емкости любого проводника легко определить, деля величину заряда проводника на его потенциал. Так металлический шар радиуса R, несущий заряд Q, имеет потенциал:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}.$$

Следовательно, его емкость C равна: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$.

Как видно из этой формулы, электроемкость пропорциональна размерам проводника, и для получения больших емкостей требуются гигантские размеры проводников. Даже Земля имеет емкость чуть больше 600 мкф.

Электрическая емкость уединенного проводника зависит от его формы и размеров, а также от величины относительной диэлектрической проницаемости среды, в которой он находится. Электроемкость не зависит от материала проводника, его агрегатного состояния, от формы и размеров возможных полостей внутри проводника. Электроемкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Если вблизи проводника есть другие проводящие незаряженные тела, то при сообщении проводнику некоторого электрического заряда его потенциал будет *меньше*, чем потенциал уединенного проводника таких же формы и размеров. Это обусловлено тем, что на поверхностях тел, обращенных к заряженному проводнику, будут индуцироваться электрические заряды противоположного знака.

Для наглядности поясним это явление на примере. Пусть на некотором расстоянии от проводящего шара радиуса R расположен незаряженный металлический стержень длиной l так, что его ближний конец находится на расстоянии r от центра шара, а дальний – на расстоянии $(r+l)$. Если шару сообщить положительный электрический заряд Q, то создаваемое шаром поле будет индуцировать на ближнем конце стержня заряд $-q$, а на дальнем заряд $+q$. Потенциал шара при этом будет равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{r} + \frac{q}{r+l}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} - \frac{ql}{r(r+l)}\right) < \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}.$$

Следовательно, электроемкость проводника *возрастает*, если недалеко от него находятся другие проводящие тела.

В этом случае принято говорить о *взаимной электроемкости* проводников. Наибольший интерес представляет взаимная электроемкость системы из двух проводников с равными по величине и противоположными по знаку электрическими зарядами: $|\,|+q| = |-q| = q$.

Их взаимная электрическая емкость определяется как отношение заряда к разности потенциалов: $C = q/(\varphi_1 - \varphi_2)$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ разность потенциалов между проводниками.

8.5. Конденсаторы.

Если два проводника имеют такую форму, что создаваемое ими электрическое поле сосредоточено (локализовано) в ограниченной области пространства, то образованная ими система носит название *конденсатора*, а сами проводники называют *обкладками* конденсатора.

Простейший конденсатор – система из двух плоских проводящих пластин, расположенных параллельно друг другу на малом по сравнению с размерами пластин расстоянии и разделенных слоем диэлектрика. Такой конденсатор называется *плоским*. Электрическое поле плоского конденсатора в основном локализовано между пластинами (рис.8.5); однако, вблизи краев пластин и в окружающем пространстве также возникает сравнительно слабое электрическое поле, которое называют *полем рассеяния*.

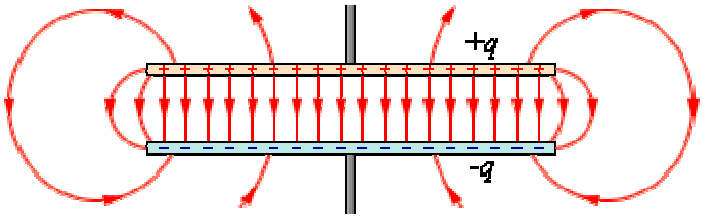


Рис. 8.5.

В целом ряде задач можно приближенно пренебрегать полем рассеяния и полагать, что электрическое поле плоского конденсатора целиком сосредоточено между его обкладками (рис.8.6). Но в других задачах пренебрежение полем рассеяния может привести к грубым ошибкам, так как при этом нарушается потенциальный характер электрического поля.

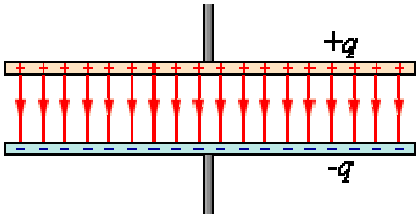


Рис. 8.6.

Идеализированное представление поля плоского конденсатора. Такое поле не обладает свойством потенциальности.

Если пластины расположены достаточно близко друг к другу, так что поле сосредоточено в области между ними, то, как это видно из рис.8.7, поля от каждой пластины складываются в области между пластинами и уничтожаются в области снаружи пластин.

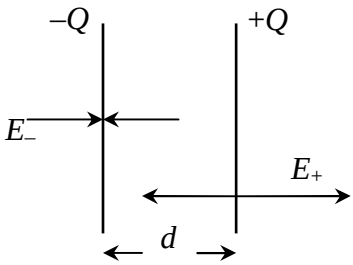


Рис. 8.7.

Каждая из заряженных пластин плоского конденсатора создает вблизи поверхности электрическое поле, модуль напряженности которого выражается соотношением:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Согласно принципу суперпозиции, напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого обеими пластинами, равна сумме напряженностей $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ полей каждой из пластин:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-.$$

Внутри конденсатора вектора $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ параллельны; поэтому модуль напряженности суммарного поля равен:

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Вне пластин вектора $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ направлены в разные стороны, и поэтому $\vec{E} = 0$. Поверхностная плотность σ заряда пластин равна q/S, где q – заряд, а S – площадь каждой пластины. Разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами в однородном электрическом поле равна Ed, где d – расстояние между пластинами. Из этих соотношений можно получить формулу для электроемкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (8.10)$$

Таким образом, электроемкость плоского конденсатора прямо пропорциональна площади пластин (обкладок) и обратно пропорциональна расстоянию между ними. Если пространство между обкладками заполнено диэлектриком, электроемкость конденсатора увеличивается в ε раз:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \qquad (8.11)$$

Примерами конденсаторов с другой конфигурацией обкладок могут служить сферический и цилиндрический конденсаторы.

Сферический конденсатор – это система из двух концентрических проводящих сфер с радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$).

Используя теорему Гаусса, легко показать, что электрическое поле существует только в пространстве между сферами. Напряженность этого поля:

$$E = q/\left(4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2\right),$$

где q – электрический заряд внутренней сферы; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между обкладками; r – расстояние от центра сфер, причем $R_1 \le r \le R_2$.

Разность потенциалов между обкладками:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2},$$

и емкость сферического конденсатора:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \qquad (8.12)$$

Цилиндрический конденсатор представляет собой два проводящих коаксиальных цилиндра радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Пренебрегая краевыми эффектами на торцах цилиндров и считая, что пространство между обкладками заполнено диэлектрической средой с относительной проницаемостью ε, напряженность поля внутри конденсатора можно найти по формуле:

$$E = q/\left(2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h r\right),$$

где q – заряд внутреннего цилиндра; h – высота цилиндров (обкладок); r – расстояние от оси цилиндров. Соответственно, разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора и его емкость есть:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}\ln\frac{R_2}{R_1},$$

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon h \Big/ \ln\frac{R_2}{R_1}. \qquad (8.13)$$

8.6. Соединение конденсаторов.

Конденсаторы могут соединяться между собой, образуя батареи конденсаторов. При *параллельном соединении* конденсаторов (рис.8.7) напряжения на конденсаторах одинаковы: $U_1 = U_2 = U$, а заряды равны $q_1 = C_1 U$ и $q_2 = C_2 U$. Такую систему можно

рассматривать как единый конденсатор электроемкости C, заряженный зарядом $q = q_1 + q_2$ при напряжении между обкладками равном U. Отсюда следует:

$$C = \frac{q_1 + q_2}{U} \text{ или } C = C_1 + C_2. \qquad (8.14)$$

Таким образом,

при параллельном соединении электроемкости складываются.

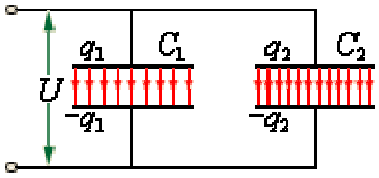


Рис. 8.6.

При последовательном соединении (рис.8.7) одинаковыми оказываются заряды обоих конденсаторов: $q_1 = q_2 = q$, а напряжения на них равны:

$$U_1 = \frac{q}{C_1} \text{ и } U_2 = \frac{q}{C_2}.$$

Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор, заряженный зарядом q при напряжении между обкладками $U = U_1 + U_2$.

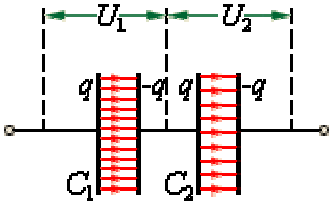


Рис. 8.7.

Следовательно,

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2} \text{ или } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \qquad (8.15)$$

При последовательном соединении конденсаторов складываются обратные величины емкостей.

Формулы для параллельного и последовательного соединения остаются справедливыми при любом числе конденсаторов, соединенных в батарею.

8.7. Энергия электрического поля.

Поверхность проводника является эквипотенциальной. Поэтому потенциалы тех точек, в которых находятся точечные заряды dq, одинаковы и равны потенциалу φ проводника. Заряд q, находящийся на проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов dq. Тогда энергия заряженного проводника:

$$W_n = 1/2 \sum \varphi \Delta q = 1/2 \varphi \sum \Delta q = 1/2 \varphi q.$$

Приняв во внимание определение емкости, можно записать:

$$W_n = 1/2\varphi q = q^2/2C = C\varphi^2/2. \qquad (8.16)$$

Любое из этих выражений определяет энергию заряженного проводника.

Опыт показывает, что заряженный конденсатор содержит запас энергии.

Энергия заряженного конденсатора равна работе внешних сил, которую необходимо затратить, чтобы зарядить конденсатор.

Процесс зарядки конденсатора можно представить как последовательный перенос достаточно малых порций заряда $\Delta q > 0$ с одной обкладки на другую (рис.8.7).

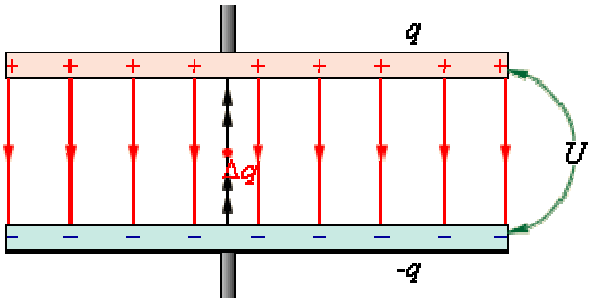


Рис. 8.7.

При этом одна обкладка постепенно заряжается положительным зарядом, а другая – отрицательным. Поскольку каждая порция переносится в условиях, когда на обкладках уже имеется некоторый заряд q, а между ними существует некоторая разность потенциалов:

$$U = \frac{q}{C},$$

при переносе каждой порции Δq внешние силы должны совершить работу:

$$\Delta A = U\Delta q = \frac{q\Delta q}{C}.$$

Пусть имеется конденсатор емкости C, заряженный до напряжения U. Для того, чтобы перенести на него добавочный заряд dQ требуется совершить работу $dA = UdQ$; но в конденсаторе заряд и напряжение связаны соотношением $Q = CU$, дифференцируя которое, получим $dQ = CdU$.

Тогда $dA = CUdU$, и полная работа, которую надо совершить для заряда конденсатора:

$$A = \int_0^U CUdU = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}.$$

Энергия W_e конденсатора емкости C, заряженного зарядом Q, может быть найдена путем интегрирования этого выражения в пределах от 0 до Q.

Формулу, выражающую энергию заряженного конденсатора, можно переписать в другой эквивалентной форме, если воспользоваться соотношением $Q = CU$.

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}.$$

Электрическую энергию W_e следует рассматривать как потенциальную энергию, запасенную в заряженном конденсаторе. Формулы для W_e аналогичны формулам для потенциальной энергии E_p деформированной пружины:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{F^2}{2k} = \frac{Fx}{2}.$$

где k – жесткость пружины, x – деформация, $F = kx$ – внешняя сила.

По современным представлениям, электрическая энергия конденсатора локализована в пространстве между обкладками конденсатора, то есть в электрическом поле. Поэтому ее называют энергией электрического поля. Это легко проиллюстрировать на примере заряженного плоского конденсатора.

Напряженность однородного поля в плоском конденсаторе равна $E = U/d$, а его емкость:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Поэтому:

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V, \qquad (8.17)$$

где $V = Sd$ – объем пространства между обкладками, занятый электрическим полем. Из этого соотношения следует, что физическая величина

$$w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \qquad (8.18)$$

является электрической (потенциальной) энергией единицы объема пространства, в котором создано электрическое поле. Ее называют *объемной плотностью электрической энергии*.

Энергия поля, созданного любым распределением электрических зарядов в пространстве, может быть найдена путем интегрирования объемной плотности w_e по всему объему, в котором создано электрическое поле. В изотропном диэлектрике направления векторов $\vec{D}$ и $\vec{E}$ совпадают и $w = \vec{D}\vec{E}/2$.

С учетом соотношений $\vec{D} = (\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})$ и $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, получим:

$$w = \vec{E}(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})/2 = \varepsilon_0\vec{E}/2 + \vec{E}\vec{P}/2. \qquad (8.19)$$

Первое слагаемое в этом выражении совпадает с плотностью энергии поля в вакууме. Второе слагаемое представляет собой энергию, затрачиваемую на поляризацию диэлектрика. Покажем это на примере неполярного диэлектрика. Поляризация неполярного диэлектрика заключается в том, что заряды, входящие в состав молекул, смещаются из своих положений под действием электрического поля $\vec{E}$. В расчете на единицу объема диэлектрика работа, затрачиваемая на смещение зарядов q_i на величину dr_i, составляет: $dA = \sum q_i E dr_i = E \cdot d\left(\sum q_i r_i\right)$.

Выражение в скобках есть дипольный момент единицы объема или поляризованность диэлектрика $\vec{P}$. Следовательно, $dA = \vec{E}d\vec{P}$.

Вектор $\vec{P}$ связан с вектором $\vec{E}$ соотношением: $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$ $\left(d\vec{P} = \chi\varepsilon_0 d\vec{E}\right)$.

Подставив это выражение в формулу для работы, получим:

$$dA = \vec{E}\chi\varepsilon_0 d\vec{E} = d\left(\chi\varepsilon_0\vec{E}^2/2\right) = d\left(\vec{E}\vec{P}/2\right).$$

Проведя интегрирование, определим работу, затрачиваемую на поляризацию единицы объема диэлектрика: $A = \vec{E}\vec{P}/2$.

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенного в любом объеме V. Для этого нужно вычислить интеграл.

Задачи к теме 8

Пример решения:

Две плоские пластины площадью 200 см^2, заряженные равными зарядами, притягиваются находясь в керосине с силой 2,5×10^{-2} Н. Расстояние между пластинами столь мало, что напряженность поля можно считать по формулам для бесконечных плоскостей. Определить находящиеся на них заряды.

Решение:

Дано:	СИ
S = 200 см^2	2×10^{-2} м^2
F = 2,5×10^{-2} Н	
ε = 2	
$q_1 = q_2$ – ?	

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon S}; \quad E = \frac{F}{q};$$

$$q^2 = 2\varepsilon_0\varepsilon SF \qquad q = \sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon SF}$$

$$q = \sqrt{2\cdot 8{,}85\times10^{-12}\ \text{Ф/м}\cdot 2\cdot 2{,}5\times10^{-2}\ \text{Н}\cdot 2\times10^{-2}\ \text{м}^2} =$$

$$= 1{,}33\times10^{-7}\sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}^2} = 1{,}33\times10^{-7}\ \text{Кл}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

8.1. Плоский конденсатор с диэлектриком (ε = 2) заряжен до разности потенциалов 150В. Напряженность электрического поля в нем равна 6*10^{6}В/м, площадь пластин 6см^2. Определите емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на обкладках.

8.2. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами d = 4мм погружен до половины в керосин ($\varepsilon_к$ = 2). Определите насколько необходимо раздвинуть пластины конденсатора, чтобы его емкость осталась прежней.

8.3. три конденсатора емкостью 1мкф, 2мкф и 3мкф соединены последовательно и присоединены к источнику напряжения с разностью потенциалов 220В. Определите величину заряда и напряжение на каждом конденсаторе.

8.4. Шар радиусом 25см заряжен до потенциала 600В и соединен проводником с Землей. Определите, сколько теплоты выделится в проводнике.

8.5. Две разноименно наэлектризованные пластины площадью 10см^2 каждая притягивается, друг к другу с силой 0,04Н. Определите напряженность электрического поля между пластинами, если они разделены слоем спирта (ε_c = 26).

8.6. Конденсатор емкостью 16мкф последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости, и они подключены к источнику постоянного напряжения 12В. Определите емкость второго конденсатора, если заряд батареи 24мкКл.

8.7. Заряд на каждом из двух последовательно заряженных конденсаторов емкостью 18пкф и 10пкф равен 0,09нКл. Определите напряжение на батарее конденсаторов и напряжение на каждом конденсаторе.

8.8. Два конденсатора емкостью по 3мкф заряжены один до напряжения 100В, а другой до 200В. Определите напряжение между обкладками конденсатора, если они соединены параллельно одноименными обкладками и когда они соединены разноименно заряженными обкладками.

8.9. Электрон влетает в пространство между обкладками плоского конденсатора в середине зазора в направлении, параллельном обкладкам, со скоростью 2*10^{7}м/с. Длина конденсатора 10см, а расстояние между обкладками 1см. Определите, при какой минимальной разности потенциалов на обкладках электрон не вылетит из конденсатора.

8.10. Батарею из двух конденсаторов емкостью 400пФ и 500пФ соединили последовательно и включили в сеть с напряжением 220В. Потом батарею отключили от сети, конденсаторы разъединили и соединили параллельно обкладками, имеющими одноименные заряды. Определите, каким будет напряжение на зажимах полученной батареи.

8.11. Плоский воздушный конденсатор заряжен до 400В и отключен от источника. Площадь обкладки конденсатора 150см^2, расстояние между обкладками 6мм. Определите, как изменятся электроемкость и энергия конденсатора, если параллельно обкладкам (в контакте с одной из обкладок) ввести металлическую пластину площадью 150см^2, толщиной 1мм.

8.12. Расстояние между обкладками плоского воздушного конденсатора 4мм. На помещенный между обкладками конденсатора заряд 4,9нКл действует сила 98мкН. Площадь обкладки 100см^2. Определите напряженность электрического поля, разность потенциалов между обкладками, энергию поля конденсатора и объемную плотность энергию.

8.13. Заряд конденсатора 1мкКл, площадь пластин 100см2, зазор между пластинами заполнен слюдой (ε = 6). Определите объемную плотность энергии поля конденсатора и силу притяжения пластин.

8.14. К одной из обкладок плоского конденсатора прилегает стеклянная плоскопараллельная пластинка (ε = 7) толщиной 9мм. После того как конденсатор отключили от источника напряжения 220В и вынули стеклянную пластинку, между обкладками установилась разность потенциалов 976В. Определите расстояние между обкладками и отношение конечной и начальной энергии конденсатора.

8.15. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов 300В. Площадь пластин 10см^2, напряженность поля в зазоре между ними 300кВ/м. Определите поверхностную плотность заряда на пластинах, емкость и энергию конденсатора.

8.16. Определите объемную плотность энергии электрического поля, создаваемого заряженной металлической сферой радиусом 5см на расстоянии 5см от ее поверхности, если поверхностная плотность заряда на ней $2*10^{-6}$Кл/м^2.

8.17. Площадь пластин плоского слюдяного конденсатора 1,1см^2, зазор между ними 3мм. При разряде конденсатора выделилась энергия 1мкДж. Определите, до какой разности потенциалов был заряжен конденсатор.

8.18. Энергия плоского воздушного конденсатора 0,4нДж, разность потенциалов на обкладках 60В, площадь пластин 1см^2. Определите расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии электрического поля конденсатора.

8.19. Под действием силы притяжения 1мН диэлектрик между обкладками конденсатора находится под давлением 1Па. Определите энергию, объемную плотность энергии поля конденсатора, если расстояние между обкладками 1мм.

Тема 9

Электрический ток. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Закон Ома. Последовательное и параллельное соединение проводников. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. Электрический ток в металлах. Классическая электронная теория. Электрический ток в полупроводниках. Электронно-дырочный переход. Электронно-дырочный переход. Электрический ток в газах. Ионизация газов. Плазма.

9.1. Электрический ток.

Если через некоторую поверхность переносится суммарный заряд, отличный от нуля, то говорят, что через эту поверхность течет *электрический ток*. Ток может протекать в твердых телах, в жидкостях и в газах. Для протекания тока необходимо наличие в данном теле (или в данной среде) заряженных частиц, которые могут перемещаться в пределах всего тела. Такие частицы называются *носителями тока*. Ими могут быть электроны, ионы либо макроскопические частицы (например, заряженные пылинки, капельки), несущие избыточный заряд. Если изолированный проводник поместить в электрическое поле $\vec{E}$, то на свободные заряды q в проводнике будет действовать сила:

$$\vec{F} = q\vec{E} \,. \qquad (9.1)$$

В результате в проводнике возникает кратковременное перемещение свободных зарядов. Этот процесс закончится тогда, когда собственное электрическое поле зарядов, возникших на поверхности проводника, не скомпенсирует полностью внешнее поле. Результирующее электростатическое поле внутри проводника равно нулю. Однако в проводниках может при определенных условиях возникнуть непрерывное *упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда*. Такое движение называется *электрическим током в проводнике*.

За направление электрического тока принято направление движения положительных свободных зарядов, поэтому в металлах это направление противоположно направлению движения электронов.

Для существования электрического тока в проводнике необходимо создать в нем электрическое поле. Линии, вдоль которых движутся заряженные частицы, названы *линиями тока*. Для количественной характеристики электрического тока служат две основные величины: *плотность тока и сила тока*.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока

I – скалярная физическая величина, равная отношению заряда Δq, переносимого через полное поперечное сечение проводника за интервал времени Δt, к этому интервалу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \,. \qquad (9.2)$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется *постоянным*.

В Международной системе единиц СИ сила тока измеряется в амперах (А).

Единица измерения тока 1 А устанавливается по магнитному взаимодействию двух параллельных проводников с током.

Единица измерения *плотности тока* – ампер на метр квадратный (А/м^2).

Плотность тока равна заряду, проходящему в единицу времени через единицу поверхности, которая перпендикулярна к линиям тока.

9.2. Сторонние силы. Электродвижущая сила.

Постоянный электрический ток может быть создан только в *замкнутой цепи*, в которой свободные носители заряда циркулируют по замкнутым траекториям. Электрическое поле в разных точках такой цепи неизменно во времени. Следовательно, электрическое поле в цепи постоянного тока имеет характер замороженного электростатического поля. Но при перемещении электрического заряда в электростатическом поле по замкнутой траектории, работа электрических сил равна нулю. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в электрической цепи устройства, способного создавать и поддерживать разности потенциалов на участках цепи за счет работы сил *неэлектростатического происхождения*.

Такие устройства называются *источниками постоянного тока*.

Смещение под действием электрического поля зарядов в проводнике всегда происходит таким образом, что электрическое поле в проводнике исчезает и ток прекращается. Для протекания тока в течение продолжительного времени на заряды в электрической цепи должны действовать силы, отличные по природе от сил электростатического поля, такие силы получили название *сторонних сил*.

Силы не электростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны источников тока, называются *сторонними силами*.

Природа сторонних сил может быть различной. В гальванических элементах или аккумуляторах они возникают в результате электрохимических процессов, в генераторах постоянного тока сторонние силы возникают при движении проводников в магнитном поле. Источник тока в электрической цепи играет ту же роль, что и насос, который необходим для перекачки жидкости в замкнутой гидравлической системе. Под действием сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока *против* сил электростатического поля, благодаря чему в замкнутой цепи может поддерживаться постоянный электрический ток. Всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, называется источником электрического тока.

При перемещении электрических зарядов по цепи постоянного тока сторонние силы, действующие внутри источников тока, совершают работу.

Физическая величина, равная отношению работы $A_{\text{ст}}$ сторонних сил при перемещении заряда q от отрицательного полюса источника тока к положительному к величине этого заряда, называется *электродвижущей силой источника* (ЭДС):

$$\text{ЭДС} = \varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \qquad (9.3)$$

Таким образом, ЭДС определяется работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда. Электродвижущая сила, как и разность потенциалов, измеряется в вольтах (В).

При перемещении единичного положительного заряда по замкнутой цепи постоянного тока работа сторонних сил равна сумме ЭДС, действующих в этой цепи, а работа электростатического поля равна нулю.

9.3. Закон Ома.

Опыт показывает, что отношение разности потенциалов на концах проводника к силе тока в нем не зависит от режимов в цепи и при неизменной температуре остается постоянным для данного участка цепи:

$$\frac{\Delta\varphi}{I} = const \text{ при } T = const .$$

Для другого проводника, сделанного из другого металла и других размеров, это отношение будет другим, но оно также будет оставаться для него постоянным при неизменной температуре и любых изменениях разности потенциалов на его концах и силы тока в нем. Цепь постоянного тока можно разбить на определенные участки. Те участки, на которых не действуют сторонние силы (т.е. участки, не содержащие источников тока), называются *однородными***.** Участки, включающие источники тока, называются *неоднородными***.** При перемещении единичного положительного заряда по некоторому участку цепи работу совершают как электростатические (кулоновские), так и сторонние силы.

Работа электростатических сил равна разности потенциалов: $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ между начальной (1) и конечной (2) точками неоднородного участка. Работа сторонних сил равна по определению электродвижущей силе ε_{12}, действующей на данном участке. Поэтому полная работа равна: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$.

Величину U_{12} принято называть напряжением на участке цепи 1–2. В случае, однородного участка напряжение равно разности потенциалов: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

Немецкий физик Г. Ом в 1826 году экспериментально установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = \frac{1}{R}U \text{ или } RI = U , \qquad (9.4)$$

где $R = const$.

Величину R принято называть *электрическим сопротивлением*.

Проводник, обладающий электрическим сопротивлением, называется *резистором.*

Это соотношение выражает *закон Ома для однородного участка цепи:*

сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.

Величина сопротивления зависит от формы и размеров проводника, а также от свойств материала, из которого он сделан.

Для однородного цилиндрического проводника, сопротивление прямо пропорционально его длине l, обратно пропорционально площади S поперечного сечения и зависит от его вещества:

$$R = \rho l / S , \qquad (9.5)$$

где l – длина проводника; S – площадь его поперечного сечения; ρ - коэффициент, зависящий от свойств материала, называемый *удельным электрическим сопротивлением* вещества проводника.

Удельное сопротивление вещества проводника измеряется сопротивлением его длины при поперечном сечении, равном единице.

Величина сопротивления зависит от формы и размеров проводника, а также от свойств материала, из которого он сделан.

В СИ единицей электрического сопротивления проводников служит *ом* (Ом).

Сопротивлением в 1Ом обладает такой участок цепи, в котором при напряжении 1В возникает ток силой 1А.

Удельное сопротивление вещества проводника измеряется сопротивлением единицы его длины при поперечном сечении, равном единице.

На практике сечение проводников часто измеряют в мм^2, а длину в м, тогда единицей удельного сопротивления будет:

$$[\rho]=\frac{\text{Ом}\cdot\text{мм}^2}{\text{м}},$$

т.е. удельное сопротивление численно равно сопротивлению проводника длиной в 1м при поперечном сечении 1мм^2.

В системе СИ единица измерения удельного электрического сопротивления ρ есть:

$$[\rho]=\frac{\text{Ом}\cdot\text{м}^2}{\text{м}}=\text{Ом}\cdot\text{м}.$$

Проводники, подчиняющиеся закону Ома, называются *линейными*.

Графическая зависимость силы тока I от напряжения U (такие графики называются *вольт-амперными характеристиками*, сокращенно ВАХ) изображается прямой линией, проходящей через начало координат.

Следует отметить, что существует много материалов и устройств, не подчиняющихся закону Ома, например, полупроводниковый диод или газоразрядная лампа. Даже у металлических проводников при достаточно больших токах наблюдается отклонение от линейного закона Ома, так как электрическое сопротивление металлических проводников растет с ростом температуры.

Для участка цепи, содержащего ЭДС, закон Ома записывается в следующей форме:

$$IR=U_{12}=\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon=\Delta\varphi_{12}+\varepsilon,$$

Это соотношение принято называть *обобщенным законом Ома*.

На рис.9.1 изображена замкнутая цепь постоянного тока. Участок цепи (*cd*) является однородным.

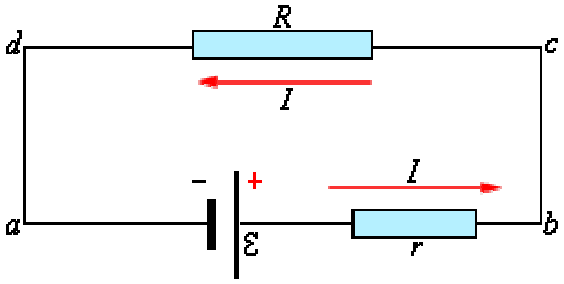


Рис. 9.1.

По закону Ома, $IR=\Delta\varphi_{cd}$.

Участок (*ab*) содержит источник тока с ЭДС, равной ε.

По закону Ома для неоднородного участка, $Ir=\Delta\varphi_{ab}+\varepsilon$.

Сложив оба равенства, получим:

$$I(R+r)=\Delta\varphi_{cd}+\Delta\varphi_{ab}+\varepsilon.$$

Но $\Delta\varphi_{cd}=\Delta\varphi_{ba}=-\Delta\varphi_{ab}$. Поэтому:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}. \qquad (9.6)$$

Эта формула выражает *закон Ома для полной цепи*:

сила тока в полной цепи равна электродвижущей силе источника, деленной на сумму сопротивлений однородного и неоднородного участков цепи.

Сопротивление r неоднородного участка на рис.9.1 можно рассматривать как *внутреннее сопротивление источника тока*. В этом случае участок (ab) на рис.9.1 является внутренним участком источника. Если точки a и b замкнуть проводником, сопротивление которого мало по сравнению с внутренним сопротивлением источника ($R << r$), тогда в цепи потечет *ток короткого замыкания*:

$$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}. \qquad (9.7)$$

Сила тока короткого замыкания – максимальная сила тока, которую можно получить от данного источника с электродвижущей силой ε и внутренним сопротивлением r.

Для измерения напряжений и токов в электрических цепях постоянного тока используются специальные приборы – вольтметры и амперметры.

Вольтметр предназначен для измерения разности потенциалов, приложенной к его клеммам. Он подключается *параллельно* участку цепи, на котором производится измерение разности потенциалов. Любой вольтметр обладает некоторым внутренним сопротивлением R_B. Для того, чтобы вольтметр не вносил заметного перераспределения токов при подключении к измеряемой цепи, его внутреннее сопротивление должно быть велико по сравнению с сопротивлением того участка цепи, к которому он подключен. Для цепи, изображенной на рис.9.2, это условие записывается в виде:

$$R_B >> R_1.$$

Это условие означает, что ток $I_B = \Delta\varphi_{cd} / R_B$, протекающий через вольтметр, много меньше тока $I = \Delta\varphi_{cd} / R_1$, который протекает по измеряемому участку цепи.

Поскольку внутри вольтметра не действуют сторонние силы, разность потенциалов на его клеммах совпадает по определению с напряжением. Поэтому можно говорить, что вольтметр измеряет напряжение.

Амперметр предназначен для измерения силы тока в цепи. Амперметр включается последовательно в разрыв электрической цепи, чтобы через него проходил весь измеряемый ток. Амперметр также обладает некоторым внутренним сопротивлением R_A. В отличие от вольтметра, внутреннее сопротивление амперметра должно быть достаточно малым по сравнению с полным сопротивлением всей цепи. Для цепи на рис.9.2 сопротивление амперметра должно удовлетворять условию:

$$R_A << (r - R_1 + R_2),$$

чтобы при включении амперметра ток в цепи не изменялся.

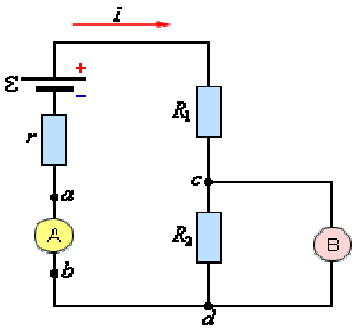


Рис. 9.2.

Измерительные приборы – вольтметры и амперметры – бывают двух видов: стрелочные (аналоговые) и цифровые. Цифровые электроизмерительные приборы представляют собой сложные электронные устройства. Обычно цифровые приборы обеспечивают более высокую точность измерений.

9.4. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

При последовательном соединении проводников (рис.9.3) сила тока во всех проводниках одинакова:

$$I_1 = I_2 = I\ .$$

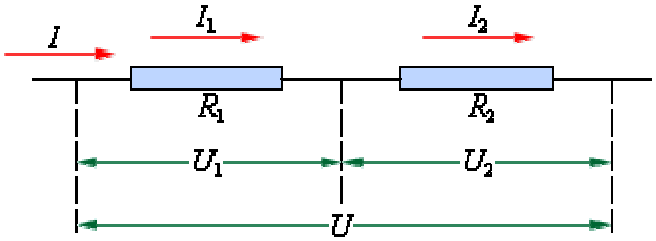


Рис. 9.3.

По закону Ома, напряжения U_1 и U_2 на проводниках равны: $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$. Общее напряжение U на обоих проводниках равно сумме напряжений U_1 и U_2:

$$U = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2) = IR\ .$$

где R – электрическое сопротивление всей цепи. Отсюда следует:

$$R = R_1 + R_2\ . \qquad (9.8)$$

При последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

Этот результат справедлив для любого числа последовательно соединенных проводников.

При параллельном соединении (рис.9.4) напряжения U_1 и U_2 на обоих проводниках одинаковы: $U_1 = U_2 = U$.

Сумма токов $I_1 + I_2$, протекающих по обоим проводникам, равна току в неразветвленной цепи: $I = I_1 + I_2$.

Этот результат следует из того, что в точках разветвления токов (узлы A и B) в цепи постоянного тока не могут накапливаться заряды. Например, к узлу A за время Δt подтекает заряд $I\Delta t$, а утекает от узла за то же время заряд $I_1\Delta t + I_2\Delta t$. Следовательно, $I = I_1 + I_2$.

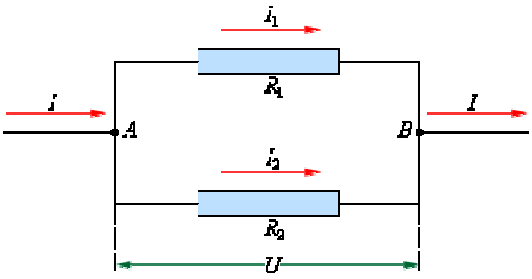


Рис. 9.4.

Записывая на основании закона Ома:

$$I_1 = \frac{U}{R_1},\ I_2 = \frac{U}{R_2} \text{ и } I = \frac{U}{R},$$

где R – электрическое сопротивление всей цепи, получим:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \qquad (9.9)$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.

Этот результат справедлив для любого числа параллельно включенных проводников.

Формулы для последовательного и параллельного соединения проводников позволяют во многих случаях рассчитывать сопротивление сложной цепи, состоящей из многих резисторов. На рис.9.5 приведен пример такой сложной цепи и указана последовательность вычислений.

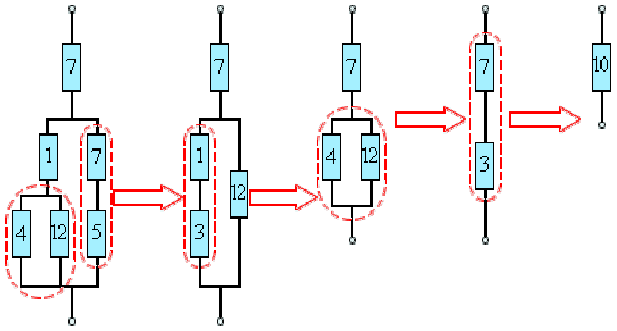


Рис. 9.5.

Следует отметить, что далеко не все сложные цепи, состоящие из проводников с различными сопротивлениями, могут быть рассчитаны с помощью формул для последовательного и параллельного соединения. На рис. 9.6 приведен пример электрической цепи, которую нельзя рассчитать указанным выше методом.

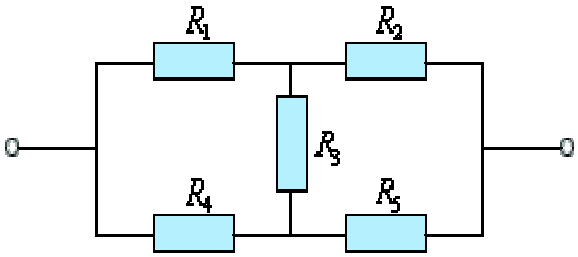


Рис. 9.6.

Цепи, подобные изображенной на рис.9.6, а также цепи с разветвлениями, содержащие несколько источников, рассчитываются с помощью *правил Кирхгофа*.

9.5. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Для упрощения расчетов сложных электрических цепей, содержащих неоднородные участки, используются *правила Кирхгофа*, которые являются обобщением закона Ома на случай разветвленных цепей.

Этих правил два. Первое из них относится к узлам цепи.

В разветвленных цепях можно выделить *узловые точки* (*узлы*), в которых сходятся не менее трех проводников (рис.9.7). Узлом называется точка, в которой сходится более чем два проводника.

Токи, втекающие в узел, принято считать положительными; токи, вытекающие из узла – отрицательными.

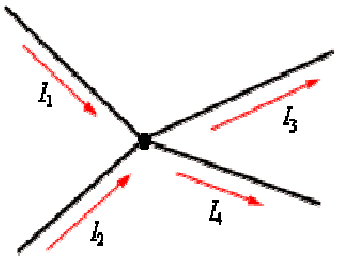


Рис. 9.7.

В узлах цепи постоянного тока не может происходить накопление зарядов. Отсюда следует *первое правило Кирхгофа*:

Алгебраическая сумма сил токов для каждого узла в разветвленной цепи равна нулю: $I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n = 0$.

Первое правило Кирхгофа является следствием *закона сохранения электрического заряда*. Это правило вытекает из уравнения непрерывности, т. е., в конечном счете, из закона сохранения заряда. Число уравнений, составленных по первому правилу Кирхгофа, должно быть *на одно меньше, чем число узлов в исследуемой цепи*. Этим обеспечивается линейная независимость получаемых уравнений.

В разветвленной цепи всегда можно выделить некоторое количество замкнутых путей, состоящих из однородных и неоднородных участков. Такие замкнутые пути называются *контурами*. На разных участках выделенного контура могут протекать различные токи. На рис.9.8 представлен простой пример разветвленной цепи.

Цепь содержит два узла *a* и *d*, в которых сходятся одинаковые токи; поэтому только один из узлов является независимым (*a* или *d*).

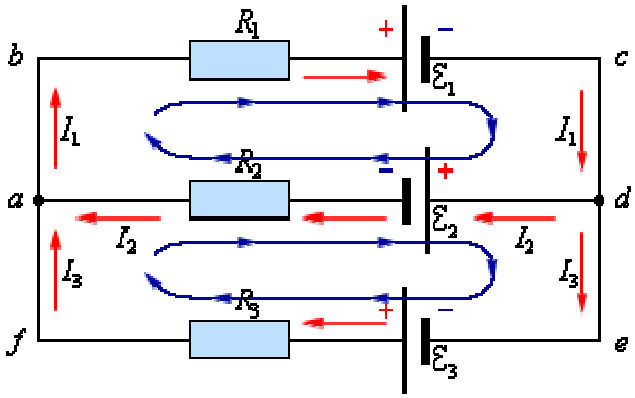


Рис. 9.8.

Цепь содержит один независимый узел (*a* или *d*) и два независимых контура (например, *abcd* и *adef*).

В цепи можно выделить три контура *abcd*, *adef* и *abcdef*. Из них только два являются независимыми (например, *abcd* и *adef*), так как третий не содержит никаких новых участков.

Второе правило Кирхгофа является следствием обобщенного закона Ома.

Запишем обобщенный закон Ома для участков, составляющих один из контуров цепи, изображенной на рис.9.8, например, *abcd*. Для этого на каждом участке нужно задать *положительное направление тока* ***и*** *положительное направление обхода контура*.

Для участков контура *abcd* обобщенный закон Ома записывается в виде:

Для участка *bc*: $I_1R_1 = \Delta\varphi_{bc} - \varepsilon_1$.

Для участка *da*: $I_2R_2 = \Delta\varphi_{da} - \varepsilon_2$.

Складывая левые и правые части этих равенств и принимая во внимание, что $\Delta\varphi_{bc} = -\Delta\varphi_{da}$, получим: $I_1R_1 + I_2R_2 = \Delta\varphi_{bc} + \Delta\varphi_{da} - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2$.

Аналогично, для контура *adef* можно записать: $-I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$.

При составлении уравнений согласно второму правилу Кирхгофа токам и ЭДС нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным направлением обхода.

Второе правило Кирхгофа можно сформулировать так:

Алгебраическая сумма произведений сопротивления каждого из участков любого замкнутого контура разветвленной цепи постоянного тока на силу тока на этом участке равна алгебраической сумме ЭДС вдоль этого контура**.**

На практике, при решении задач, при составлении уравнений направления токов выбирают произвольно и в соответствии с этим применяют правило знаков.

Действительное направление токов определится решением задачи: если какой-либо ток окажется положительным, то его направление выбрано правильно, если отрицательным, то в действительности он течет противоположно выбранному направлению.

Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, *равно числу различных токов*, текущих в разветвленной цепи. Поэтому, если заданы ЭДС и сопротивления, то могут быть вычислены все токи.

Первое и второе правила Кирхгофа, записанные для *всех* независимых узлов и контуров разветвленной цепи, дают в совокупности необходимое и достаточное число алгебраических уравнений для расчета электрической цепи.

Для цепи, изображенной на рис.9.8, система уравнений для определения трех неизвестных токов I_1, I_2 и I_3 имеет вид:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$
$$-I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$
$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Таким образом, правила Кирхгофа сводят расчет разветвленной электрической цепи к решению системы линейных алгебраических уравнений. Это решение не вызывает принципиальных затруднений, однако, бывает весьма громоздким даже в случае достаточно простых цепей. Если в результате решения сила тока на каком-то участке оказывается отрицательной, то это означает, что ток на этом участке идет в направлении, противоположном выбранному положительному направлению.

9.6. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.

При протекании тока по однородному участку цепи электрическое поле совершает работу. За время Δt по цепи протекает заряд $\Delta q = I\Delta t$. Электрическое поле на выделенном участке совершает работу:

$$\Delta A = (\varphi_1 - \varphi_2)\Delta q = \Delta\varphi_{12} I\Delta t = UI\Delta t,$$

где $U = \Delta\varphi_{12}$ – напряжение.

Эту работу называют *работой электрического тока*.

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение U. За время t через каждое сечение проводника проходит заряд $q = It$. Это равносильно тому, что заряд q переносится за время t из одного конца

проводника в другой.

При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу:

$$A = qU = IUt\ . \qquad (9.10)$$

Разделив работу на время t, за которое она совершается, получим мощность, развиваемую током на рассматриваемом участке: $P = IU$.

Эта мощность может расходоваться на совершение работы над внешними телами; на протекание химических реакций; на нагревание данного участка цепи и др. В случае, когда проводник неподвижен и химических превращений в нем не совершается, работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник нагревается. Принято говорить, что при протекании тока в проводнике выделяется тепло

Работа ΔA электрического тока I , протекающего по неподвижному проводнику с сопротивлением R, преобразуется в тепло ΔQ, выделяющееся на проводнике:

$$\Delta Q = \Delta A = RI^2\Delta t\ . \qquad (9.11)$$

Закон преобразования работы тока в тепло был экспериментально установлен независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Ленцем и носит название *закона Джоуля-Ленца*.

Мощность электрического тока равна отношению работы тока ΔA к интервалу времени Δt, за которое эта работа была совершена:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}\ . \qquad (9.12)$$

Подставляя R в (Ом), I в (А), а t в (с), P получим в (Дж).

Работа электрического тока в СИ выражается в *джоулях* (Дж), мощность – в *ваттах* (Вт).

1Дж = Ом·А^2·с, 1Вт = Ом·А^2; 1Вт = 1Дж/1с; откуда 1Дж = 1Вт·с;

Из формулы (9.12) запишем: $U = \frac{P}{I}$, откуда вытекает определение вольта:

Вольт – это разность потенциалов между двумя точками линейного проводника, по которому протекает неизменный ток в 1А, когда потребляемая мощность между этими точками равна 1Вт.

Для вычисления расхода электрической энергии пользуются единицей измерения – ватт-час. Ватт-час – это работа тока в течение 1 часа при его мощности в 1Вт.

1Вт·ч = 3600Дж; 1КВт·ч = 3,6·10^{6}Дж; 1МВт·ч = 3,6·10^{9}Дж.

Если теплоту измерять в калориях, то в формулы:

$$P = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2Rt\ ,$$

надо подставить значение теплового эквивалента работы, равное 0,24 кал/Дж, и они примут вид:

$$P = 0{,}24UIt = 0{,}24\frac{U^2}{R}t = 0{,}24I^2Rt\ . \qquad (9.13)$$

Для выделения теплоты в определенном участке цепи необходимо, чтобы сопротивление этого участка было значительно выше сопротивления всех остальных участков цепи.

Ток, проходящий через все последовательно включенные проводники одинаков, и количество выделяемого в каждом проводнике тепла прямо пропорционально его сопротивлению и для подсчета выделенной теплоты удобнее пользоваться формулой:

$$P = 0{,}24 I^2 R t .$$

При параллельном соединении токи будут разными, но все проводники будут находиться под одинаковым напряжением. В этом случае количество выделяемого тепла обратно пропорционально сопротивлению:

$$P = 0{,}24 \frac{U^2}{R} t .$$

Если сила тока изменяется со временем, то:

$$Q = \int_0^t R i^2 dt ,$$

где i действующее значение тока.

При протекании электрического тока по замкнутой цепи работа сторонних сил $\Delta A_{\text{ст}}$ преобразуется в тепло, выделяющееся во внешней цепи (ΔQ) и внутри источника ($\Delta Q_{\text{ист}}$):

$$\Delta Q + \Delta Q_{\text{ист}} = \Delta A_{\text{ст}} = \varepsilon I \delta t .$$

Следует обратить внимание, что в это соотношение не входит работа электрического поля.

При протекании тока по замкнутой цепи электрическое поле работы не совершает; поэтому *тепло производится одними только сторонними силами*, действующими внутри источника. Роль электрического поля сводится к перераспределению тепла между различными участками цепи.

Внешняя цепь может представлять собой не только проводник с сопротивлением R, но и какое-либо устройство, потребляющее мощность, например, электродвигатель постоянного тока. В этом случае под R нужно понимать *эквивалентное сопротивление нагрузки*. Энергия, выделяемая во внешней цепи, может частично или полностью преобразовываться не только в тепло, но и в другие виды энергии, например, в механическую работу, совершаемую электродвигателем. Поэтому вопрос об использовании энергии источника тока имеет большое практическое значение.

Полная мощность источника, то есть работа, совершаемая сторонними силами за единицу времени, равна:

$$P_{\text{ист}} = \varepsilon I = \frac{\varepsilon^2}{R + r} .$$

Во внешней цепи выделяется мощность:

$$P = RI^2 = \varepsilon I - rI^2 = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} .$$

Отношение $\eta = \dfrac{P}{P_{\text{ист}}}$, равное:

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}} = 1 - \frac{r}{\varepsilon} I = \frac{R}{R + r} , \qquad (9.14)$$

называется *коэффициентом полезного действия источника*.

Таким образом, к.п.д. цепи определяется соотношением между ее внешним и полным сопротивлениями.

При $R >> r$ значение η приближается к 1; $\eta = 0{,}5$ при $R = r$, при $R << r$ – η стремится к нулю.

9.7. Электрический ток в металлах.

Для выяснения природы носителей тока в металлах был поставлен ряд опытов.

Электрический ток в металлах – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля.

Опыты показывают, что при протекании тока по металлическому проводнику не происходит переноса вещества, следовательно, ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда.

В 1901 г. Рикке взял три цилиндра два медных и один алюминиевый с тщательно отшлифованными торцами. После взвешивания цилиндры были сложены вместе в последовательности медь – алюминий – медь. Через такой составной проводник непрерывно в течение года пропускался ток одного и того же направления. За все время через цилиндры прошел заряд, равный $3{,}5 \cdot 10^6$Кл.

Взвешивание показало, что пропускание тока не оказало на массу цилиндров никакого влияния. При исследовании соприкасавшихся торцов под микроскопом не было обнаружено проникновение одного металла в другой. Результаты опыта свидетельствовали о том, что перенос заряда в металлах осуществляется не атомами, а какими-то частицами, входящими в состав всех металлов. Чтобы отождествить носители тока в металлах с электронами, нужно было определить знак и числовое значение удельного заряда носителей.

Если в металлах имеются способные перемещаться заряженные частицы, то при торможении металлического проводника эти частицы должны некоторое время продолжать двигаться по инерции, в результате чего в проводнике возникает импульс тока и будет перенесен некоторый заряд.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с инерцией электронов. Идея таких опытов и первые качественные результаты принадлежат русским физикам Л.И. Мандельштаму и Н.Д. Папалекси (1913 г.). В 1916 году американский физик Р. Толмен и шотландский физик Б. Стюарт усовершенствовали методику этих опытов и выполнили количественные измерения, неопровержимо доказавшие, что ток в металлических проводниках обусловлен движением электронов.

Катушка из провода длиной 500м приводилась во вращение, при котором линейная скорость витков составляла 300м/с. Затем катушка резко тормозилась, и с помощью баллистического гальванометра измерялся заряд, протекавший в цепи за время торможения. Вычисленное значение удельного заряда носителей получалось очень близким к e/m для электронов. Таким образом, было экспериментально доказано, что носителями тока в металлах являются *электроны*.

Схема опыта Толмена и Стюарта показана на рис.9.9. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру Г. Раскрученная катушка резко тормозилась, и в цепи возникал кратковременных ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отбросу стрелки гальванометра.

При торможении вращающейся катушки на каждый носитель заряда e действует тормозящая сила:

$$F = -m\frac{dv}{dt},$$

которая играет роль сторонней силы, то есть силы неэлектрического происхождения. Сторонняя сила, отнесенная к единице заряда, по определению является напряженностью $E_{ст}$ поля сторонних сил:

$$E_{ст} = -\frac{m}{e}\frac{dv}{dt},$$

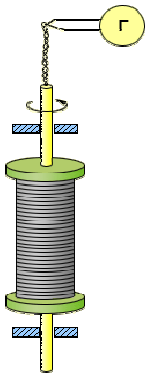


Рис. 9.9.

Следовательно, в цепи при торможении катушки возникает электродвижущая сила ε, равная:

$$\varepsilon = E_{ст}l = -\frac{m}{e}\frac{dv}{dt}l,$$

где l – длина проволоки катушки. За время торможения катушки по цепи протечет заряд q, равный:

$$q = \int Idt = \frac{1}{R}\int \varepsilon\, dt = \frac{m}{e}\frac{lv_0}{R}.$$

Здесь I – мгновенное значение силы тока в катушке, R – полное сопротивление цепи, v_0 – начальная линейная скорость проволоки.

Отсюда удельный заряд e/m свободных носителей тока в металлах равен:

$$\frac{e}{m} = \frac{lv_0}{Rq}. \qquad (9.15)$$

Все величины, входящие в правую часть этого соотношения, можно измерить. На основании результатов опытов Толмена и Стюарта было установлено, что носители свободного заряда в металлах имеют отрицательный знак, а отношение заряда носителя к его массе близко к удельному заряду электрона, полученному из других опытов. Так было установлено, что носителями свободных зарядов в металлах являются электроны.

Существование в металлах свободных электронов можно объяснить тем, что при образовании кристаллической решетки от атомов металла отщепляются слабее всего связанные (валентные) электроны, которые становятся «коллективной» собственностью всего объема металла. Число атомов в единице объема равно $(\delta/M)\cdot N_A$, где δ - плотность металла; M – масса моля; N_A – число Авогадро. Для металлов значения заключены в пределах от $2\cdot10^4$ до $2\cdot10^5$моль/м^3. Следовательно, для концентрации свободных электронов получаются значения порядка n = ($10^{28}\div10^{29}$)м^3.

По современным данным модуль заряда электрона (*элементарный заряд*) равен: e = 1,60218·10^{-19}Кл, а его удельный заряд есть: e/m = 1,75882·10^{11}Кл/кг.

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.

9.8. Классическая электронная теория.

Опыты, проведенные Рикке в 1901 г., Мандельштамом и Папалекси в 1913 г., Толменом и Стюартом в 1916 г. показали, что носителями тока в металлах являются электроны. Ток в металлах можно вызвать крайне малой разностью потенциалов. Это даёт основание считать, что электроны перемещаются по металлу практически свободно. Появление этих свободных электронов объясняется тем, что при образовании кристаллической решётки от атомов металлов легко отрываются слабее всего связанные валентные электроны. Можно показать, что концентрация их достигает n = (10^{28}÷10^{29}) электронов в м^3.

При такой высокой концентрации электронов средняя сила, действующая на электрон со стороны всех остальных электронов и ионов, равна нулю и, следовательно, электроны можно считать свободными частицами и их взаимодействие с ионами можно рассматривать как ряд последовательных соударений.

В этом приближении система электронов может анализироваться как система одноатомных молекул идеального газа. Исходя из этого, Друде и позднее Лоренц распространили результаты кинетической теории газов на свободные электроны – на так называемый электронный газ и получили законы Ома, Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

Еще в 1900 году немецкий ученый П. Друде на основе гипотезы о существовании свободных электронов в металлах создал электронную теорию проводимости металлов.

Эта теория получила развитие в работах голландского физика Х. Лоренца и носит название классической электронной теории.

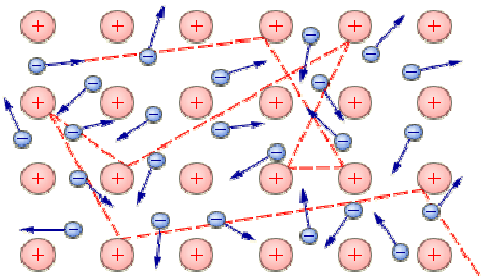


Рис. 9.10.

Согласно этой теории, электроны в металлах ведут себя как электронный газ, во многом похожий на идеальный газ.

Электронный газ заполняет пространство между ионами, образующими кристаллическую решетку металла (рис.9.10).

Газ свободных электронов в кристаллической решетке металла. Показана траектория одного из электронов.

Из-за взаимодействия с ионами электроны могут покинуть металл, лишь преодолев так называемый *потенциальный барьер*.

Высота этого барьера называется *работой выхода*.

При обычных (комнатных) температурах у электронов не хватает энергии для преодоления потенциального барьера.

Как ионы, образующие решетку, так и электроны участвуют в тепловом движении. Ионы совершают тепловые колебания вблизи положений равновесия – узлов кристаллической решетки. Свободные электроны движутся хаотично и при своем движении сталкиваются с ионами решетки. В результате таких столкновений

устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. Согласно теории Друде-Лоренца, электроны обладают такой же средней энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного идеального газа. Это позволяет оценить среднюю скорость $\bar{v}_T$ теплового движения электронов по формулам молекулярно-кинетической теории.

Такой электронный газ должен подчиняться всем законам идеального газа и, в частности, закону равномерного распределения энергии по степеням свободы, согласно которому средняя кинетическая энергия теплового движения, приходящаяся на каждую степень свободы, равна:

$$W_{Kср} = \frac{1}{2}kT, \tag{9.16}$$

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура газа. При комнатной температуре она оказывается примерно равной 10^5 м/с.

Т.к. свободный электрон обладает тремя степенями свободы, то средняя энергия, приходящаяся на один электрон, равна ($W_K = \frac{mv^2}{2}$ – энергия поступательного движения молекулы одноатомного газа):

$$\frac{1}{2}m\bar{v}_T^2 = \frac{3}{2}kT,$$

где $\bar{v}_T$ – средняя арифметическая скорость теплового движения электронов; m – масса молекулы газа.

Различают следующие скорости, характеризующие газ при данной температуре:

1. наиболее вероятная скорость $v_в$, которая соответствует максимуму функции:

$$v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m}}; \tag{9.17}$$

2. средняя арифметическая скорость $\bar{v}$ движения молекул ($\bar{v} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i$, где n – общее число молекул газа):

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}; \tag{9.18}$$

3. средняя квадратичная скорость движения молекул:

$$v = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \tag{9.19}$$

Поэтому оценку средней скорости теплового движения электронов можно произвести по формуле (9.18). Для комнатной температуры (T = 300К) вычисление по этой формуле дает следующий результат:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3{,}14 \cdot 0{,}91 \cdot 10^{-30}}} \approx 10^5 \text{ м/с}.$$

В классическом приближении число электронов проводимости в 1см^3 одновалентного металла принимается равным:

$$n_0 = \frac{N_A}{A}D,$$

где N_A – число Авогадро, количество одинаковых частиц, содержащихся в одном их моле (N_A = 6,022·10^{23} моль$^{-1}$); A – атомный вес металла; D – плотность металла. По порядку величины $n_0 \approx 10^{22} \div 10^{23}$ см$^{-3}$.

При наложении внешнего электрического поля в металлическом проводнике кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение (дрейф), то есть электрический ток.

Среднюю скорость $\bar{v}_Д$ дрейфа можно оценить из следующих соображений. За интервал времени Δt через поперечное сечение S проводника пройдут все электроны, находившиеся в объеме $S\bar{v}_Д\Delta t$.

Число таких электронов равно $nS\bar{v}_Д\Delta t$, где n – средняя концентрация свободных электронов, примерно равная числу атомов в единице объема металлического проводника.

Через сечение проводника за время Δt пройдет заряд $\Delta q = enS\bar{v}_Д\Delta t$.

Отсюда следует:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enS\bar{v}_Д,$$

или

$$\bar{v}_Д = \frac{I}{enS}.$$

Концентрация n атомов в металлах находится в пределах $10^{28} \div 10^{29}$ м$^{-3}$.

Оценка по этой формуле для металлического проводника сечением 1мм^2, по которому течет ток 10 А, дает для средней скорости $\bar{v}_Д$ упорядоченного движения электронов значение в пределах 0,6÷6 мм/с. Таким образом,

средняя скорость $\bar{v}_Д$ упорядоченного движения электронов в металлических проводниках на много порядков меньше средней скорости $\bar{v}_T$ их теплового движения $\bar{v}_Д << \bar{v}_Т$.

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам механики Ньютона.

В этой теории пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а их взаимодействие с положительными ионами сводят только к соударениям. Предполагается также, что при каждом соударении электрон передает решетке всю накопленную в электрическом поле энергию и поэтому после соударения он начинает движение с нулевой дрейфовой скоростью.

Несмотря на то, что все эти допущения являются весьма приближенными, классическая электронная теория качественно объясняет законы электрического тока в металлических проводниках. Классическая электронная теория объясняет существование электрического сопротивления металлов, законы Ома и Джоуля-Ленца.

Однако в ряде вопросов классическая электронная теория приводит к выводам, находящимся в противоречии с опытом.

Эта теория не может, например, объяснить, почему молярная теплоемкость металлов, также как и молярная теплоемкость диэлектрических кристаллов, равна $3R$, где R – универсальная газовая постоянная (закон Дюлонга и Пти). Наличие свободных электронов не сказывается на величине теплоемкости металлов.

Классическая электронная теория не может также объяснить температурную зависимость удельного сопротивления металлов. Теория дает $\rho \sim \sqrt{T}$, в то время как из

эксперимента получается зависимость $\rho \sim T$. Однако наиболее ярким примером расхождения теории и опытов является *сверхпроводимость*.

Согласно классической электронной теории, удельное сопротивление металлов должно монотонно уменьшаться при охлаждении, оставаясь конечным при всех температурах. Такая зависимость действительно наблюдается на опыте при сравнительно высоких температурах. При более низких температурах порядка нескольких кельвинов удельное сопротивление многих металлов перестает зависеть от температуры и достигает некоторого предельного значения. Однако наибольший интерес представляет удивительное *явление сверхпроводимости*, открытое датским физиком Х. Каммерлинг-Оннесом в 1911 году. При некоторой определенной температуре $T_{кр}$, различной для разных веществ, удельное сопротивление скачком уменьшается до нуля. Критическая температура у ртути равна 4,1 К, у аллюминия 1,2 К, у олова 3,7 К. Сверхпроводимость наблюдается не только у элементов, но и у многих химических соединений и сплавов. Например, соединение ниобия с оловом (Ni_3Sn) имеет критическую температуру 18 К. Некоторые вещества, переходящие при низких температурах в сверхпроводящее состояние, не являются проводниками при обычных температурах. В то же время такие «хорошие» проводники, как медь и серебро, не становятся сверхпроводниками при низких температурах.

Вещества в сверхпроводящем состоянии обладают исключительными свойствами. Практически наиболее важным их них является способность длительное время (многие годы) поддерживать без затухания электрический ток, возбужденный в сверхпроводящей цепи.

Классическая электронная теория не способна объяснить явление сверхпроводимости. Объяснение механизма этого явления было дано только через 60 лет после его открытия на основе квантово-механических представлений.

Научный интерес к сверхпроводимости возрастал по мере открытия новых материалов с более высокими критическими температурами. Значительный шаг в этом направлении произошел в 1986 году, когда было обнаружено, что у одного сложного керамического соединения $T_{кр}$ = 35 К. Уже в следующем 1987 году физики сумели создать новую керамику с критической температурой 98 К, превышающей температуру жидкого азота (77 К). Явление перехода веществ в сверхпроводящее состояние при температурах, превышающих температуру кипения жидкого азота, было названо *высокотемпературной сверхпроводимостью*. В 1988 году было создано керамическое соединение на основе элементов Tl-Ca-Ba-Cu-O с критической температурой 125 К.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по поиску новых веществ с еще более высокими значениями $T_{кр}$. Следует отметить, что до настоящего времени механизм высокотемпературной сверхпроводимости керамических материалов до конца не выяснен.

9.11. Электрический ток в полупроводниках.

По значению удельного электрического сопротивления полупроводники занимают промежуточное место между хорошими проводниками и диэлектриками. К числу полупроводников относятся многие химические элементы (германий, кремний, селен, теллур, мышьяк и др.), огромное количество сплавов и химических соединений. Почти все неорганические вещества окружающего нас мира – полупроводники. Самым распространенным в природе полупроводником является кремний, составляющий около 30 % земной коры.

Качественное отличие полупроводников от металлов проявляется, прежде всего, в зависимости удельного сопротивления от температуры. С понижением температуры сопротивление металлов падает. У полупроводников, напротив, с понижением температуры сопротивление возрастает и вблизи абсолютного нуля они практически становятся изоляторами (рис.9.11).

Рис. 9.11.

Такой ход зависимости $\rho(T)$ показывает, что у полупроводников концентрация носителей свободного заряда не остается постоянной, а увеличивается с ростом температуры. Механизм электрического тока в полупроводниках нельзя объяснить в рамках модели газа свободных электронов. Рассмотрим качественно этот механизм на примере германия (Ge). В кристалле кремния (Si) механизм аналогичен.

Атомы германия имеют четыре слабо связанных электрона на внешней оболочке. Их называют *валентными электронами*. В кристаллической решетке каждый атом окружен четырьмя ближайшими соседями. Связь между атомами в кристалле германия является *ковалентной*, т.е. осуществляется парами валентных электронов. Каждый валентный электрон принадлежит двум атомам (рис.9.12). Валентные электроны в кристалле германия гораздо сильнее связаны с атомами, чем в металлах; поэтому концентрация электронов проводимости при комнатной температуре в полупроводниках на много порядков меньше, чем у металлов. Вблизи абсолютного нуля температуры в кристалле германия все электроны заняты в образовании связей. Такой кристалл электрического тока не проводит.

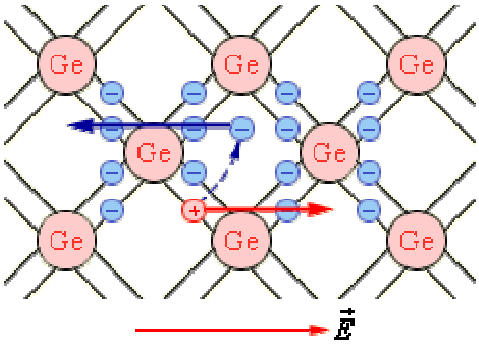


Рис. 9.12.

При повышении температуры некоторая часть валентных электронов может получить энергию, достаточную для разрыва ковалентных связей. Тогда в кристалле возникнут свободные электроны (электроны проводимости). Одновременно в местах разрыва связей образуются вакансии, которые не заняты электронами. Эти вакансии получили название «*дырок*». Вакантное место может быть занято валентным электроном из соседней пары, тогда дырка переместиться на новое место в кристалле. При заданной температуре полупроводника в единицу времени образуется определенное количество электронно-дырочных пар.

В то же время идет обратный процесс – при встрече свободного электрона с дыркой, восстанавливается электронная связь между атомами германия. Этот процесс называется *рекомбинацией*.

Электронно-дырочные пары могут рождаться также при освещении полупроводника за счет энергии электромагнитного излучения. В отсутствие электрического поля электроны проводимости и дырки участвуют в хаотическом тепловом движении.

Если полупроводник помещается в электрическое поле, то в упорядоченное движение вовлекаются не только свободные электроны, но и дырки, которые ведут себя как положительно заряженные частицы. Поэтому ток I в полупроводнике складывается из электронного $I_{\text{п}}$ и дырочного I_p токов:

$$I = I_n + I_p .$$

Концентрация электронов проводимости в полупроводнике равна концентрации дырок: $n_n = n_p$. Электронно-дырочный механизм проводимости проявляется только у чистых (т.е. без примесей) полупроводников. Он называется *собственной электрической проводимостью* полупроводников.

Известно, что сила тока связана с концентрацией электронов, их зарядом, средней скоростью упорядоченного движения следующей зависимостью:

$$I = neu_{\text{ср}}S .$$

Для полупроводников эта зависимость запишется так:

$$I = n_{\text{э}}eu_{\text{ср.э}}S + n_{\text{д}}eu_{\text{ср.д}}S . \qquad (9.20)$$

где $n_{\text{э}}$ и $n_{\text{д}}$ – соответственно концентрации электронов и дырок, e – абсолютное значение заряда электрона и дырки, $u_{\text{ср.э}}$ и $u_{\text{ср.д}}$ – соответственно средние скорости упорядоченного движения в электрическом поле электронов и дырок, S – площадь поперечного сечения полупроводника.

Введение в полупроводник примесей сильно влияет на его электрические свойства. Например, добавка примесей фосфора в кристалл кремния в количестве 0,001 атомного процента уменьшает удельное сопротивление более чем на пять порядков. Такое сильное влияние примесей может быть объяснено на основе изложенных выше представлений о строении полупроводников.

Необходимым условием резкого уменьшения удельного сопротивления полупроводника при введении примесей является отличие валентности атомов примеси от валентности основных атомов кристалла.

Проводимость полупроводников при наличии примесей называется *примесной проводимостью*.

Различают два типа примесной проводимости – *электронную* и *дырочную* проводимости.

Электронная проводимость возникает, когда в кристалл германия с четырехвалентными атомами введены пятивалентные атомы (например, атомы мышьяка, *As*).

Рассмотрим, например, что произойдет, если в решетке германия (*Ge* – четырехвалентен) один его атом замещен атомом примеси, обладающей пятью валентными электронами (фосфор, мышьяк, сурьма). Четыре электрона примесного атома будут находиться в химической связи с соседними атомами германия, а пятый, «лишний» электрон оказывается слабо связан с ядром атома, и его сравнительно легко перевести в зону проводимости. Энергия «лишних» примесных электронов несколько меньше минимальной энергии зоны проводимости.

На рис.9.13 показан пятивалентный атом мышьяка, оказавшийся в узле кристаллической решетки германия. Четыре валентных электрона атома мышьяка включены в образование ковалентных связей с четырьмя соседними атомами германия. Пятый валентный электрон оказался излишним; он легко отрывается от атома мышьяка и становится свободным. Атом, потерявший электрон, превращается в положительный ион, расположенный в узле кристаллической решетки.

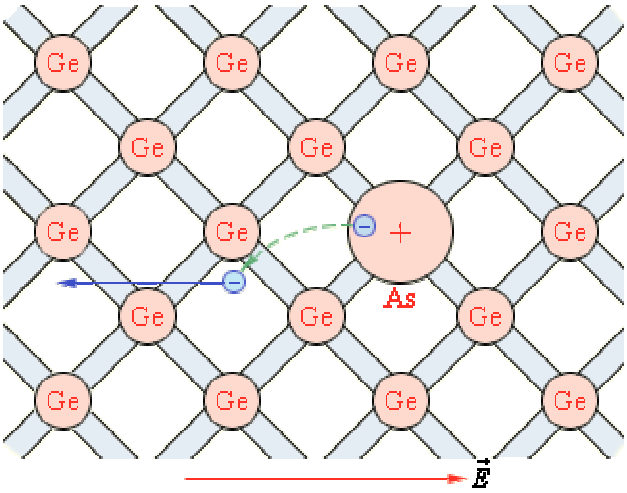


Рис. 9.13.

Примесь из атомов с валентностью, превышающей валентность основных атомов полупроводникового кристалла, называется *донорной примесью*.

В результате ее введения в кристалле появляется значительное число свободных электронов. Это приводит к резкому уменьшению удельного сопротивления полупроводника – в тысячи и даже миллионы раз. Удельное сопротивление проводника с большим содержанием примесей может приближаться к удельному сопротивлению металлического проводника.

В кристалле германия с примесью мышьяка есть электроны и дырки, ответственные за собственную проводимость кристалла. Но основным типом носителей свободного заряда являются электроны, оторвавшиеся от атомов мышьяка. В таком кристалле $n_n >> n_p$.

Такая проводимость называется *электронной*, а полупроводник, обладающий электронной проводимостью, называется полупроводником n-типа.

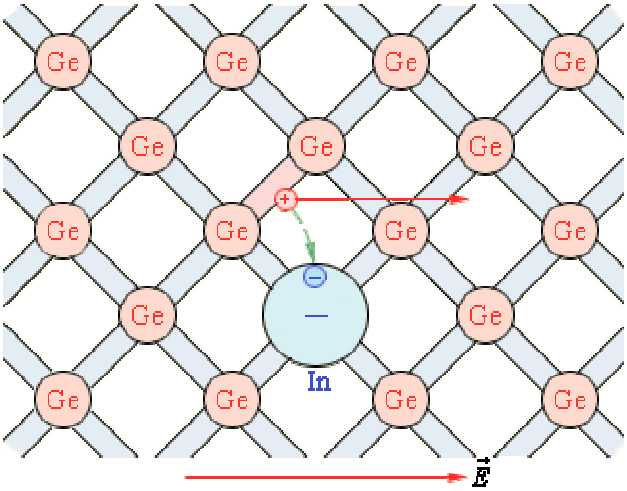


Рис. 9.14.

Дырочная проводимость возникает, когда в кристалл германия введены трехвалентные атомы (например, атомы индия, In).

Предположим, что в решетку германия введен примесный атом с тремя валентными электронами, например бор или индий. Трех валентных электронов атома примеси недостаточно для образования связи с четырьмя соседними атомами Ge, поэтому заимствуется один электрон у ближайшего атома Ge. Тогда на месте электрона, ушедшего из атома германия, образуется «положительная дырка».

На рис.9.14 показан атом индия, который создал с помощью своих валентных электронов ковалентные связи лишь с тремя соседними атомами германия. На образование связи с четвертым атомом германия у атома индия нет электрона. Этот недостающий электрон может быть захвачен атомом индия из ковалентной связи соседних атомов германия. В этом случае атом индия превращается в отрицательный ион, расположенный в узле кристаллической решетки, а в ковалентной связи соседних атомов образуется вакансия.

Примесь атомов, способных захватывать электроны, называется *акцепторной примесью*.

В результате введения акцепторной примеси в кристалле разрывается множество ковалентных связей и образуются вакантные места (дырки). На эти места могут перескакивать электроны из соседних ковалентных связей, что приводит к хаотическому блужданию дырок по кристаллу.

Наличие акцепторной примеси резко снижает удельное сопротивление полупроводника за счет появления большого числа свободных дырок. Концентрация дырок в полупроводнике с акцепторной примесью значительно превышает концентрацию электронов, которые возникли из-за механизма собственной электропроводности полупроводника: $n_p >> n_n$. Проводимость такого типа называется *дырочной проводимостью*.

Примесный полупроводник с дырочной проводимостью называется полупроводником p-типа (от слова *positive* – положительный).

Основными носителями свободного заряда в полупроводниках p-типа являются дырки. Следует подчеркнуть, что дырочная проводимость в действительности обусловлена эстафетным перемещением по вакансиям от одного атома германия к другому электронов, которые осуществляют ковалентную связь.

Для примесных полупроводников ширина запрещённой зоны $\Delta E_{пр}$ в десятки раз меньше ширины запрещённой зоны собственных (т. е. беспримесных, химически чистых) полупроводников, т.е. $\Delta E_{пр} << \Delta E$.

Для полупроводников n- и p-типов закон Ома выполняется в определенных интервалах сил тока и напряжений при условии постоянства концентраций свободных носителей.

Для полупроводников n- и p-типов закон Ома выполняется в определенных интервалах сил тока и напряжений при условии постоянства концентраций свободных носителей.

При приложении электрического поля к однородному полупроводнику в последнем протекает электрический ток.

При наличии двух типов свободных носителей – электронов и дырок – проводимость σ полупроводника будет определяться суммой электронной σ_n и дырочной σ_p компонент проводимости $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$.

9.12. Электронно-дырочный переход.

В современной электронной технике полупроводниковые приборы играют исключительную роль. За последние три десятилетия они почти полностью вытеснили электровакуумные приборы.

В любом полупроводниковом приборе имеется один или несколько электронно-дырочных переходов. *Электронно-дырочный переход* (или n-p-переход) – это область контакта двух полупроводников с разными типами проводимости.

В полупроводнике n-типа основными носителями свободного заряда являются электроны; их концентрация значительно превышает концентрацию дырок ($n_n >> n_p$). В

полупроводнике p-типа основными носителями являются дырки ($n_p >> n_n$). При контакте двух полупроводников n- и p-типов начинается процесс диффузии: дырки из p-области переходят в n-область, а электроны, наоборот, из n-области в p-область. В результате в n-области вблизи зоны контакта уменьшается концентрация электронов и возникает положительно заряженный слой. В p-области уменьшается концентрация дырок и возникает отрицательно заряженный слой. Таким образом, на границе полупроводников образуется двойной электрический слой, электрическое поле которого препятствует процессу диффузии электронов и дырок навстречу друг другу (рис.9.15). Пограничная область раздела полупроводников с разными типами проводимости (так называемый *запирающий слой*) обычно достигает толщины порядка десятков и сотен межатомных расстояний. Объемные заряды этого слоя создают между p- и n-областями запирающее напряжение $\boldsymbol{U_з}$, приблизительно равное 0,35 В для германиевых n-p-переходов и 0,6 В для кремниевых. n-p- переход обладает удивительным свойством односторонней проводимости.

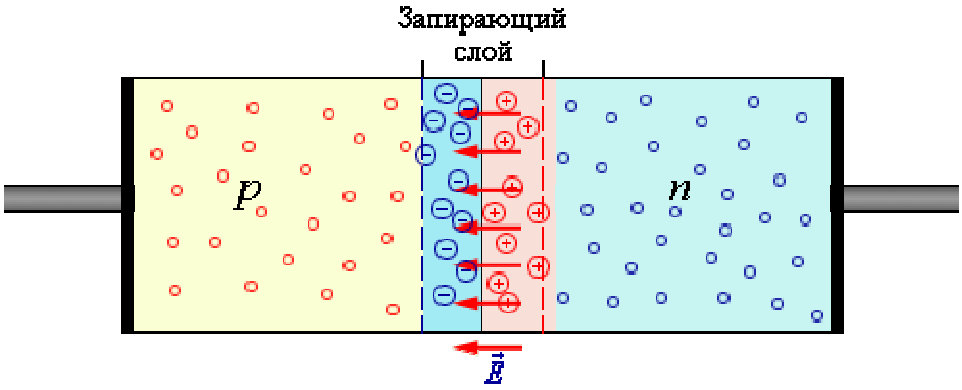


Рис.9.15.

Если полупроводник с n-p-переходом подключен к источнику тока так, что положительный полюс источника соединен с n-областью, а отрицательный – с p-областью, то напряженность поля в запирающем слое возрастает. Дырки в p-области и электроны в n-области будут смещаться от n-p-перехода, увеличивая тем самым концентрации неосновных носителей в запирающем слое. Ток через n-p-переход практически не идет. Напряжение, поданное на n-p-переход, в этом случае называют *обратным*. Весьма незначительный обратный ток обусловлен только собственной проводимостью полупроводниковых материалов, т.е. наличием небольшой концентрации свободных электронов в p-области и дырок в n-области.

Если n-p-переход соединить с источником так, чтобы положительный полюс источника был соединен с p-областью, а отрицательный с n-областью, то напряженность электрического поля в запирающем слое будет уменьшаться, что облегчает переход основных носителей через контактный слой.

Дырки из p-области и электроны из n-области, двигаясь навстречу друг другу, будут пересекать n-p-переход, создавая ток в *прямом* направлении.

Сила тока через n-p-переход в этом случае будет возрастать при увеличении напряжения источника.

Способность n-p-перехода пропускать ток практически только в одном направлении используется в приборах, которые называются *полупроводниковыми диодами*. Полупроводниковые диоды изготавливаются из кристаллов кремния или германия. При их изготовлении в кристалл с каким-либо типом проводимости вплавляют примесь, обеспечивающую другой тип проводимости.

Полупроводниковые диоды используются в выпрямителях для преобразования переменного тока в постоянный.

Полупроводниковые диоды обладают многими преимуществами по сравнению с вакуумными диодами – малые размеры, длительный срок службы, механическая прочность. Существенным недостатком полупроводниковых диодов является зависимость их параметров от температуры. Кремниевые диоды, например, могут удовлетворительно работать только в диапазоне температур от – 70 °С до 80 °С. У германиевых диодов диапазон рабочих температур несколько шире.

9.13. Электрический ток в электролитах.

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества.

Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов с металлоидами в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются *водные растворы неорганических кислот, солей и оснований*.

Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название *электролиза*.

Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (катоду), отрицательные ионы – к положительному электроду (аноду).

Ионы обоих знаков появляются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется *электролитической диссоциацией*. Например, хлорид меди $CuCl_2$ диссоциирует в водном растворе на ионы меди и хлора:

$$CuCl_2 \leftrightarrow Cu^{++} + 2Cl^{-}.$$

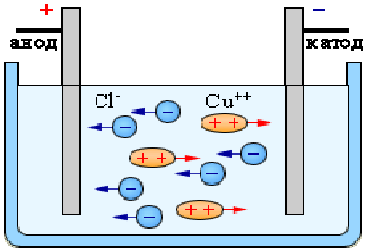


Рис. 9.16.

При подключении электродов к источнику тока ионы под действием электрического поля начинают упорядоченное движение: положительные ионы меди движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы хлора – к аноду (рис. 9.16). Достигнув катода, ионы меди нейтрализуются избыточными электронами катода и превращаются в нейтральные атомы, оседающие на катоде. Ионы хлора, достигнув анода, отдают, но одному электрону. После этого нейтральные атомы хлора соединяются попарно и образуют молекулы хлора Cl_2. Хлор выделяется на аноде в виде пузырьков.

Во многих случаях электролиз сопровождается *вторичными реакциями* продуктов разложения, выделяющихся на электродах, с материалом электродов или растворителей. Примером может служить электролиз водного раствора сульфата меди $CuSO_4$ (медный купорос) в том случае, когда электроды, опущенные в электролит, изготовлены из меди.

Диссоциация молекул сульфата меди происходит по схеме:

$$CuSO_4 \leftrightarrow Cu^{++} + SO_4^{--}.$$

Нейтральные атомы меди отлагаются в виде твердого осадка на катоде. Таким путем можно получить химически чистую медь. Ион SO_4^{--} отдает аноду два электрона и превращается в нейтральный радикал SO_4, вступает во вторичную реакцию с медным анодом: $SO_4 + Cu = CuSO_4$.

Образовавшаяся молекула сульфата меди переходит в раствор.

Таким образом, при прохождении электрического тока через водный раствор сульфата меди происходит растворение медного анода и отложение меди на катоде. Концентрация раствора сульфата меди при этом не изменяется.

Закон электролиза был экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году.

Закон Фарадея определяет количества первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе:

Масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду Q, прошедшему через электролит:

$$m = kQ = kIT \ . \qquad (9.21)$$

Величину k называют *электрохимическим эквивалентом*.

Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, пришедших к электроду:

$$m = m_0 N = m_0 \frac{Q}{q_0} = \frac{m_0}{q_0} It \ . \qquad (9.22)$$

Здесь m_0 и q_0 – масса и заряд одного иона, $N = \dfrac{Q}{q_0}$ – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда Q.

Таким образом, электрохимический эквивалент k равен отношению массы m_0 иона данного вещества к его заряду q_0.

Так как заряд иона равен произведению валентности вещества n на элементарный заряд e ($q_0 = ne$), то выражение для электрохимического эквивалента k можно записать в виде:

$$k = \frac{m_0}{q_0} = \frac{m_0 N_A}{neN_A} = \frac{1}{F}\frac{M}{n} \ . \qquad (9.23)$$

Здесь N_A – постоянная Авогадро, $M = m_0 N_A$ – молярная масса вещества, $F = eN_A$ = 96485 Кл/моль – *постоянная Фарадея*.

Постоянная Фарадея численно равна заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

Закон Фарадея для электролиза приобретает вид:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n} It \ . \qquad (9.24)$$

Явление электролиза широко применяется в современном промышленном производстве.

9.14. Электрический ток в газах.

Вы знаете, что при обычных условиях все газы являются диэлектриками, то есть не проводят электрического тока. Этим свойством объясняется, например, широкое использование воздуха в качестве изолирующего вещества. Принцип действия

выключателей и рубильников как раз и основан на том, что размыкая их металлические контакты, мы создаем между ними прослойку воздуха, не проводящую ток.

Однако при определенных условиях газы могут становиться проводниками. Например, пламя, внесенное в пространство между двумя металлическими дисками (рисунок), приводит к тому, что гальванометр отмечает появление тока. Отсюда следует вывод: пламя, т.е. *газ, нагретый до высокой температуры, является проводником электрического тока.*

Нагревание – не единственный способ превращения газа в проводник. Вместо пламени можно использовать ультрафиолетовое или рентгеновское излучение, а также поток альфа-частиц или электронов. Опытами установлено, что действие любой из этих причин приводит к *ионизации молекул газа.* При этом от некоторых молекул отрывается один (или несколько) электронов, в результате чего молекула превращается в положительный ион. Под воздействием электрического поля, существующего между дисками, образовавшиеся ионы и электроны начинают двигаться, создавая между дисками электрический ток.

Прохождение тока через газы называют *газовым разрядом*. Только что мы рассмотрели пример так называемого *несамостоятельного разряда.* Он так называется потому, что для его поддержания требуется какой-либо *ионизатор* – пламя, излучение или поток заряженных частиц. Опыты показывают, что если ионизатор устранить, то ионы и электроны вскоре воссоединяются (говорят: *рекомбинируют*), вновь образуя электронейтральные молекулы. В результате газ перестает проводить ток, то есть становится диэлектриком.

Все газы в естественном состоянии не проводят электрического тока. В чем можно убедиться из следующего опыта:

Возьмем электрометр с присоединенными к нему дисками плоского конденсатора и зарядим его. При комнатной температуре, если воздух достаточно сухой, конденсатор заметно не разряжается – положение стрелки электрометра не изменяется. Чтобы заметить уменьшение угла отклонения стрелки электрометра, требуется длительное время. Это показывает, что электрический ток в воздухе между дисками очень мал. Данный опыт показывает, что воздух является плохим проводником электрического тока.

Видоизменим опыт: нагреем воздух между дисками пламенем спиртовки. Тогда угол отклонения стрелки электрометра быстро уменьшается, т.е. уменьшается разность потенциалов между дисками конденсатора – конденсатор разряжается. Следовательно, нагретый воздух между дисками стал проводником, и в нем устанавливается электрический ток. Изолирующие свойства газов объясняются тем, что в них нет свободных электрических зарядов: атомы и молекулы газов в естественном состоянии являются нейтральными.

9.15. Ионизация газов.

Ионизация газов при нагревании объясняется тем, что по мере нагревания молекулы движутся быстрее. При этом некоторые молекулы начинают двигаться так быстро, что часть из них при столкновениях распадается, превращаясь в ионы. Чем выше температура, тем больше образуется ионов.

Механизм проводимости газов похож на механизм проводимости растворов и расплавов электролитов. Разница состоит в том, что отрицательный заряд переносится в основном не отрицательными ионами, как в водных растворах или расплавах электролитов, а электронами. Таким образом, в газах сочетается электронная проводимость, подобная проводимости металлов, с ионной проводимостью, подобней проводимости водных растворов или расплавов электролитов.

Вышеописанный опыт показывает, что в газах под влиянием высокой температуры появляются заряженные частицы. Они возникают вследствие отщепления от атомов газа одного или нескольких электронов, в результате чего вместо нейтрального атома возникают положительный ион и электроны. Часть образовавшихся электронов может

быть при этом захвачена другими нейтральными атомами, и тогда появятся еще отрицательные ионы.

Распад молекул газа на электроны и положительные ионы называется *ионизацией газов.*

Нагревание газа до высокой температуры не является единственным способом ионизации молекул или атомов газа. Ионизация газа может происходить под влиянием различных внешних взаимодействий: сильного нагрева газа, рентгеновских лучей, α-, β- и γ-лучей, возникающих при радиоактивном распаде, космических лучей, бомбардировки молекул газа быстро движущимися электронами или ионами. Факторы, вызывающие ионизацию газа называются *ионизаторами.* Количественной характеристикой процесса ионизации служит *интенсивность ионизации,* измеряемая числом пар противоположных по знаку заряженных частиц, возникающих в единице объема газа за единицу времени.

Ионизация атома требует затраты определенной энергии – энергии ионизации. Для ионизации атома (или молекулы) необходимо совершить работу против сил взаимодействия между вырываемым электроном и остальными частицами атома (или молекулы). Эта работа называется работой ионизации A_i. Величина работы ионизации зависит от химической природы газа и энергетического состояния вырываемого электрона в атоме или молекуле.

После прекращения действия ионизатора количество ионов в газе с течением времени уменьшается и, в конце концов, ионы исчезают вовсе. Исчезновение ионов объясняется тем, что ионы и электроны участвуют в тепловом движении и поэтому соударяются друг с другом. При столкновении положительного иона и электрона они могут воссоединиться в нейтральный атом. Точно также при столкновении положительного и отрицательного ионов отрицательный ион может отдать свой избыточный электрон положительному иону и оба иона превратятся в нейтральные атомы. Этот процесс взаимной нейтрализации ионов называется *рекомбинацией ионов.* При рекомбинации положительного иона и электрона или двух ионов освобождается определенная энергия, равная энергии, затраченной на ионизацию. Частично она излучается в виде света, и поэтому рекомбинация ионов сопровождается свечением (свечение рекомбинации).

В явлениях электрического разряда в газах большую роль играет ионизация атомов электронными ударами. Этот процесс заключается в том, что движущийся электрон, обладающий достаточной кинетической энергией, при соударении с нейтральным атомом выбивает из него один или несколько атомных электронов, в результате чего нейтральный атом превращается в положительный ион, а в газе появляются новые электроны (об этом будет рассмотрено позднее).

Механизм проводимости газов похож на механизм проводимости растворов и расплавов электролитов. При отсутствии внешнего поля заряженные частицы, как и нейтральные молекулы, движутся хаотически. Если ионы и свободные электроны оказываются во внешнем электрическом поле, то они приходят в направленное движение и создают электрический ток в газах.

Таким образом,

электрический ток в газе представляет собой направленное движение положительных ионов к катоду, а отрицательных ионов и электронов к аноду.

Полный ток в газе складывается из двух потоков заряженных частиц: потока, идущего к аноду, и потока, направленного к катоду.

На электродах происходит нейтрализация заряженных частиц, как и при прохождении электрического тока через растворы и расплавы электролитов. Однако в газах отсутствует выделение веществ на электродах, как это имеет место в растворах

электролитов. Газовые ионы, подойдя к электродам, отдают им свои заряды, превращаются в нейтральные молекулы и диффундируют обратно в газ.

Еще одно различие в электропроводности ионизованных газов и растворов (расплавов) электролитов состоит в том, что отрицательный заряд при прохождении тока через газы переносится в основном не отрицательными ионами, а электронами, хотя проводимость за счет отрицательных ионов также может играть определенную роль.

Таким образом, в газах сочетается электронная проводимость, подобная проводимости металлов, с ионной проводимостью, подобной проводимости водных растворов и расплавов электролитов.

9.16. Плазма.

Плазма – это частично или полностью ионизованный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Таким образом, плазма в целом является электрически нейтральной системой.

Количественной характеристикой плазмы является степень ионизации. Степенью ионизации плазмы α называют отношение объемной концентрации заряженных частиц к общей объемной концентрации частиц. В зависимости от степени ионизации плазма подразделяется на *слабо ионизованную* (α составляет доли процентов), частично ионизованную (α порядка нескольких процентов) и полностью ионизованную (α близка к 100%). Слабо ионизованной плазмой в природных условиях являются верхние слои атмосферы – ионосфера. Солнце, горячие звезды и некоторые межзвездные облака – это полностью ионизованная плазма, которая образуется при высокой температуре.

Средние энергии различных типов частиц, составляющих плазму, могут значительно отличаться одна от другой. Поэтому плазму нельзя охарактеризовать одним значением температуры T; различают электронную температуру T_e, ионную температуру T_i (или ионные температуры, если в плазме имеются ионы нескольких сортов) и температуру нейтральных атомов T_α (нейтральной компоненты). Подобная плазма называется неизотермической, в отличие от изотермической плазмы, в которой температуры всех компонентов одинаковы.

Плазма также разделяется на высокотемпературную ($T_i \approx 10^6 \div 10^8$ К и более) и низкотемпературную ($T_i \le 10^5$ К). Это условное разделение связано с особой влажностью высокотемпературной плазмы в связи с проблемой осуществления управляемого термоядерного синтеза.

Плазма обладает рядом специфических свойств, что позволяет рассматривать ее как особое четвертое состояние вещества.

Из-за большой подвижности заряженной частицы плазмы легко перемещаются под действием электрических и магнитных полей. Поэтому любое нарушение электрической нейтральности отдельных областей плазмы, вызванное скоплением частиц одного знака заряда, быстро ликвидируется. Возникающие электрические поля перемещают заряженные частицы до тех пор, пока электрическая нейтральность не восстановится и электрическое поле не станет равным нулю. В отличие от нейтрального газа, между молекулами которого существуют короткодействующие силы, между заряженными частицами плазмы действуют кулоновские силы, сравнительно медленные убывающие с расстоянием. Каждая частица взаимодействует сразу с большим количеством окружающих частиц. Благодаря этому наряду с хаотическим тепловым движением частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных движениях. В плазме легко возбуждаются разного рода колебания и волны.

Проводимость плазмы увеличивается по мере роста степени ионизации. При высокой температуре полностью ионизованная плазма по своей проводимости приближается к сверхпроводникам.

Задачи к теме 9

Пример решения:

Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением R = 10 000 Ом, то при напряжении U_0 = 120 В он покажет U_1 = 50 В. Если соединить его с неизвестным сопротивлением R_X, то он при том же напряжении покажет U_2 = 10 В. Определить это сопротивление.

Решение:

Дано:	СИ
R = 10 000 Ом	2×10^{-2} м^2
U_0 = 120 В	
U_1 = 50 В	
U_2 = 10 В	
$q_1 = q_2$ – ?	

$$U_0 = U_1 + U_R = U_1 + I_1 R; \quad U_0 = U_2 + U_{RX} = U_2 + I_2 R_X$$

$$I_1 = \frac{U_0 - U_1}{R}; \qquad I_2 = \frac{U_0 - U_2}{R_X}$$

$$U_1 = I_1 R_V; \quad U_2 = I_2 R_V; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_0 - U_1}{R} \cdot \frac{R_X}{U_0 - U_2}; \qquad R_X = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{R(U_0 - U_2)}{U_0 - U_1}$$

$$R_X = \frac{50\text{В}}{10\text{В}} \cdot \frac{10\ 000\,\text{Ом}(120\text{В} - 10\text{В})}{120\text{В} - 50\text{В}} = 78571\ \text{Ом}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

9.1. Плотность тока в металлическом проводнике ($\rho = 4*10^{-7}$Ом*м) длиной 25м равна 1МА/м^2. Определите напряжение на концах проводника.

9.2. Определите плотность тока в нихромовом проводнике ($\rho = 1{,}1*10^{-6}$Ом*м) длиной 5м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2В.

9.3. Напряжение на концах проводника сопротивлением 5Ом за 0,5с равномерно возрастает от 0 до 20В. Определите, какой заряд проходит через проводник за это время.

9.4. Температура вольфрамовой нити ($\rho_0 = 5{,}5*10^{-8}$Ом*м; $\alpha = 5{,}2*10^{-3}$К$^{-1}$) электролампы 2000°С, диаметр 0,02мм, сила тока в ней 4А. Определите напряженность электрического поля в нити.

9.5. На концах металлического проводника ($\rho = 4*10^{-7}$Ом*м; $\alpha = 1*10^{-4}$К$^{-1}$) длиной 5м поддерживается разность потенциалов 12В. Определите плотность тока в проводнике, если его температура 540°С.

9.6. Внутреннее сопротивление аккумулятора равно 1Ом, при силе тока 2А его КПД равен 0,8. Определите ЭДС аккумулятора.

9.7. Определите ЭДС аккумуляторной батареи, ток замыкания в которой 10А, если при подключении к ней резистора сопротивлением 9Ом сила тока в цепи равна 1А.

9.8. ЭДС аккумулятора автомобиля 12В, при силе тока 3А его КПД равен 0,8. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора.

9.9. К источнику тока подключают один раз резистор сопротивлением - 1Ом, другой раз – 4Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

9.10. В медном проводнике сечением 6мм^2 и длиной 5м течет ток. За 1 минуту в проводнике выделяется 18Дж теплоты. Определите напряженность электрического поля, плотность и силу электрического тока в проводнике.

9.11. Внутреннее сопротивление аккумулятора 2Ом. При замыкании его одним резистором сила тока равна 4А, при замыкании другим – 2А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите ЭДС аккумулятора и внешние сопротивления.

9.12. Сила тока в резисторе линейно возрастает за 4с от 0 до 8А. Сопротивление резистора 10Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые 3 секунды.

9.13. Две электрические лампочки соединены последовательно и включены в сеть с напряжением 100В. Напряжение на первой лампочке 10В, а ток в цепи 5А. Определите сопротивление второй лампочки.

9.14. Сопротивление резистора 20Ом, внутреннее сопротивление источника тока 10Ом, а величина ЭДС 30В. Определите, какую работу совершит источник тока за 10 секунд.

9.15. Нагреватель кипятильника состоит из четырех секций, сопротивление каждой секции 1Ом. Нагреватель питается от аккумуляторной батареи с ЭДС 8В и внутренним сопротивлением 1Ом. Определите мощность, которую тратит аккумулятор.

9.16. К генератору постоянного тока с напряжением на зажимах 127В подключена нагрузка, по которой протекает ток 40А. К зажимам генератора подключен вольтметр с сопротивлением 12кОм. Определите полную мощность, отдаваемую генератором в сеть, и мощность, которую потребляет вольтметр.

9.17. Через медную проволоку сечением 1мм^2 протекает ток 10А. Определите среднюю скорость упорядоченного движения электронов в этой проволоке, считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости ($\rho_м$ = 8,6г/см^3; N_A = 6,02*10^{26}кмоль$^{-1}$; $\mu_м$ = 63,546).

9.18. Определите, какую скорость приобрел электрон, который прошел разность потенциалов в 100В.

9.19. Когда в стенку счетчика Гейгера-Мюллера попадает гамма-квант, он вызывает электрический разряд в счетчике. За один разряд через счетчик проходит 5*10^8 электронов. Определите среднюю силу тока, проходящего через счетчик, если за 5 минут он зафиксировал 1500 гамма-квантов.

9.20. Через заполненную воздухом газоразрядную трубку идет ток насыщения 1*10^{-6}А. Определите, какое количество ионов создается ионизатором в единицу времени в пространстве между электродами.

Тема 10

Магнитное взаимодействие токов. Направление магнитного поля. Действие магнитного поля на проводник с током. Магнитная индукция. Закон Ампера. Суперпозиция магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа. Параллельные токи. Сила Лоренца. Рамка с током в однородном магнитном поле. Магнитные моменты атомов. Магнитное поле в веществе. Магнитный гистерезис. Природа ферромагнетизма.

10.1. Магнитное взаимодействие токов.

Слова «магнит», «магнетизм» пришли к нам из Древней Греции.

Магнетизм (от греч. «магнетис» – «магнит») – особая форма взаимодействия между постоянными магнитами, электрическими токами. Магнетизмом называют также раздел физики, изучающий эти взаимодействия и особенности веществ в магнитных полях.

История открытия магнитных свойств веществ уходит в далёкое прошлое. В Древнем Китае магниты применяли в качестве компасов. В работах древнегреческих и древнеримских учёных встречаются описания магнитов и их свойств. Компас был изобретен более 4500 лет тому назад. В Европе он появился приблизительно в XII веке новой эры. К эпохе Возрождения относится немало работ, посвящённых магнетизму.

Однако только в XIX веке была обнаружена связь между электричеством и магнетизмом, и возникло представление о *магнитном поле*.

Первыми экспериментами, показавшими, что между электрическими и магнитными явлениями имеется глубокая связь, были опыты датского физика Х.Эрстеда (1820 г.). Эти опыты показали, что на магнитную стрелку, расположенную вблизи проводника с током, действуют силы, которые стремятся повернуть стрелку. Важную роль в развитии учения о магнетизме сыграла гипотеза французского физика А. М. Ампера, согласно которой магнитные свойства вещества обусловлены элементарными замкнутыми электрическими токами внутри частиц вещества (атомов, молекул). Ампер также установил закон магнитного взаимодействия электрических токов. В том же году французский физик А.Ампер наблюдал силовое взаимодействие двух проводников с токами и установил закон взаимодействия токов:

два параллельных проводника с током взаимно притягиваются, если токи в них имеют одинаковое направление, и отталкиваются, если токи в них направлены в противоположные стороны.

Французские ученые Ампер, Био, Савар и Лаплас выяснили ряд количественных соотношений для сил взаимодействия токов и магнитов.

Следующий этап в изучении магнетизма связан с именем М. Фарадея, который последовательно описал магнитные явления на основе представления об электромагнитном поле. Исходя из результатов опытов, Фарадей разделил вещества на парамагнетики (намагничивающиеся по направлению внешнего магнитного поля) и диамагнетики (намагничивающиеся против направления поля).

В 1831 г. Фарадеем было открыто явление электромагнитной индукции:

взаимодействие токов, к которому, сводится и взаимодействие постоянных магнитов есть результат действия на токи, окружающего их и связанного с ними особого вида материи, получившего название магнитного поля.

Подобно электрическому полю, оно обладает непрерывным распределением в пространстве и может занимать области, в которых уже существует вещество и другие поля, т.е. *обладает свойством проницаемости*.

По современным представлениям, проводники с током оказывают силовое действие друг на друга не непосредственно, а через окружающие их магнитные поля.

Источниками магнитного поля являются движущиеся электрические заряды (токи).

Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.

Магнитное поле всегда связано с током, т.е. с движением зарядов. Пока заряженное тело неподвижно, оно окружено только электрическим полем, но как только оно придет в движение, кроме электрического поля возникает еще магнитное поле.

Магнитное поле возникает в пространстве, окружающем проводники с током, подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, возникает электрическое поле. Магнитное поле постоянных магнитов также создается электрическими микротоками, циркулирующими внутри молекул вещества (гипотеза Ампера).

Ученые XIX века пытались создать теорию магнитного поля по аналогии с электростатикой, вводя в рассмотрение так называемые магнитные заряды двух знаков (например, северный N и южный S полюса магнитной стрелки). Однако опыт показывает, что изолированных магнитных зарядов не существует.

Магнитное поле токов принципиально отличается от электрического поля. Электрическое поле оказывает механическое воздействие, как на неподвижные, так и на движущиеся электрические заряды, магнитное поле – механическое действие только на движущиеся заряды (токи).

10.2. Направление магнитного поля.

Расположим проволочную катушку вблизи магнитной стрелки так, чтобы ось катушки была перпендикулярна оси стрелки. Пропустив по катушке ток, мы заметим, что под действием сил поля магнитная стрелка повернется и установится вдоль оси катушки.

Перемещая стрелку вокруг катушки с током, мы обнаружим, что в разных точках магнитного поля стрелка ориентируется по разному.

Ориентирующее действие магнитного поля на стрелку указывает на его направленность.

Под направлением магнитного поля в данной точке мы будем понимать направление силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки.

Направление магнитного поля зависит от направления тока в проводнике, вокруг которого поле возникает.

Линии, вдоль которых в магнитном поле располагаются оси магнитных стрелок, называются силовыми линиями магнитного поля.

С помощью силовых линий удобно графически изображать магнитные поля.

Силовая линия проводится так, что касательная к ней в любой точке указывает направление силы, действующей в этой точке на северный полюс магнитной стрелки.

Силовые линии магнитного поля тока являются замкнутыми кривыми, охватывающими проводник.

Направление силовых линий магнитного поля связано с направлением тока в проводнике простым правилом, предложенным английским ученым Максвеллом:

если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения рукоятки буравчика при этом совпадает с направлением силовых линий магнитного поля, существующего вокруг проводника.

Это правило называется *правилом буравчика*.

Силовые линии прямого тока – это концентрические окружности, расположенные в плоскостях, перпендикулярных направлению тока.

Если взять проводник, согнутый по окружности и пропустить по нему ток, то обнаружится, что магнитные силовые линии уже не являются правильными окружностями, но и в этом случае все линии замыкаются, обходя проводник, по которому идет ток. Таким образом, *магнитные силовые линии всегда замыкаются вокруг тока*.

Правило буравчика применимо и к круговому току, но в этом случае удобнее поменять местами направление магнитного поля и направление тока.

Если ручку буравчика вращать по току, то движение его острия покажет направление магнитного поля внутри кругового тока.

Итак, направление тока и силовых линий его магнитного поля это два взаимно связанных направления.

Теперь пропустим ток через катушку, состоящую из многих витков проволоки, называемую *соленоидом* (от греч. «соленоидес» – трубообразный).

Магнитное поле, которое создается проходящим через эти витки электрическим током, можно представить себе как результат слияния магнитных полей токов в отдельных витках.

Когда длина катушки значительно превосходит диаметр витков, то внутри катушки получается магнитное поле, силовые линии которого параллельны друг другу. Такое магнитное поле называется *однородным*.

Однородное поле изображается параллельными, расположенными на одинаковом расстоянии между собой силовыми линиями.

На концах катушки силовые линии расходятся и замыкаются вне катушки.

Можно условно считать, что силовые линии входят с одной стороны катушки и выходят из другой.

Конец катушки, из которого силовые линии выходят, аналогичен северному полюсу магнита, а конец, в который силовые линии входят, аналогичен южному полюсу.

Полюсы катушки с током на опыте легко определить с помощью магнитной стрелки. Зная направление тока в витках, эти полюсы можно определить по правилу буравчика.

10.3. Действие магнитного поля на проводник с током.

Взаимодействие двух проводников с током друг с другом объясняется тем, что сила, которую испытывает каждый проводник, обусловлена магнитным полем, создаваемым током другого проводника.

Поэтому следует ожидать, что если мы поместим проводник с током в магнитное поле, например в поле постоянного магнита, то на него будет действовать сила. Это проверено на опыте.

Подвесим горизонтальный прямолинейный проводник **АС**, являющийся частью электрической цепи, между полюсами широкого постоянного подковообразного магнита (рис.10.1). Магнитное поле между полюсами магнита направлено сверху вниз.

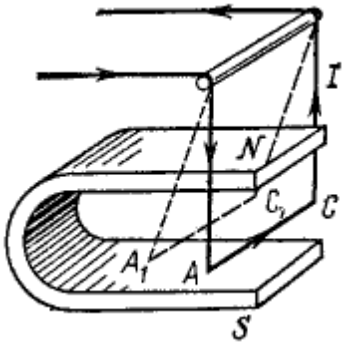


Рис. 10.1.

При замыкании цепи магнитные поля тока и магнита начинают взаимодействовать. Если ток в проводнике течет от **A** к **C**, как показано на рисунке, то проводник **AC** втягивается в промежуток между полюсами магнита, занимая положение $\mathbf{A_1C_1}$, если же направление тока изменить на обратное, то проводник **AC** выталкивается из этого промежутка.

Следовательно, сила $\vec{F}$, с которой внешнее магнитное поле действует на прямолинейный проводник с током, расположенный перпендикулярно линиям магнитной индукции этого поля, направлена перпендикулярно как линиям индукции, так и проводнику.

Изменяя направление тока или направление силовых линий магнитного поля, можно наблюдать, что меняется и направление движения проводника, а значит, и направление действующей на проводник силы $\vec{F}$.

Направление действующей на проводник с током силы в магнитном поле можно определить, пользуясь *правилом левой руки*:

Руку располагают так, чтобы силовые линии поля входили в ладонь, четыре пальца были направлены по току, тогда отставленный на $90°$ большой палец расположится вдоль направления действующей на проводник силы.

10.4. Магнитная индукция.

Напряженность электрического поля определяется силой, с которой оно действует на единичный положительный точечный заряд, помещенный в соответствующую точку поля.

Для описания магнитного поля необходимо ввести силовую характеристику поля, аналогичную вектору напряженности $\vec{E}$ электрического поля.

Для магнитного поля роль пробного заряда играет прямолинейный отрезок проводника, по которому течет ток.

Величина, характеризующая этот индикатор магнитного поля, называется элементом тока и определяется как вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а значение равно произведению силы тока I на длину проводника l.

$$I_l = I\,l\,. \qquad (10.1)$$

Для элемента тока установлены следующие закономерности:

1. Сила, приложенная к элементу тока, расположенному в некоторой точке магнитного поля, пропорциональна величине элемента, т.е: $F \sim I\,l$;
2. Направление этой силы всегда перпендикулярно элементу тока;
3. Сила F зависит от ориентации элемента тока в пространстве, причем в каждой точке магнитного поля существует два взаимно противоположных направления элемента тока, для которых сила F обращается в нуль (они совпадают с осью магнитной стрелки, помещенной в эту точку поля). Если повернуть элемент тока из такого положения на $90°$, то сила, действующая на него со стороны магнитного поля, достигнет наибольшего значения $F_{\max}$;
4. Отношение наибольшей силы ($F_{\max}$), действующей на элемент тока, к величине этого элемента ($I\,l$) является для данной точки поля величиной постоянной, т.е.: $F_{\max}/I\,l = const$.

Т.к. это отношение не зависит от величины пробного тока, а определяется исключительно свойствами магнитного поля в данной точке, то его следует принять за величину, характеризующую магнитное поле.

Такой характеристикой является вектор магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитная индукция – это векторная величина, характеризующая свойства магнитного поля в данной точке и измеряемая отношением максимальной силы, действующей на пробный элемент тока к его величине.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ определяет силы, действующие на токи или движущиеся заряды в магнитном поле. Вектор $\vec{B}$ является аналогом вектора $\vec{E}$, характеризующего электрическое поле.

За положительное направление вектора $\vec{B}$ принимается направление от южного полюса **S** к северному полюсу **N** магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле. Таким образом, исследуя магнитное поле, создаваемое током или постоянным магнитом, с помощью маленькой магнитной стрелки, можно в каждой точке пространства определить направление вектора $\vec{B}$.

Такое исследование позволяет представить пространственную структуру магнитного поля. Аналогично силовым линиям в электростатике можно построить линии магнитной индукции в каждой точке которых вектор $\vec{B}$ направлен по касательной. Пример линий магнитной индукции полей постоянного магнита и катушки с током приведен на рис.10.2.

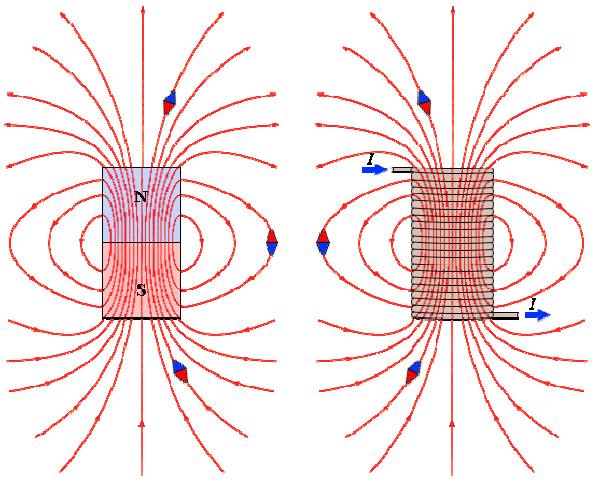


Рис. 10.2.

Обратите внимание на аналогию магнитных полей постоянного магнита и катушки с током. Линии магнитной индукции всегда замкнуты, они нигде не обрываются. Это означает, что магнитное поле не имеет источников – магнитных зарядов. Силовые поля, обладающие этим свойством, называются вихревыми**.** Картину магнитной индукции можно наблюдать с помощью мелких железных опилок, которые в магнитном поле намагничиваются и, подобно маленьким магнитным стрелкам, ориентируются вдоль линий индукции.

10.5. Закон Ампера.

Закон Ампера – закон взаимодействия постоянных токов. Установлен Андре Мари Ампером в 1820. Из закона Ампера следует, что параллельные проводники с токами, текущими в одном направлении, притягиваются, а в противоположном – отталкиваются. Законом Ампера называется также закон, определяющий силу, с которой магнитное поле действует на малый отрезок проводника с током.

Для того чтобы количественно описать магнитное поле, нужно указать способ определения не только направления вектора $\vec{B}$, но и его модуля. Проще всего это сделать, внося в исследуемое магнитное поле проводник с током и измеряя силу, действующую на отдельный прямолинейный участок этого проводника. Этот участок проводника должен иметь длину Δl, достаточно малую по сравнению с размерами областей неоднородности магнитного поля. Как показали опыты Ампера, сила, действующая на участок проводника,

пропорциональна силе тока I, длине Δl этого участка и синусу угла α между направлениями тока и вектора магнитной индукции:

$$F \sim I\Delta l \sin\alpha$$

Линии магнитной индукции полей постоянного магнита и катушки с током. Индикаторные магнитные стрелки ориентируются по направлению касательных к линиям индукции. Эта сила называется *силой Ампера*. Она достигает максимального по модулю значения $F_{\max}$, когда проводник с током ориентирован перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Модуль вектора $\vec{B}$ определяется следующим образом:

Модуль вектора магнитной индукции равен отношению максимального значения силы Ампера, действующей на прямой проводник с током, к силе тока I в проводнике и его длине Δl:

$$B = \frac{F_{\max}}{I\Delta l}. \qquad (10.2)$$

В общем случае сила Ампера выражается соотношением:

$$F = IB\Delta l \sin\alpha. \qquad (10.3)$$

Это соотношение принято называть *законом Ампера*.

За единицу магнитной индукции в системе СИ принята *тесла* (Тл), равная индукции однородного магнитного поля, действующего с силой 1Н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током 1А, если проводник расположен перпендикулярно направлению поля.

Размерность единицы магнитной индукции

$$[\text{Тл}] = [\text{Н}]/[\text{А}]\cdot[\text{м}] = \text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{А}^{-1}.$$

Тесла – очень крупная единица. Магнитное поле Земли приблизительно равно $0{,}5\cdot10^{-4}$ Тл. Большой лабораторный электромагнит может создать поле не более 5 Тл.

В системе СИ индукция магнитного поля является силовой характеристикой магнитного поля, подобно тому, как напряженность электрического поля является силовой характеристикой электрического поля.

Сила Ампера направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции $\vec{B}$ и направлению тока, текущего по проводнику. Для определения направления силы Ампера обычно используют *правило левой руки*:

если расположить левую руку так, чтобы линии индукции $\vec{B}$ входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль тока, то отведенный большой палец укажет направление силы, действующей на проводник (рис.10.3).

Если угол α между направлениями вектора $\vec{B}$ и тока в проводнике отличен от $90°$, то для определения направления силы Ампера $\vec{F}$ более удобно пользоваться *правилом буравчика*:

воображаемый буравчик располагается перпендикулярно плоскости, содержащей вектор $\vec{B}$ и проводник с током, затем его рукоятка поворачивается от направления тока к направлению вектора $\vec{B}$. Поступательное перемещение буравчика будет показывать направление силы Ампера $\vec{F}$ (рис.10.3).

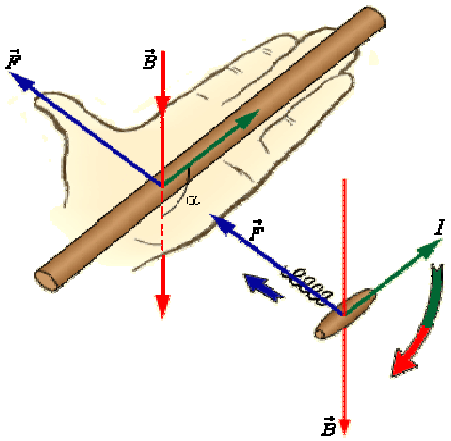


Рис. 10.3.

Правило буравчика часто называют *правилом правого винта*.

Одним из важных примеров магнитного взаимодействия токов является взаимодействие параллельных токов. Закономерности этого явления были экспериментально установлены Ампером.

Если по двум параллельным проводникам электрические токи текут в одну и ту же сторону, то наблюдается взаимное притяжение проводников. В случае, когда токи текут в противоположных направлениях, проводники отталкиваются.

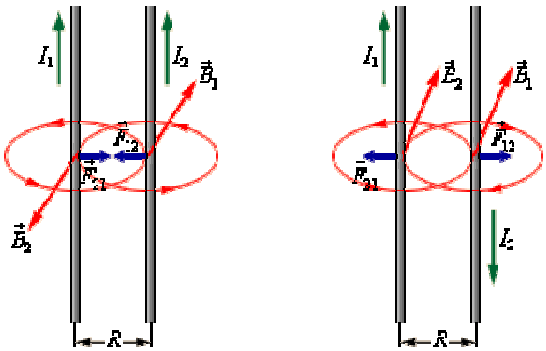


Рис. 10.4.

Взаимодействие токов вызывается их магнитными полями: магнитное поле одного тока действует силой Ампера на другой ток и наоборот.

Опыты показали, что модуль силы, действующей на отрезок длиной Δl каждого из проводников, прямо пропорционален силам тока I_1 и I_2 в проводниках, длине отрезка Δl и обратно пропорционален расстоянию R между ними:

$$F = k\frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}. \qquad (10.4)$$

В Международной системе единиц СИ коэффициент пропорциональности k принято записывать в виде: $k = \mu_0/2\pi$, где μ_0 – постоянная величина, которую называют *магнитной постоянной*.

Введение магнитной постоянной в СИ упрощает запись ряда формул. Ее численное значение равно: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Н/А$^2 \approx 1{,}26\cdot10^{-6}$ Н/А^2.

Формула, выражающая закон магнитного взаимодействия параллельных токов, принимает вид:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}. \qquad (10.5)$$

Отсюда нетрудно получить выражение для индукции магнитного поля каждого из прямолинейных проводников. Магнитное поле прямолинейного проводника с током должно обладать осевой симметрией и, следовательно, замкнутые линии магнитной индукции могут быть только концентрическими окружностями, располагающимися в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Это означает, что векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ магнитной индукции параллельных токов I_1 и I_2 лежат в плоскости, перпендикулярной обоим токам. Поэтому при вычислении сил Ампера, действующих на проводники с током, нужно в законе Ампера положить $\sin\alpha = 1$.

Из закона магнитного взаимодействия параллельных токов следует, что модуль индукции $\vec{B}$ магнитного поля прямолинейного проводника с током I на расстоянии R от него выражается соотношением:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}. \qquad (10.6)$$

Для того чтобы при магнитном взаимодействии параллельные токи притягивались, а антипараллельные отталкивались, линии магнитной индукции поля прямолинейного проводника должны быть направлены по часовой стрелке, если смотреть вдоль проводника по направлению тока. Для определения направления вектора $\vec{B}$ магнитного поля прямолинейного проводника также можно пользоваться правилом буравчика: направление вращения рукоятки буравчика совпадает с направлением вектора $\vec{B}$, если при вращении буравчик перемещается в направлении тока (рис.10.5).

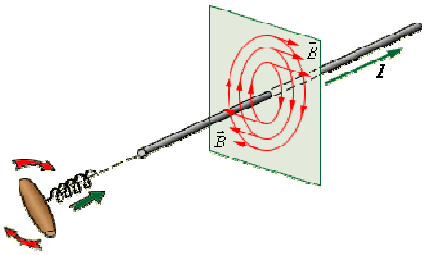


Рис. 10.5.

Магнитное взаимодействие параллельных проводников с током используется в Международной системе единиц (СИ) для определения единицы силы тока – ампера:

Ампер – сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу магнитного взаимодействия, равную $2\cdot10^{-7}$ *Н* на каждый метр длины.

10.6. Суперпозиция магнитных полей.

Допустим, что имеются три контура, содержащие источники тока. Замкнем цепь первого контура и измерим с помощью пробного элемента тока или каким-либо другим методом магнитную индукцию в некоторой точке **А**, расположенной вблизи этих контуров. После этого, разомкнув цепь первого контура, замкнем цепь второго и снова измерим $\vec{B}$ в той же точке. Затем, разомкнув цепь второго контура, сделаем измерение при замкнутом третьем контуре.

Т.о. получим три значения $\vec{B}$ в точке **А**, каждое из которых характеризует магнитное поле, связанное с определенным контуром. Далее замкнем все три контура одновременно и еще раз измерим $\vec{B}$ в той же точке.

Сопоставим все четыре значения $\vec{B}$, увидим, что результат последнего измерения представляет собой геометрическую сумму векторов: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$.

При наличии нескольких токов индукция магнитного поля равна геометрической сумме тех ее значений, которые определяются каждым током в отдельности.

Таким образом, подобно электрическим полям, магнитные поля обладают свойством суперпозиции.

10.7. Закон Био-Савара-Лапласа.

Закон Био-Савара-Лапласа – физический закон для определения модуля вектора магнитной индукции в любой точке магнитного поля, порождаемого постоянным электрическим током на некотором рассматриваемом участке. В 1820 г. французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. Они пришли к выводу, что индукция магнитного поля токов, текущих по проводнику, определяется совместным действием всех отдельных участков проводника. А французский математик Пьер Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока.

Магнитное поле подчиняется принципу суперпозиции:

Если магнитное поле создается несколькими проводниками с током, то индукция результирующего поля есть векторная сумма индукций полей, создаваемых каждым проводником в отдельности.

Индукцию $\vec{B}$ проводника с током можно представить как векторную сумму элементарных индукций $\Delta\vec{B}$, создаваемых отдельными участками проводника. На опыте невозможно осуществить отдельный участок проводника с током, так как постоянные токи всегда замкнуты. Можно измерить только суммарную индукцию магнитного поля, создаваемого всеми элементами тока.

Закон Био-Савара-Лапласа определяет вклад элементарных индукций $\Delta\vec{B}$ в магнитную индукцию $\vec{B}$ результирующего магнитного поля, создаваемый малым участком Δl проводника с током I:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta l \sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (10.7)$$

Здесь r – расстояние от данного участка Δl до точки наблюдения, α – угол между направлением на точку наблюдения и направлением тока на данном участке, μ_0 – магнитная постоянная.

Направление вектора $\Delta\vec{B}$ определяется правилом буравчика: оно совпадает с направлением вращения рукоятки буравчика при его поступательном перемещении вдоль тока.

Рис. 10.6 иллюстрирует закон Био-Савара-Лапласа на примере магнитного поля прямолинейного проводника с током. Если просуммировать (проинтегрировать) вклады в магнитное поле всех отдельных участков прямолинейного проводника с током, то получится формула для магнитной индукции поля прямого тока:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}. \qquad (10.8)$$

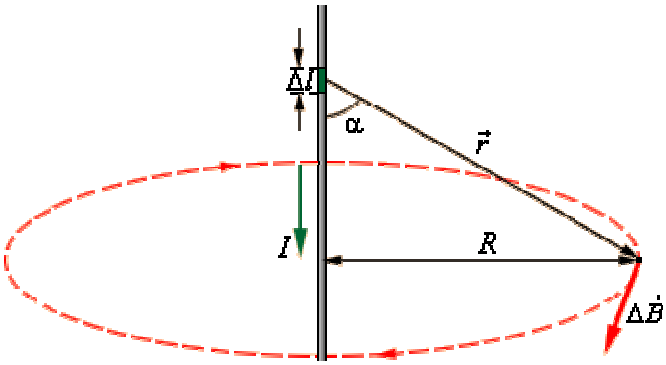


Рис. 10.6.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет рассчитывать магнитные поля токов различных конфигураций. Нетрудно, например, выполнить расчет магнитного поля в центре кругового витка с током. Этот расчет приводит к формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}, \qquad (10.9)$$

где R – радиус кругового проводника.

Для определения направления вектора $\vec{B}$ также можно использовать правило буравчика, только теперь его рукоятку нужно вращать в направлении кругового тока, а поступательное перемещение буравчика укажет направление вектора магнитной индукции.

На рис.10.7 изображено магнитное поле катушки конечной длины. Следует обратить внимание на то, что в центральной части катушки магнитное поле практически однородно и значительно сильнее, чем вне катушки. На это указывает густота линий магнитной индукции. В предельном случае бесконечно длинного соленоида однородное магнитное поле целиком сосредоточено внутри соленоида.

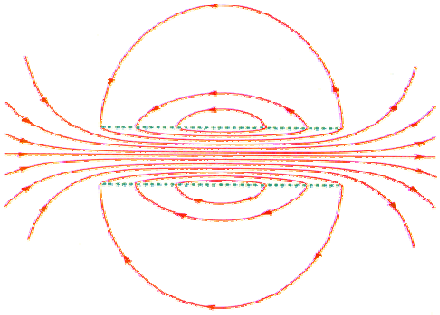


Рис. 10.7.

В центре соленоида магнитное поле практически однородно и значительно превышает по модулю поле вне катушки. В случае бесконечно длинного соленоида выражение для модуля магнитной индукции можно получить непосредственно с помощью теоремы о циркуляции, применив ее к прямоугольному контуру, показанному на рис.10.8.

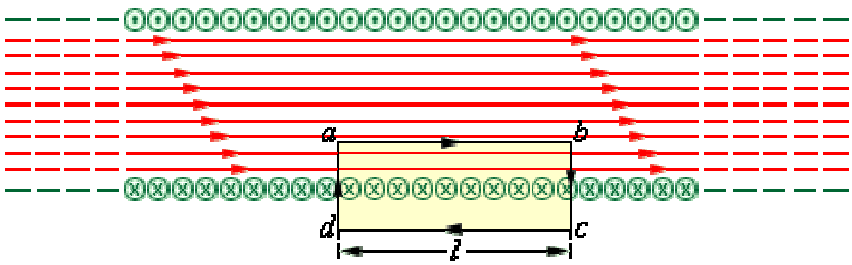


Рис. 10.8.

Вектор магнитной индукции имеет отличную от нуля проекцию на направление обхода контура ***abcd*** только на стороне ***ab***. Следовательно, циркуляция вектора $\vec{B}$ по контуру равна $\vec{B}l$, где l – длина стороны ***ab***. Число витков соленоида, пронизывающих контур **abcd**, равно $n \cdot l$, где n – число витков на единицу длины соленоида, а полный ток, пронизывающий контур, равен Inl. Согласно теореме о циркуляции,

$$Bl = \mu_0 Inl ,$$

откуда:

$$B = \mu_0 In . \qquad (10.10)$$

10.8. Сила Лоренца.

Так как электрический ток представляет собой упорядоченное движение зарядов, то действие магнитного поля на проводник с током есть результат его действия на отдельные движущиеся заряды.

Рассмотрим, как движется заряженная частица (протон, электрон или другая частица) в магнитном поле, в частности в однородном магнитном поле. Если в магнитном поле находится проводник с током, то на него действует сила, направление которой можно определить по правилу левой руки.

Следует предположить, а так оно и есть на самом деле, что эта сила является результатом действия магнитного поля на движущиеся в проводнике заряды. Таким образом, если протон движется в магнитном поле, то направление силы можно определить по правилу левой руки.

Силу, действующую со стороны магнитного поля на движущиеся в нем заряды, называют *силой Лоренца*.

Сила Ампера, действующая на отрезок проводника длиной Δl с силой тока I, находящийся в магнитном поле B, ($F = IB\Delta l \sin\alpha$) может быть выражена через силы, действующие на отдельные носители заряда.

Пусть концентрация носителей свободного заряда в проводнике есть n, а q – заряд носителя. Тогда произведение $nqvS$, равно току I, текущему по проводнику:

$$I = qnvS ,$$

где v – модуль скорости упорядоченного движения носителей по проводнику, а S – площадь поперечного сечения проводника.

Выражение для силы Ампера можно записать в виде:

$$F = qnS\Delta lvB \sin\alpha . \qquad (10.11)$$

Т. к. полное число N носителей свободного заряда в проводнике длиной Δl и сечением S равно:

$$N = nS\Delta l ,$$

то сила, действующая на одну заряженную частицу, равна:

$$F_Л = qvB \sin\alpha , \qquad (10.12)$$

где q – величина движущегося заряда; v – модуль его скорости; B – модуль вектора индукции магнитного поля; α – угол между вектором скорости заряда и вектором магнитной индукции.

Эта сила названа *силой Лоренца* в честь нидерландского физика Х.Лоренца (1853-1928), который впервые получил это выражение.

Угол α в этом выражении равен углу между скоростью $\vec{v}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, так же, как и направление силы Ампера, может быть найдено по *правилу левой руки* или по *правилу буравчика*.

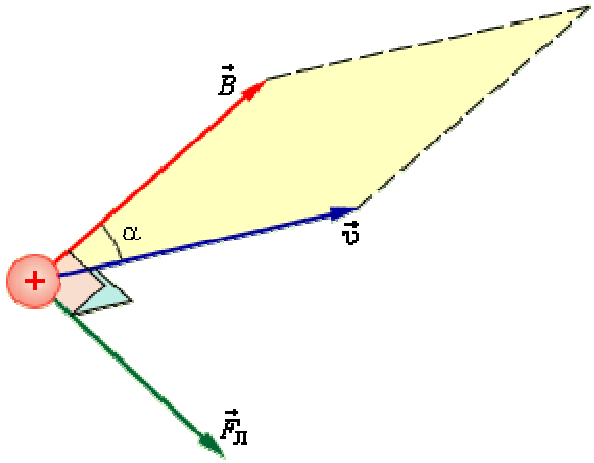


Рис. 10.9.

Обратите внимание, что $\vec{F}_Л$ сила Лоренца направлена перпендикулярно векторам $\vec{v}$ и $\vec{B}$, поэтому она не совершает работы.

При движении заряженной частицы в магнитном поле сила Лоренца работы не совершает, не изменяет модуль скорости заряда и его кинетической энергии.

Но направление скорости изменяется непрерывно.

Частные случаи:

1. Заряд q движется параллельно силовым линиям магнитного поля.

Т.к. $\alpha = 0$, то $\vec{F}_Л = 0$ и, следовательно, заряд в магнитном поле движется равномерно и прямолинейно.

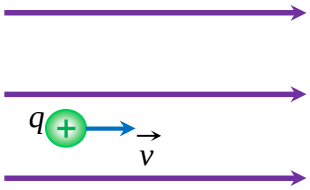


Рис. 10.10.

2. Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле под действием силы Лоренца, а ее скорость $\vec{v}$ лежит в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, то частица будет двигаться по окружности радиуса: $R = mv/qB$.

Сила Лоренца в этом случае играет роль центростремительной силы (рис.10.11):

$$\vec{F}_Л = \vec{F}_{ц.с.}, \qquad F_{ц.с.} = \frac{mv^2}{R}.$$

Сила Лоренца создает центростремительное ускорение, равное: $a = v^2/R$.

По второму закону Ньютона не трудно найти радиус окружности и период обращения заряда в магнитном поле:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB, \qquad R = \frac{mv}{qB}.$$

Период обращения частицы в однородном магнитном поле равен:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}. \tag{10.13}$$

Это выражение показывает, что для заряженных частиц заданной массы m период обращения не зависит от скорости v и радиуса траектории R.

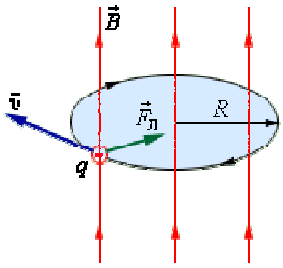


Рис. 10.11.

Чем больше скорость движения, тем больше радиус окружности, которую описывает частица в том же магнитном поле.

Рассмотрим случай, когда заряженная частица влетает в однородное магнитное поле так, что вектор скорости не перпендикулярен направлению магнитных линий, а составляет с ними некоторый угол α. Разложим скорость v на две составляющие: v_1 – вдоль магнитных линий и v_2 перпендикулярную им.

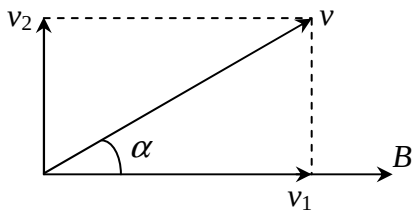


Рис. 10.12.

Так как направление магнитных линий совпадает с направлением составляющей v_1: $v_1 = v\cos\alpha$, то магнитное поле не оказывает влияния на частицу, и она будет совершать вдоль магнитных линий равномерное прямолинейное движение.

Вторая составляющая $v_2 = v\sin\alpha$ вызовет движение частицы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным линиям. Совокупность обоих движений приведет к перемещению частицы по винтовой линии.

Можно определить радиус r и шаг винта h по формуле:

$$r = \frac{mv_2}{Bq}, \tag{10.14}$$

где q заряд частицы. Но $v_2 = v\sin\alpha$, следовательно, $r = \frac{mv\sin\alpha}{Bq}$ За время полного оборота частицы, т.е. за время:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

она переместится вдоль магнитной линии на расстояние: $h = v_1 T$, или $h = v\cos\alpha \dfrac{2\pi m}{qB}$, что соответствует шагу винта.

Угловая скорость движения заряженной частицы по круговой траектории:

$$\omega = \frac{v}{R} = v\frac{qB}{mv} = \frac{qB}{m}, \qquad (10.15)$$

называется *циклотронной частотой*.

Циклотронная частота не зависит от скорости (следовательно, и от кинетической энергии) частицы. Это обстоятельство используется в *циклотронах* – ускорителях тяжелых частиц (протонов, ионов).

10.9. Рамка с током в однородном магнитном поле.

Рассмотрим поведение в магнитном поле прямоугольной рамки с током, имеющей неподвижную ось. Силы Ампера, действуют на стороны рамки, ориентированные перпендикулярно к силовым линиям.

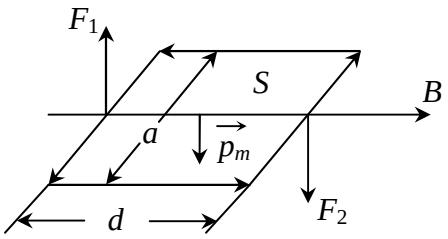


Рис.10.13.

Эти силы создадут пару сил. Момент этих сил будет поворачивать рамку вокруг оси: сначала момент будет увеличивать угловую скорость рамки, пока она не встанет перпендикулярно к силовым линиям поля, затем по инерции рамка будет продолжать движение, но момент пары сил будет ее тормозить до тех пор, пока не остановит в положении, симметричном начальному положению.

Затем рамка начнет двигаться в обратном направлении. Возникнут крутильные колебания рамки.

Если в тот момент, когда рамка встанет перпендикулярно к силовым линиям поля, изменить направление тока на прямо противоположное, то рамка будет вращаться в одном направлении. По такому принципу работает двигатель постоянного тока.

По закону Ампера: $F_1 = IBa$ и направлена вверх, $F_2 = IBa$ и направлена вниз. Максимальный вращающий момент: $M = Fd = adIB = BIS$.

На рамку с током I, помещенную во внешнее однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, действует момент сил $\vec{M}$. Момент сил выражается соотношением: $M = ISB\sin\alpha = p_m B\sin\alpha$, где S – площадь рамки, α – угол между нормалью $\vec{n}$ к плоскости рамки и вектором $\vec{B}$. Векторная величина:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \qquad (10.16)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали, называется *магнитным моментом рамки*. Направление вектора $\vec{p}_m$ связано с направлением тока в рамке правилом правого винта.

10.10. Магнитные моменты атомов.

Опыт показывает, что все вещества, помешенные в магнитное поле, намагничиваются. Классическая физика это объясняет существованием в веществе микротоков, обусловленных движением электронов в атомах и молекулах.

Действительно, электрон, движущийся по круговой орбите вокруг ядра своего атома эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом (10.16), который по модулю равен:

$$p_m = \frac{eS}{T} = eS\nu, \tag{10.17}$$

где T – период вращения, $\nu = 1/T$ – частота вращения электрона на орбите. Кроме того, электрон обладает собственным или спиновым магнитным моментом $\vec{p}_m$ (*spin* – верчение). Общий магнитный момент атома равен сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов, входящих в атом электронов:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}\ . \tag{10.18}$$

Магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше и ими обычно пренебрегают.

Всякое вещество является магнетиком, оно способно под действием внешнего магнитного поля приобретать магнитный момент, т. е. намагничиваться.

Для количественного описания намагничивания вводят вектор намагниченности, равный магнитному моменту единицы объема магнетика, т. е.:

$$\vec{j} = \frac{\vec{p}_m}{\Delta V} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_{ia}}{\Delta V}, \tag{10.19}$$

где n – число атомов (молекул), содержащихся в объеме ΔV, $\vec{p}_m$ – магнитный момент атомов в объеме ΔV, $\vec{p}_{ia}$ – магнитный момент i-того атома. Намагниченность, как следует из (10.19), в СИ измеряется в А/м.

Оказывается для несильных полей:

$$\vec{j} = \chi \vec{H}, \tag{10.20}$$

здесь χ – (хи) безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества; для вакуума и, практически, для воздуха $\chi = 0$; H – напряженность магнитного поля, которая описывает магнитное поле макротоков (*макро* – большой). Макротоки обычно называют просто токи.

Для вакуума:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \tag{10.21}$$

она измеряется в СИ в А/м.

Вектор магнитной индукции в веществе характеризует результирующее магнитное поле в веществе, создаваемое всеми макротоками и микротоками, т. е.:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{j}, \tag{10.22}$$

С учетом (10.20) получаем:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1+\chi)\vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}, \tag{10.23}$$

где $\mu = 1 + \chi$ называется магнитной проницаемостью вещества, μ – безразмерная величина.

Магнитная проницаемость вещества μ показывает во сколько раз усиливается магнитное поле в веществе.

Напомним, что

Диэлектрическая проницаемость ε показывает во сколько раз электрическое поле ослабляется в веществе.

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все магнетики подразделяются на три группы:

1) *диамагнетики*, у которых χ отрицательна и мала ($10^{-5} \div 10^{-6}$);
   для них μ несколько меньше единицы; диамагнетиками являются *Zn*, *Au*, *Hg*, *Si*, *P*, *C* (*графит*), *Bi* (*висмут*) и т.д.
2) *парамагнетики*, у которых χ положительна и мала ($10^{-3} \div 10^{-5}$);
   с ростом температуры χ уменьшается по закону Кюри: $\chi \sim 1/T$, для них μ несколько больше единицы; диамагнетиками являются щелочные металлы, кислород и т.д.
3) *ферромагнетики*, у которых χ положительна и очень велика;
   для *Fe* магнитная проницаемость $\mu = 5000$.

10.11. Магнитное поле в веществе.

Экспериментальные исследования показали, что все вещества в большей или меньшей степени обладают магнитными свойствами. Если два витка с токами поместить в какую-либо среду, то сила магнитного взаимодействия между токами изменяется. Этот опыт показывает, что индукция магнитного поля, создаваемого электрическими токами в веществе, отличается от индукции магнитного поля, создаваемого теми же токами в вакууме.

Физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция $\vec{B}$ магнитного поля в однородной среде отличается по модулю от индукции $\vec{B}_0$ магнитного поля в вакууме, называется магнитной проницаемостью: $\mu = B/B_0$.

Магнитные свойства веществ определяются магнитными свойствами атомов или элементарных частиц (электронов, протонов и нейтронов), входящих в состав атомов. В настоящее время установлено, что магнитные свойства протонов и нейтронов почти в 1000 раз слабее магнитных свойств электронов. Поэтому магнитные свойства веществ в основном определяются электронами, входящими в состав атомов.

Одним из важнейших свойств электрона является наличие у него не только электрического, но и собственного магнитного поля. Собственное магнитное поле электрона называют *спиновым* (*spin* – вращение). Электрон создает магнитное поле также и за счет орбитального движения вокруг ядра, которое можно уподобить круговому микротоку. Спиновые поля электронов и магнитные поля, обусловленные их орбитальными движениями, и определяют широкий спектр магнитных свойств веществ.

Вещества крайне разнообразны по своим магнитным свойствам. У большинства веществ эти свойства выражены слабо.

Слабомагнитные вещества делятся на две большие группы – *парамагнетики* и *диамагнетики*.

Они отличаются тем, что при внесении во внешнее магнитное поле парамагнитные образцы намагничиваются так, что их собственное магнитное поле оказывается направленным по внешнему полю, а диамагнитные образцы намагничиваются против внешнего поля. Поэтому у парамагнетиков $\mu > 1$, а у диамагнетиков $\mu < 1$. Отличие μ от единицы у пара- и диамагнетиков чрезвычайно мало.

Например, у алюминия, который относится к парамагнетикам, $\mu - 1 \approx 2{,}1 \cdot 10^{-5}$, у хлористого железа ($FeCl_3$) $\mu - 1 \approx 2{,}5 \cdot 10^{-3}$.

К парамагнетикам относятся также платина, воздух и многие другие вещества. К диамагнетикам относятся медь ($\mu - 1 \approx -3 \cdot 10^{-6}$), вода ($\mu - 1 \approx -9 \cdot 10^{-6}$), висмут ($\mu - 1 \approx 1{,}7 \cdot 10^{-3}$) и другие вещества.

Образцы из пара- и диамагнетика, помещенные в неоднородное магнитное поле между полюсами электромагнита, ведут себя по-разному – парамагнетики втягиваются в область сильного поля, диамагнетики – выталкиваются (рис.10.14).

Пара- и диамагнетизм объясняется поведением электронных орбит во внешнем магнитном поле. У атомов диамагнитных веществ в отсутствие внешнего поля собственные магнитные поля электронов и поля, создаваемые их орбитальным движением, полностью скомпенсированы. Возникновение диамагнетизма связано с действием силы Лоренца на электронные орбиты. Под действием этой силы изменяется характер орбитального движения электронов и нарушается компенсация магнитных полей. Возникающее при этом собственное магнитное поле атома оказывается направленным против индукции внешнего поля.

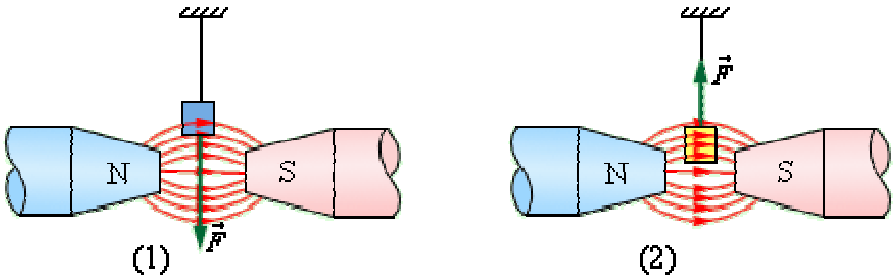


Рис. 10.14.

В атомах парамагнитных веществ магнитные поля электронов скомпенсированы не полностью, и атом оказывается подобным маленькому круговому току. В отсутствие внешнего поля эти круговые микротоки ориентированы произвольно, так что суммарная магнитная индукция равна нулю. Внешнее магнитное поле оказывает ориентирующее действие – микротоки стремятся сориентироваться так, чтобы их собственные магнитные поля оказались направленными по индукции внешнего поля. Из-за теплового движения атомов ориентация микротоков никогда не бывает полной. При усилении внешнего поля ориентационный эффект возрастает, так что индукция собственного магнитного поля парамагнитного образца растет прямо пропорционально индукции внешнего магнитного поля. Полная индукция магнитного поля в образце складывается из индукции внешнего магнитного поля и индукции собственного магнитного поля, возникшего в процессе намагничивания. Механизм намагничивания парамагнетиков очень похож на механизм поляризации полярных диэлектриков. Диамагнетизм не имеет аналога среди электрических свойств вещества.

Следует отметить, что диамагнитными свойствами обладают атомы любых веществ. Однако, во многих случаях, диамагнетизм атомов маскируется более сильным парамагнитным эффектом. Явление диамагнетизма было открыто М.Фарадеем (1845 г.).

Вещества, способные сильно намагничиваться в магнитном поле, называются ферромагнетиками.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков по порядку величины лежит в пределах $10^2 \div 10^5$. Например, у стали $\mu \approx 8000$, у сплава железа с никелем магнитная проницаемость достигает значений 250000.

К группе ферромагнетиков относятся четыре химических элемента: железо, никель, кобальт, гадолиний. Из них наибольшей магнитной проницаемостью обладает железо. Поэтому вся эта группа получила название ферромагнетиков.

Ферромагнетиками могут быть различные сплавы, содержащие ферромагнитные элементы. Широкое применение в технике получили керамические ферромагнитные материалы – *ферриты*.

Для каждого ферромагнетика существует определенная температура (так называемая температура или *точка Кюри*), выше которой ферромагнитные свойства исчезают, и вещество становится парамагнетиком.

У железа, например, температура Кюри равна 770°С, у кобальта – 1130°С, у никеля – 360°С.

Ферромагнитные материалы делятся на две большие группы – на *магнито-мягкие* и *магнито-жесткие* материалы.

Магнито-мягкие ферромагнитные материалы почти полностью размагничиваются, когда внешнее магнитное поле становится равным нулю. К магнито-мягким материалам относится, например, чистое железо, электротехническая сталь и некоторые сплавы. Эти материалы применяются в приборах переменного тока, в которых происходит непрерывное перемагничивание, то есть изменение направления магнитного поля (трансформаторы, электродвигатели и т.п.).

Магнито-жесткие материалы сохраняют в значительной мере свою намагниченность и после удаления их из магнитного поля. Примерами магнито-жестких материалов могут служить углеродистая сталь и ряд специальных сплавов. Магнито-жесткие метериалы используются в основном для изготовления постоянных магнитов.

10.12. Магнитный гистерезис.

Магнитная проницаемость μ ферромагнетиков не является постоянной величиной; она сильно зависит от индукции B_0 внешнего поля.

Непостоянство магнитной проницаемости приводит к сложной нелинейной зависимости индукции B магнитного поля в ферромагнетике от индукции B_0 внешнего магнитного поля. Характерной особенностью процесса намагничивания ферромагнетиков является так называемый *гистерезис*, т.е. зависимость намагничивания от предыстории образца. Кривая намагничивания $B(B_0)$ ферромагнитного образца представляет собой петлю сложной формы, которая называется *петлей гистерезиса* (рис.10.15).

Стрелками указано направление процессов намагничивания и размагничивания ферромагнитного образца при изменении индукции B_0 внешнего магнитного поля. Из рис.10.15 видно, что при $|B_0| > B_{0s}$ наступает магнитное насыщение – намагниченность образца достигает максимального значения.

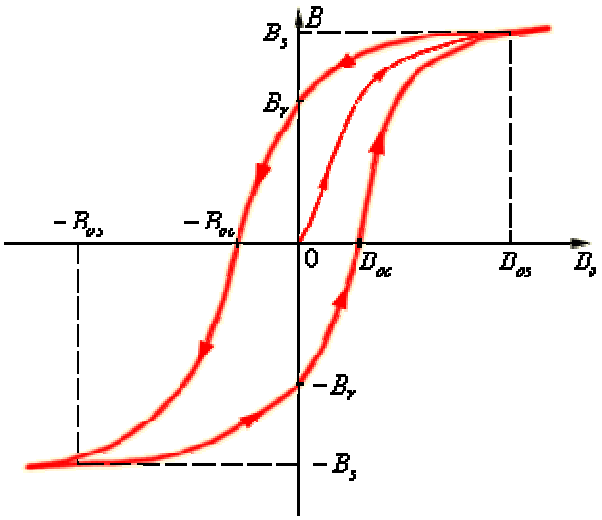


Рис. 10.15

Если теперь уменьшать магнитную индукцию B_0 внешнего поля и довести ее вновь до нулевого значения, то ферромагнетик сохранит остаточную намагниченность – поле внутри образца будет равно B_r.

Из кривой видно, что при устранении намагничивающего поля ферромагнетик сохраняет остаточное намагничивание, причем внутри магнетика существует некоторая остаточная индукция. Ферромагнетик в этом состоянии является постоянным магнитом. Остаточная намагниченность образцов позволяет создавать постоянные магниты. Для того чтобы полностью размагнитить образец, необходимо, изменив знак внешнего поля, довести магнитную индукцию B_0 до значения $-B_{0c}$, которое принято называть *коэрцитивной силой*.

Значение индукции в ферромагнетике определяется не только существующим магнитным полем, но еще зависит от предыдущих состояний намагничивания, причем происходит своеобразное отставание изменения индукции от изменений внешнего поля.

Далее процесс перемагничивания может быть продолжен, как это указано стрелками на рис.10.15. Имеется практический прием, употребляемый для размагничивания ферромагнетиков. Для этого ферромагнетик помещают внутрь катушки, питаемой переменным током, и силу тока постепенно уменьшают до нуля. При этом ферромагнетик подвергается многократным циклическим перемагничиваниям, соответствующим различным петлям гистерезиса, которые, постепенно уменьшаясь, стягиваются к точке 0, где намагничение равно нулю.

Гистерезис в сильной степени зависит от состава ферромагнетика и от его обработки. Для чистого мягкого железа, т.е. отожженного и затем медленно охлажденного, гистерезис выражен весьма слабо и петля гистерезиса очень узкая. У магнито-мягких материалов (чистое железо, кремнистая сталь, сплав железа с никелем – пермаллой(78% Ni)) значения коэрцитивной силы B_{0c} невелико – петля гистерезиса таких материалов достаточно «узкая».

Но у закаленной стали гистерезис значителен. Материалы с большим значением коэрцитивной силы, то есть имеющие «широкую» петлю гистерезиса, относятся к магнито-жестким. Углеродистые стали используют для изготовления постоянных магнитов.

10.13. Природа ферромагнетизма.

Природа ферромагнетизма может быть до конца понята только на основе квантовых представлений. Качественно ферромагнетизм объясняется наличием собственных (спиновых) магнитных полей у электронов. В кристаллах ферромагнитных материалов возникают условия, при которых, вследствие сильного взаимодействия спиновых магнитных полей соседних электронов, энергетически выгодной становится их параллельная ориентация. В результате такого взаимодействия внутри кристалла ферромагнетика возникают самопроизвольно намагниченные области размером порядка $10^{-2} \div 10^{-4}$ см. Эти области называются *доменами*. Каждый домен представляет из себя небольшой постоянный магнит.

В отсутствие внешнего магнитного поля направления векторов индукции магнитных полей в различных доменах ориентированы в большом кристалле хаотически. Такой кристалл в среднем окажется ненамагниченным.

При наложении внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$ происходит смещение границ доменов так, что объем доменов, ориентированных по внешнему полю, увеличивается. С увеличением индукции внешнего поля возрастает магнитная индукция намагниченного вещества. В очень сильном внешнем поле домены, в которых собственное магнитное поле совпадает по направлению с внешним полем, поглощают все остальные домены, и

наступает магнитное насыщение. Рис.10.17 может служить качественной иллюстрацией процесса намагничивания ферромагнитного образца.

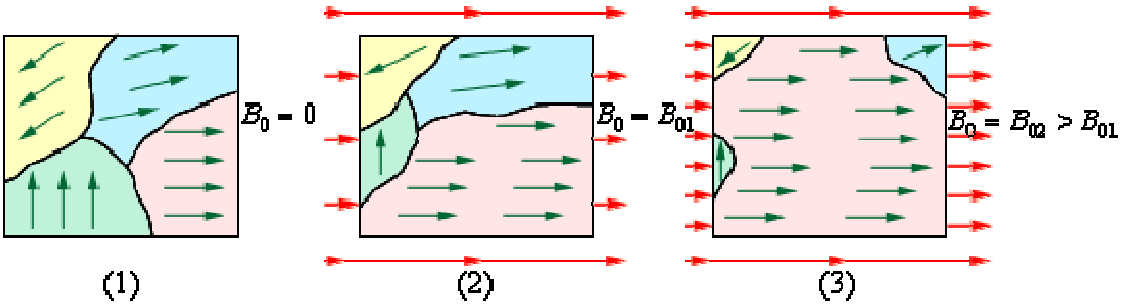


Рис. 10.17.

Задачи к теме 10

Пример решения:

Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле, индукция которого равна 1000 гаусс (гс). По проводу длиною в 70 см, помещенному перпендикулярно силовым линиям, течет ток силой 70 А. Найти силу, действующую на провод. 1 гс = 10^{-4} Тл.

Решение:

Дано:	СИ	
B = 1000 гс	1000 Тл	$F = BIl\sin\alpha = BIl$
l = 70 см	0,7 м	$F = 1000\text{Тл} \cdot 70\text{А} \cdot 0{,}7\text{м} = 4{,}9\dfrac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}} \cdot \text{А}\cdot\text{м} = 4{,}9\text{Н}$.
$\alpha = 90°$		
I = 70 А		
$q_1 = q_2$ – ?		

Задачи для самостоятельного решения:

10.1. На прямой проводник длиной 0,5м, расположенный перпендикулярно к линиям индукции магнитного поля, действует сила 0,15Н. Индукция магнитного поля равна 20mТл. Определите силу тока, протекающего по проводнику.

10.2. На линейный проводник длиной 40см, расположенный перпендикулярно магнитному полю, действует сила 0,1Н. Определите индукцию магнитного поля, если ток в проводнике 3А.

10.3. Между полюсами магнита помещен прямолинейный проводник перпендикулярно направлению магнитного поля. Часть проводника, находящаяся в поле, имеет длину 50см. Индукция магнитного поля равна 4Вб/м^2, а сила тока в проводнике 2А. Определите силу, с которой магнитное поле действует на проводник.

10.4. В магнитное поле с индукцией $1*10^{-2}$Тл, перпендикулярно к силовым линиям влетает электрон (е =$1{,}6*10^{-19}$Кл) со скоростью $1*10^{6}$м/с. Определите силу, действующую на электрон.

10.5. Ток в воздушной линии электропередачи равен 500А, расстояние между проводами 50см. Определите силу взаимодействия, приходящуюся на единицу длины проводов.

10.6. Прямой проводник длиной 0,2м и массой 0,5г, подвешен горизонтально на двух невесомых нитях в однородном магнитном поле. Индукция магнитного поля равна 49mТл и направлена перпендикулярно к проводнику. Определите, какой ток надо пропустить по проводнику, чтобы одна из нитей разорвалась, если нить разрывается при нагрузке, равной или превышающей Mq = 39,2mН.

10.7. Между полюсами магнита подвешен горизонтально на двух невесомых нитях прямой проводник длиной 20см и массой 10г. Индукция однородного магнитного поля 49mТл и направлена перпендикулярно к проводнику. Определите, на какой угол от вертикали отклонятся нити, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток 2А.

10.8. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии 50см друг от друга, в одном направлении текут токи силой по 5А. Между проводниками на расстоянии 30см от первого расположен кольцевой проводник, сила тока в котором равна также 5А. Радиус кольца 20см. Определите индукцию и напряженность магнитного поля, создаваемого токами в центре кольцевого проводника.

10.9. Два бесконечно длинных прямых проводника, сила тока, в которых 6А и 8А, расположены перпендикулярно друг другу. Определите индукцию и напряженность магнитного поля на середине кратчайшего расстояния между проводниками, равного 2см.

10.10. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, расстояние между которыми 15см, в одном направлении текут токи 4А и 6А. Определите расстояние от проводника с меньшей силой тока до геометрического места точек, в котором напряженность магнитного поля равна нулю.

10.11. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, расстояние между которыми 15см, в противоположных направлениях текут токи 4А и 6А. Определите расстояние от проводника с меньшей силой тока до геометрического места точек, в котором напряженность магнитного поля равна нулю.

10.12. По квадратной рамке со стороной 20см течет ток 4А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в центре рамки.

10.13. Пройдя ускоряющую разность потенциалов 3,52кВ, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция магнитного поля 0,01Тл, радиус траектории электрона 2см. Определите удельный заряд электрона.

10.14. В магнитное поле с индукцией $1*10^{-3}$Тл, перпендикулярно к линиям индукции влетает электрон со скоростью $1*10^{6}$м/с. Определите силу, действующую на электрон.

10.15. Вертикальный прямолинейный проводник длиной 1м перемещается с востока на запад в магнитном поле Земли со скоростью 120км/час. Горизонтальная составляющая магнитной индукции Земли равна $2*10^{-5}$Тл. Определите напряжение, возникающее между концами проводника.

10.16. В магнитном поле с индукцией 1,2Тл перпендикулярно к линиям магнитной индукции перемещается проводник длиной 6м со скоростью 15м/с. Определите величину ЭДС, возникающей в проводнике.

10.17. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1000В, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля равна $1,19*10^{-3}$Тл. Определите радиус кривизны и период обращения электрона по окружности.

10.18. Квадратная рамка со стороной 4см содержит 100витков и помещена в магнитное поле напряженностью 100А/м. Направление поля составляет с нормалью к рамке угол 30°. Определите, какая работа совершается при повороте рамки на 30° в одну и в другую сторону, если сила тока в ней 1А.

10.19. На расстоянии 5см параллельно прямолинейному длинному проводнику движется электрон с кинетической энергией 1кэВ. Определите, какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику протекает ток 1А.

10.20. Протон движется в магнитном поле напряженностью $1*10^{5}$А/м по окружности радиусом 2см. Определите кинетическую энергию протона ($m_p = 1,67*10^{-27}$кг).

10.21. Момент импульса протона в однородном магнитном поле напряженностью 20кА/м равен $6,6*10^{-23}$кг*м/с. Определите кинетическую энергию протона, если он движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Тема 11

Развитие представлений о природе света. Шкала электромагнитных волн. Основные законы геометрической оптики. Зеркала. Тонкие линзы. Глаз как оптический инструмент. Интерференция световых волн. Проблема когерентности волн. Дифракция света.

11.1. Развитие представлений о природе света. Шкала электромагнитных волн.

В обыденной речи слово «свет» мы используем в самых разных значениях: свет мой, солнышко, скажи..., ученье – свет, а неученье – тьма... В физике термин «свет» имеет гораздо более определенное значение. В узком смысле видимый свет – это электромагнитные волны, вызывающие в глазу человека зрительные ощущения. Такой способностью обладают только волны с частотами $4\cdot10^{14}$ – $8\cdot10^{14}$ Гц. Однако, некоторые насекомые, например, пчелы способны видеть ультрафиолетовое излучение. А специальные приборы «ночного видения», часто используемые в военных целях, позволяют человеку видеть мир в инфракрасных лучах.

Эти три вида излучения обладают очень многими схожими свойствами. Поэтому видимое, ультрафиолетовое и инфракрасное излучения объединяют общим названием – оптические излучения, а раздел физики, занимающийся их изучением, называют оптикой. Таким образом, свет в широком смысле этого слова – это все оптические излучения.

По виду испускаемого излучения источники света разделяют на тепловые и люминесцентные. Тепловые источники светят потому, что сильно нагреты, например, пламя свечи или расплавленный металл на сталелитейном заводе.

Оптика – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом.

Учение о свете принято делить на три части:

- ✓ геометрическая или лучевая оптика, в основе которой лежит представление о световых лучах;
- ✓ волновая оптика, изучающая явления, в которых проявляются волновые свойства света;
- ✓ квантовая оптика, изучающая взаимодействие света с веществом, при котором проявляются корпускулярные свойства света.

Первые представления о природе света возникли у древних греков и египтян (Евклид и Лукреций Кар). По мере изобретения и совершенствования различных оптических приборов (параболических зеркал, микроскопа, зрительной трубы) эти представления развивались и трансформировались. В конце XVII века возникли две теории света: корпускулярная (И. Ньютон) и волновая (Р. Гук и Х. Гюйгенс). Ньютон считал, что свет – это поток мельчайших частиц – корпускул, поэтому его теория получила название корпускулярной. Одновременно с ним Гук и Гюйгенс развивали волновую теорию, однако она не получила широкого признания. Отчасти из-за высокого авторитета Ньютона и отчасти из-за недостатков самой теории, которая представляла свет как упругие колебания среды. Ньютон установил, что свет в представлениях волновой теории должен обладать поперечными колебаниями, что казалось маловероятным, учитывая эмпирические факты распространение света в воздухе и, особенно, в межзвездном пространстве. Лишь позднее была предложена гипотеза о существовании особой среды, заполняющей всю Вселенную, – *эфира*, упругие свойства которого обеспечивали требуемую скорость распространения света. Успехи волновой теории связаны с работами Юнга, Френеля и Пуассона, которые были выполнены в первой половине XIX века. Работы этих исследователей позволили объяснить такие явления как интерференция и дифракция света. Д.Максвелл установил, что свет – это электромагнитные волны. В тот момент, когда волновая теория стала общепризнанной,

были установлены закономерности излучения света атомами и открыт фотоэффект. Эти факты противоречили волновой теории. Позднее была развита новая теория – дуалистическая, где свету приписывались и волновые и корпускулярные свойства. Луи де Бройль высказал гипотезу о всеобщем дуализме материи: каждая частица обладает волновыми свойствами, и каждой волне могут быть приписаны определенная масса и импульс. Свет – лишь пример проявления дуализма в природе.

Согласно корпускулярной теории, свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами. Ньютон считал, что движение световых корпускул подчиняется законам механики. Так, отражение света понималось аналогично отражению упругого шарика от плоскости. Преломление света объяснялось изменением скорости корпускул при переходе из одной среды в другую. Для случая преломления света на границе вакуум-среда корпускулярная теория приводила к следующему виду закона преломления:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{v}{c} = n, \qquad (11.1)$$

где c – скорость света в вакууме, v – скорость распространения света в среде. Так как $n > l$, из корпускулярной теории следовало, что скорость света в средах должна быть больше скорости света в вакууме. Ньютон пытался также объяснить появление интерференционных полос, допуская определенную периодичность световых процессов. Таким образом, корпускулярная теория Ньютона содержала в себе элементы волновых представлений.

Волновая теория, в отличие от корпускулярной, рассматривала свет как волновой процесс, подобный механическим волнам. В основу волновой теории был положен принцип Гюйгенса, согласно которому

каждая точка, до которой доходит волна, становится центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Гюйгенс предложил такой прием. Будем рассматривать точки или бесконечно малые участки заданной волновой поверхности как некие источники света, от которых распространяются вторичные полушаровые волны (иногда в симметричных случаях целесообразно разбивать поверхность на прямые линии, от которых распространяются полуцилиндрические вторичные волны). От различных источников-точек (или источников-линий) волны могут «бежать» с различными фазовыми скоростями.

С помощью принципа Гюйгенса были объяснены законы отражения и преломления. Рис. 11.1 дает представление о построениях Гюйгенса для определения направления распространения волны, преломленной на границе двух прозрачных сред.

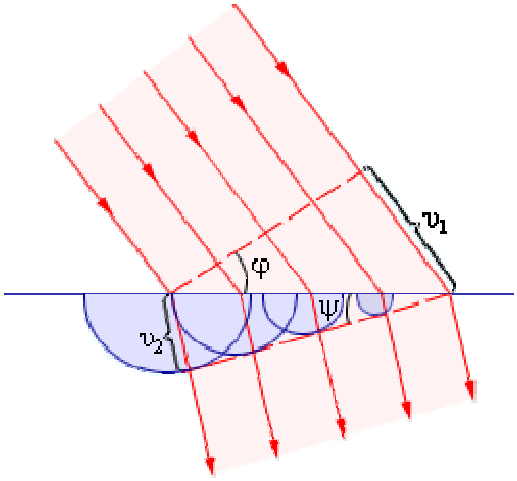


Рис. 11.1.

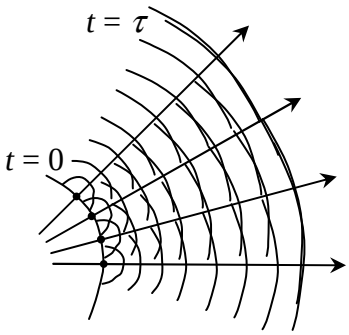


Рис. 11.2.

На рис.11.2 вторичные волны изображены спустя некоторое время τ. Тогда по Гюйгенсу новая волновая поверхность, относящаяся к моменту времени $t = \tau$, будет представлять собой огибающую поверхность соответствующих вторичных волн. Найдя, таким образом, новую поверхность, можно продолжить построения и найти следующую поверхность. Подобным образом можно определить всю геометрию распространения волны.

Таким образом, согласно принципу Гюйгенса каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн; огибающая этих волн дает положение волновой поверхности в следующий момент времени.

Для случая преломления света на границе вакуум-среда волновая теория приводит к следующему выводу:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{v}{c} = n. \qquad (11.2)$$

Закон преломления, полученный из волновой теории, оказался в противоречии с формулой Ньютона. Волновая теория приводит к выводу: $v < c$, тогда как согласно корпускулярной теории $v > c$.

Таким образом, к началу XVIII века существовало два противоположных подхода к объяснению природы света: корпускулярная теория Ньютона и волновая теория Гюйгенса. Обе теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления. Весь XVIII век стал веком борьбы этих теорий. Однако в начале XIX столетия ситуация коренным образом изменилась. Корпускулярная теория была отвергнута и восторжествовала волновая теория. Большая заслуга в этом принадлежит английскому физику Т. Юнгу и французскому физику О. Френелю, исследовавшим явления интерференции и дифракции. Исчерпывающее объяснение этих явлений могло быть дано только на основе волновой теории. Важное экспериментальное подтверждение справедливости волновой теории было получено в 1851 году, когда Ж. Фуко (и независимо от него А. Физо) измерил скорость распространения света в воде и получил значение $v < c$.

Хотя к середине XIX века волновая теория была общепризнанна, вопрос о природе световых волн оставался нерешенным.

В 60-е годы XIX века Максвеллом были установлены общие законы электромагнитного поля, которые привели его к заключению, что свет – это электромагнитные волны. Важным подтверждением такой точки зрения послужило совпадение скорости света в вакууме с электродинамической постоянной:

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}. \qquad (11.3)$$

Электромагнитная природа света получила признание после опытов Г. Герца (1887-1888 гг.) по исследованию электромагнитных волн. В начале XX века после опытов П. Н. Лебедева по измерению светового давления (1901 г.) электромагнитная теория света превратилась в твердо установленный факт.

Важнейшую роль в выяснении природы света сыграло опытное определение его скорости. Начиная с конца XVII века, предпринимались неоднократные попытки измерения скорости света различными методами (астрономический метод А. Физо, метод А. Майкельсона). Современная лазерная техника позволяет измерять скорость света с очень высокой точностью на основе независимых измерений длины волны λ и частоты света ν ($c = \lambda \cdot \nu$). Таким путем было найдено значение:

$$c = 299792485 \pm 1{,}2 \ м/с,$$

превосходящее по точности все ранее полученные значения более чем на два порядка.

Свет играет чрезвычайно важную роль в нашей жизни. Подавляющее количество информации об окружающем мире человек получает с помощью света. Однако в оптике как разделе физике под светом понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – инфракрасный (ИК) и ультрафиолетовый (УФ). По своим физическим свойством свет принципиально неотличим от электромагнитного излучения других диапазонов – различные участки спектра отличаются друг от друга только длиной волны λ и частотой ν. Рис.11.3 дает представление о шкале электромагнитных волн.

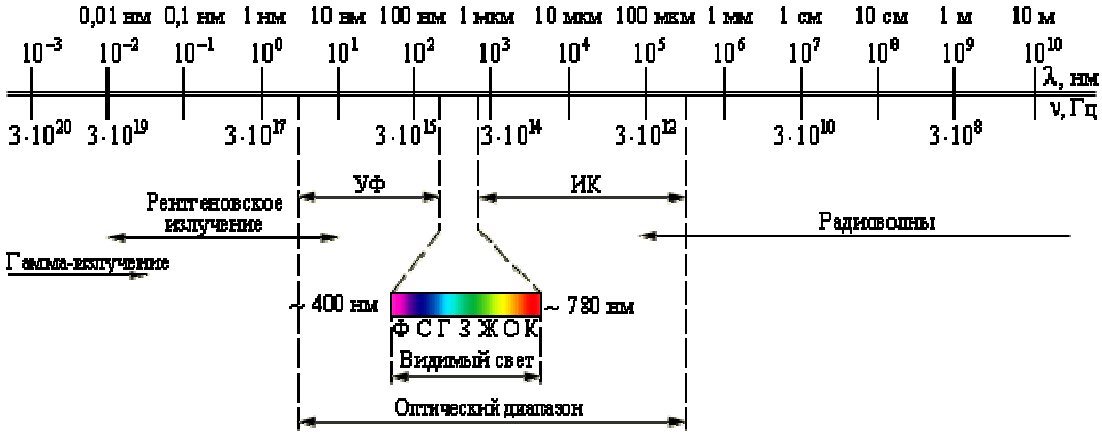


Рис. 11.3.

Для измерения длин волн в оптическом диапазоне используются единицы длины 1 нанометр (*нм*) и 1 микрометр (*мкм*):

$$1 \ нм = 10^{-9} \ м = 10^{-7} \ см = 10^{-3} \ мкм.$$

Видимый свет занимает диапазон приблизительно от 400 *нм* до 780 *нм* или от 0,40 *мкм* до 0,78 *мкм*.

Электромагнитная теория света позволила объяснить многие оптические явления, такие как интерференция, дифракция, поляризация и т. д. Однако, эта теория не завершила понимание природы света.

Уже в начале XX века выяснилось, что эта теория недостаточна для истолкования явлений атомного масштаба, возникающих при взаимодействии света с веществом. Для объяснения таких явлений, как излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона и др. потребовалось введение квантовых представлений. Наука вновь вернулась к идее корпускул – световых квантов. Тот факт, что свет в одних опытах обнаруживает волновые свойства, а в других – корпускулярные, означает, что свет имеет сложную двойственную природу, которую принято характеризовать термином корпускулярно-волновой дуализм

11.2. Основные законы геометрической оптики.

Геометрическая оптика охватывает все вопросы, связанные с построением оптических изображений изменениями направлений световых лучей.

Основные законы геометрической оптики были известны задолго до установления физической природы света.

Закон прямолинейного распространения света: в оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно.

Опытным доказательством этого закона могут служить резкие тени, отбрасываемые непрозрачными телами при освещении светом источника достаточно малых размеров («точечный источник»). Другим доказательством может служить известный опыт по прохождению света далекого источника сквозь небольшое отверстие, в результате чего образуется узкий световой пучок. Этот опыт приводит к представлению о световом луче как о геометрической линии, вдоль которой распространяется свет. Следует отметить, что закон прямолинейного распространения света нарушается и понятие светового луча утрачивает смысл, если свет проходит через малые отверстия, размеры которых сравнимы с длиной волны. Таким образом, геометрическая оптика, опирающаяся на представление о световых лучах, есть предельный случай волновой оптики при $\lambda \to 0$. Границы применимости геометрической оптики будут рассмотрены в разделе о дифракции света.

На границе раздела двух прозрачных сред свет может частично отразиться так, что часть световой энергии будет распространяться после отражения по новому направлению, а частично пройти через границу и распространяться во второй среде.

Закон отражения света: падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости (плоскость падения).

Угол отражения γ равен углу падения α.

Закон преломления света: падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.

Отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина, постоянная для двух данных сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n. \qquad (11.4)$$

Закон преломления был экспериментально установлен голландским ученым В. Снеллиусом (1621 г.).

Постоянную величину n называют *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют абсолютным показателем преломления.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (11.5)$$

Законы отражения и преломления находят объяснение в волновой физике. Рис 11.4 иллюстрирует законы отражения и преломления света.

Согласно волновым представлениям, преломление является следствием изменения скорости распространения волн при переходе из одной среды в другую.

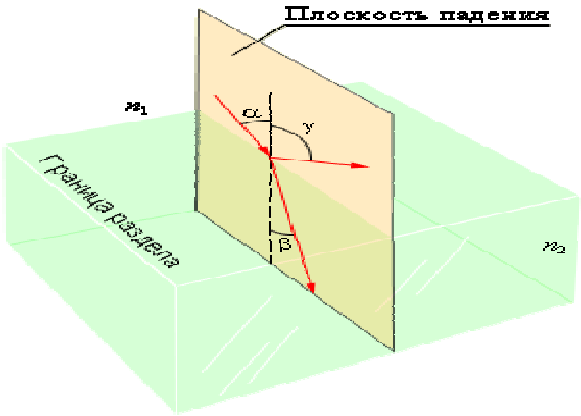


Рис. 11.4.

Физический смысл показателя преломления – это отношение скорости распространения волн в первой среде v_1 к скорости их распространения во второй среде v_2: $n = v_1/v_2$.

Абсолютный показатель преломления равен отношению скорости света c в вакууме к скорости света v в среде: $n = c/v$.

Среду с меньшим абсолютным показателем преломления называют оптически менее плотной.

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную $n_2 < n_1$ (например, из стекла в воздух) можно наблюдать явление полного отражения, то есть исчезновение преломленного луча. Это явление наблюдается при углах падения, превышающих некоторый критический угол $\alpha_{пр}$, который называется предельным углом полного внутреннего отражения (рис. 11.5).

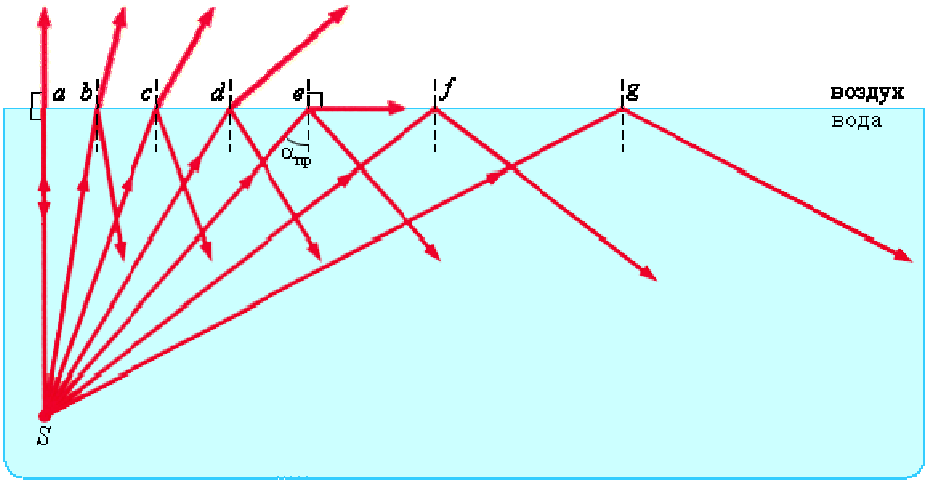


Рис. 11.5.

Для угла падения $\alpha = \alpha_{пр}$ $\sin\beta = 1$ значение $\sin\alpha_{пр} = n_2/n_1 < 1$.

Если второй средой является воздух ($n_2 \approx 1$), то формулу удобно переписать в виде: $\sin\alpha_{пр} = 1/n$, где $n = n_1 > 1$ – абсолютный показатель преломления первой среды.

Для границы раздела стекло-воздух ($n = 1{,}5$) критический угол равен $\alpha_{пр} = 42°$, для границы вода-воздух ($n = 1{,}33$) – $\alpha_{пр} = 48{,}7°$.

Явление полного внутреннего отражения находит применение во многих оптических устройствах. Наиболее интересным и практически важным применением является создание волоконных световодов, которые представляют собой тонкие (от

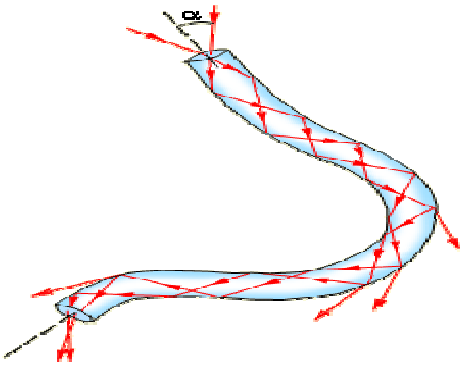


Рис. 11.6.

нескольких микрометров до миллиметров) произвольно изогнутые нити из оптически прозрачного материала (стекло, кварц). Свет, попадающий на торец световода, может распространяться по нему на большие расстояния за счет полного внутреннего отражения от боковых поверхностей (рис 11.6.). Научно-техническое направление, занимающееся разработкой и применением оптических световодов, называется волоконной оптикой.

11.3. Зеркала.

Простейшим оптическим устройством, способным создавать изображение предмета, является плоское зеркало. Изображение предмета, даваемое плоским зеркалом, формируется за счет лучей, отраженных от зеркальной поверхности. Это изображение является мнимым, так как оно образуется пересечением не самих отраженных лучей, а их продолжений в «зазеркалье» (рис.11.7).

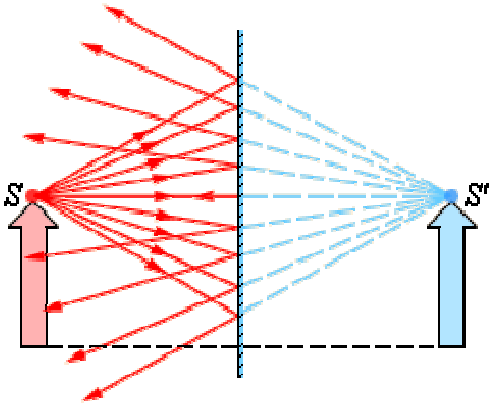


Рис.11.7.

Вследствие закона отражения света мнимое изображение предмета располагается симметрично относительно зеркальной поверхности. Размер изображения равен размеру самого предмета.

Сферическим зеркалом называют зеркально отражающую поверхность, имеющую форму сферического сегмента.

Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют оптическим центром зеркала. Вершину сферического сегмента называют полюсом. Прямая линия, проходящая через оптический центр и полюс зеркала, называется главной оптической осью сферического зеркала. Главная оптическая ось выделена из всех других прямых, проходящих через оптический центр, только тем, что она является осью симметрии зеркала.

Сферические зеркала бывают *вогнутыми* и *выпуклыми*. Если на вогнутое сферическое зеркало падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси, то после отражения от зеркала лучи пересекутся в точке, которая называется главным фокусом зеркала F. Расстояние от фокуса до полюса зеркала называют фокусным расстоянием и обозначают той же буквой F. У вогнутого сферического зеркала главный фокус

действительный. Он расположен посередине между центром и полюсом зеркала (рис.11.8).

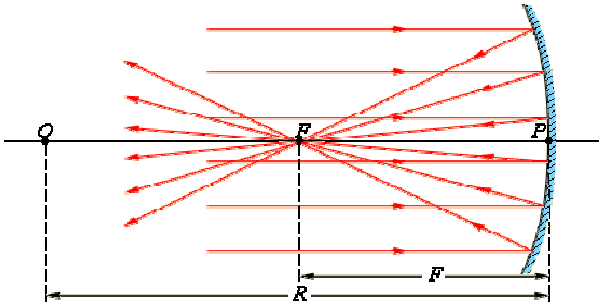


Рис. 11.8.

Следует иметь в виду, что отраженные лучи пересекаются приблизительно в одной точке только в том случае, если падающий параллельный пучок был достаточно узким (так называемый параксиальный пучок).

Главный фокус выпуклого зеркала является мнимым. Если на выпуклое зеркало падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после отражения в фокусе пересекутся не сами лучи, а их продолжения (рис.11.9).

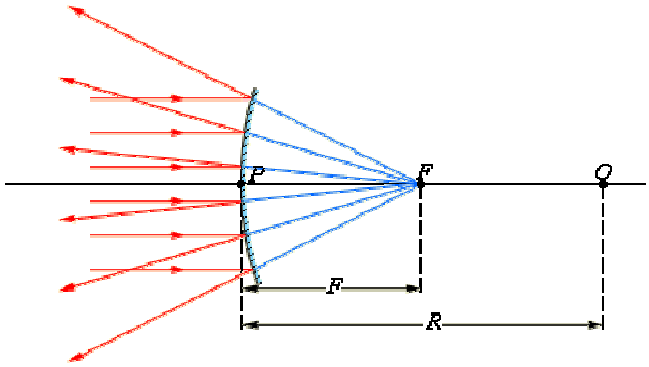


Рис. 11.9.

Фокусным расстояниям сферических зеркал приписывается определенный знак: для вогнутого зеркала $F = R/2$, для выпуклого $F = -R/2$, где R – радиус кривизны зеркала.

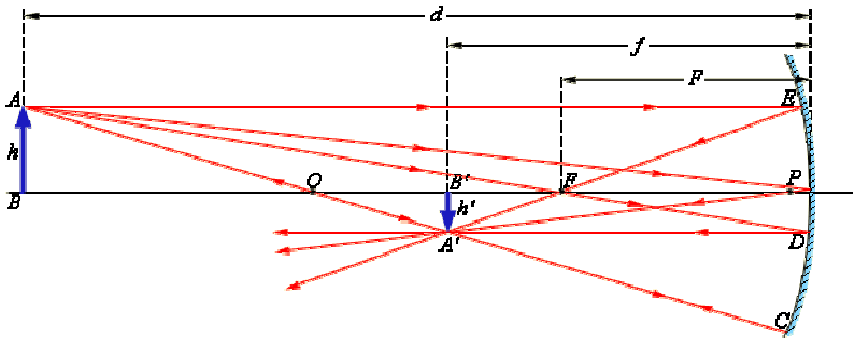


Рис. 11.10.

На рис.11.10 изображены стандартные лучи для случая вогнутого зеркала. Изображение какой-либо точки **A** предмета в сферическом зеркале можно построить с помощью любой пары стандартных лучей:

- ✓ луч **AOC**, проходящий через оптический центр зеркала; отраженный луч **COA** идет по той же прямой;
- ✓ луч **AFD**, идущий через фокус зеркала; отраженный луч идет параллельно главной оптической оси;

- ✓ луч **AP**, падающий на зеркало в его полюсе; отраженный луч симметричен с падающим относительно главной оптической оси.
- ✓ луч **AE**, параллельный главной оптической оси; отраженный луч **EFA$_1$** проходит через фокус зеркала.

Все эти лучи проходят через точку **A'**, которая является изображением точки **A**. Все остальные отраженные лучи также проходят через точку **A'**. Ход лучей, при котором все лучи, вышедшие из одной точки, собираются в другой точке, называется стигматическим. Отрезок **A'B'** является изображением предмета **AB**. Аналогичны построения для случая выпуклого зеркала.

Положение изображения и его размер можно также определить с помощью формулы сферического зеркала:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}. \qquad (11.6)$$

где d – расстояние от предмета до зеркала, f – расстояние от зеркала до изображения. Величины d и f подчиняются определенному правилу знаков:

$d>0$ и $f>0$ – для действительных предметов и изображений;
$d<0$ и $f<0$ – для мнимых предметов и изображений.

Для случая, изображенного на рис.11.10, имеем: $F>0$ (зеркало вогнутое); $d=3F>0$ (действительный предмет). По формуле сферического зеркала получаем: $f=3F/2>0$, следовательно, изображение действительное.

Если бы на месте вогнутого зеркала стояло выпуклое зеркало с тем же по модулю фокусным расстоянием, мы получили бы следующий результат: $F<0$, $d=-3F>0$, $f=3F/4<0$ – изображение мнимое.

Линейное увеличение сферического зеркала Γ определяется как отношение линейных размеров изображения h' и предмета h.

Величине h' удобно приписывать определенный знак в зависимости от того, является изображение прямым ($h'>0$) или перевернутым ($h'<0$). Величина h всегда считается положительной. При таком определении линейное увеличение сферического зеркала выражается формулой, которую можно легко получить из рис.11.10:

$$\Gamma=\frac{h'}{h}=-\frac{f}{d}. \qquad (11.7)$$

В первом из рассмотренных выше примеров $\Gamma=-1/2<0$ – следовательно, изображение перевернутое, уменьшенное в 2 раза. Во втором примере $\Gamma=1/4>0$ – изображение прямое, уменьшенное в 4 раза.

11.4. Тонкие линзы.

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями.

Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют тонкой.

Линзы входят в состав практически всех оптических приборов. Линзы бывают *собирающими* и *рассеивающими*.

Собирающая линза в середине толще, чем у краев, рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше (рис.11.11).

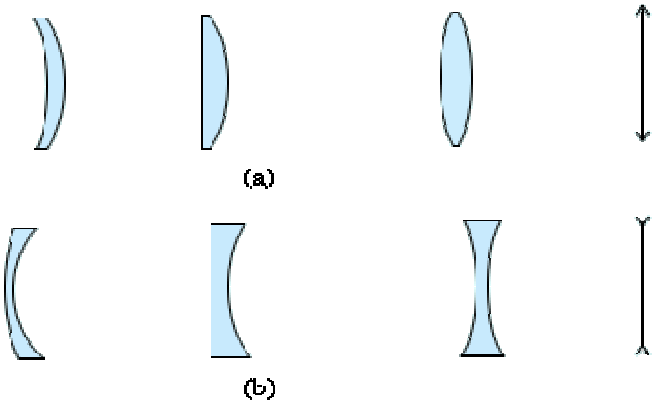


Рис. 11.11.

Прямая, проходящая через центры кривизны O_1 и O_2 сферических поверхностей, называется *главной оптической осью* линзы.

В случае тонких линз можно приближенно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть оптическим центром линзы O. Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются побочными оптическими осями.

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке F, которая называется *главным фокусом* линзы. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, симметрично расположенных относительно линзы на главной оптической оси.

У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, также фокусируются после прохождения через линзу в точку F', которая расположена при пересечении побочной оси с фокальной плоскостью Φ, то есть плоскостью перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис.11.12).

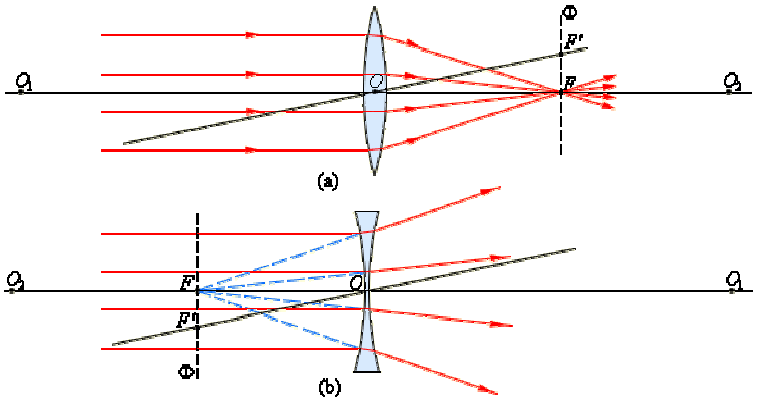


Рис. 11.12.

Расстояние между оптическим центром линзы O и главным фокусом F называется фокусным расстоянием. Оно обозначается той же буквой F.

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов. Изображения бывают прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из

фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. Примеры таких построений представлены на рис.11.13 и рис.11.14.

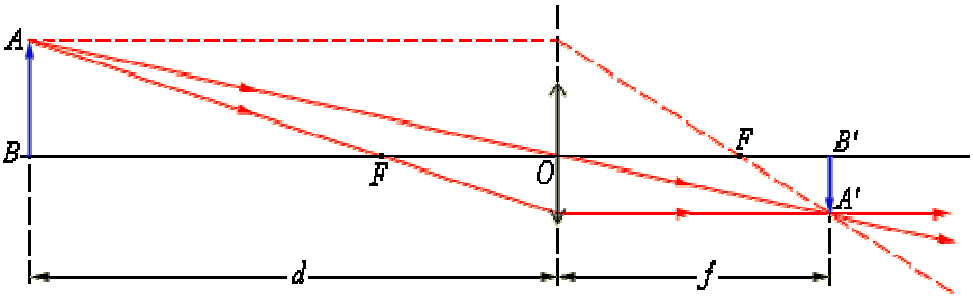


Рис. 11.13.

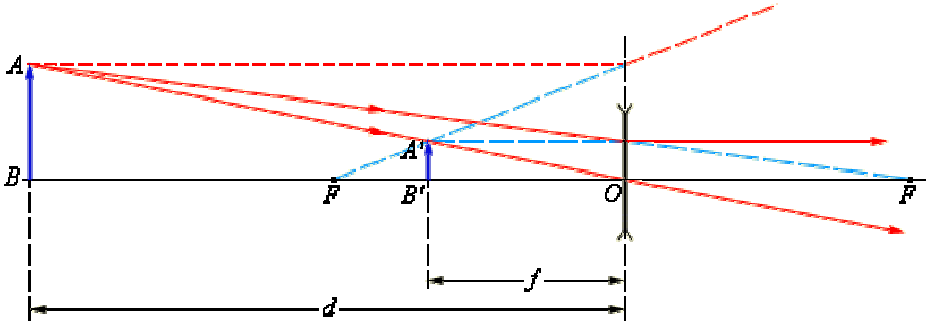


Рис. 11.14.

Следует обратить внимание на то, что некоторые из стандартных лучей, использованных на рис.11.13 и рис.11.14 для построения изображений, не проходят через линзу. Эти лучи реально не участвуют в образовании изображения, но они могут быть использованы для построений.

Изображения можно также рассчитать с помощью формулы тонкой линзы. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через d, а расстояние от линзы до изображения через f, то формулу тонкой линзы можно записать в виде: $1/d + 1/f = 1/F = D$.

Величину D, обратную фокусному расстоянию, называют *оптической силой* линзы.

Единица измерения оптической силы является 1 диоптрия (дптр).

Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м:

1 дптр = м$^{-1}$.

Формула тонкой линзы аналогична формуле сферического зеркала. Ее можно получить для параксиальных лучей из подобия треугольников на рис.11.13. или рис.11.14.

Оптическая сила D линзы зависит как от радиусов кривизны R_1 и R_2 ее сферических поверхностей, так и от показателя преломления n материала, из которого изготовлена линза. В курсах оптики доказывается следующая формула:

$$D = \frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (11.8)$$

Радиус кривизны выпуклой поверхности считается *положительным*, вогнутой – *отрицательным*. Эта формула используется при изготовлении линз с заданной оптической силой.

Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение

предмета. Это второе изображение также может быть действительным или мнимым. Расчет оптической системы из двух тонких линз сводится к двукратному применению формулы линзы, при этом расстояние D_2 от первого изображения до второй линзы следует положить равным величине $l - f_1$, где l – расстояние между линзами. Рассчитанная по формуле линзы величина f_2 определяет положение второго изображения и его характер ($f_2 > 0$ – действительное изображение, $f_2 < 0$ – мнимое изображение). Общее линейное увеличение Γ системы из двух линз равно произведению линейных увеличений обеих линз: $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2$. Если предмет или его изображение находятся в бесконечности, то линейное увеличение утрачивает смысл.

Частным случаем является телескопический ход лучей в системе из двух линз, когда и предмет, и второе изображение находятся на бесконечно больших расстояниях. Телескопический ход лучей реализуется в зрительных трубах – астрономической трубе Кеплера и земной трубе Галилея.

Тонкие линзы обладают рядом недостатков, не позволяющих получать высококачественные изображения.

Искажения, возникающие при формировании изображения, называются *аберрациями*.

Главные из них – *сферическая* и *хроматическая* аберрации.

Сферическая аберрация проявляется в том, что в случае широких световых пучков лучи, далекие от оптической оси, пересекают ее не в фокусе.

Формула тонкой линзы справедлива только для лучей, близких к оптической оси. Изображение удаленного точечного источника, создаваемое широким пучком лучей, преломленных линзой, оказывается размытым.

Хроматическая аберрация возникает вследствие того, что показатель преломления материала линзы зависит от длины волны света λ.

Это свойство прозрачных сред называется дисперсией. Фокусное расстояние линзы оказывается различным для света с разными длинами волн, что приводит к размытию изображения при использовании немонохроматического света.

Поэтому в современных оптических приборах применяются не тонкие линзы, а сложные многолинзовые системы, в которых удается приближенно устранить различные аберрации.

Формирование собирающей линзой действительного изображения предмета используется во многих оптических приборах, таких как фотоаппарат, проектор и т. д.

Фотоаппарат представляет собой замкнутую светонепроницаемую камеру. Изображение фотографируемых предметов создается на фотопленке системой линз, которая называется объективом. Специальный затвор позволяет открывать объектив на время экспозиции.

Особенностью работы фотоаппарата является то, что на плоской фотопленке должны получаться достаточно резкими изображения предметов, находящихся на разных расстояниях.

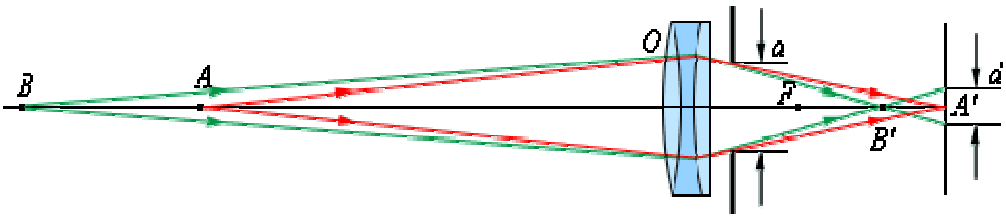


Рис. 11.15.

В плоскости фотопленки получаются резкими только изображения предметов, находящихся на определенном расстоянии. Наводка на резкость достигается перемещением объектива относительно пленки. Изображения точек, не лежащих в плоскости резкой наводки, получаются нерезкими в виде кружков рассеяния. Размер d этих кружков может быть уменьшен путем диафрагмирования объектива, т.е. уменьшения относительного отверстия a/F (рис.11.15). Это приводит к увеличению глубины резкости.

Проекционный аппарат предназначен для получения крупномасштабных изображений. Объектив **O** проектора фокусирует изображение плоского предмета (диапозитив **D**) на удаленном экране **Э** (рис.11.16). Система линз **K**, называемая конденсором, предназначена для того, чтобы сконцентрировать свет источника **S** на диапозитиве. На экране **Э** создается действительное увеличенное перевернутое изображение. Увеличение проекционного аппарата можно менять, приближая или удаляя экран **Э** с одновременным изменением расстояния между диапозитивом **D** и объективом **O**.

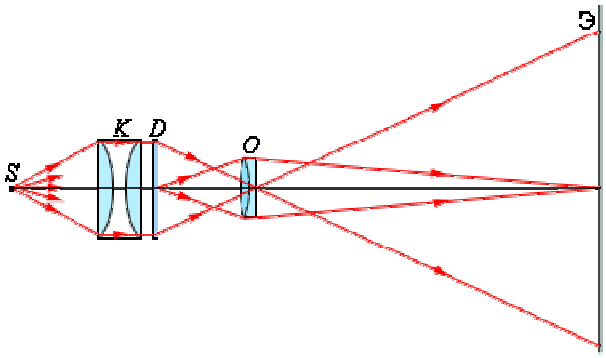


Рис. 11.16.

11.5. Глаз как оптический инструмент.

Глаз человека представляет собой сложную оптическую систему, которая по своему действию аналогична оптической системе фотоаппарата. Схематическое устройство глаза представлено на рис.11.17. Глаз имеет почти шарообразную форму и диаметр около 2,5 см. Снаружи он покрыт защитной оболочкой белого цвета – *склерой*. Передняя прозрачная часть склеры называется *роговицей*. На некотором расстоянии от нее расположена *радужная оболочка*, окрашенная пигментом. Отверстие в радужной оболочке представляет собой *зрачок*. В зависимости от интенсивности падающего света зрачок рефлекторно изменяет свой диаметр приблизительно от 2 до 8 мм, т.е. действует подобно диафрагме фотоаппарата. Между роговицей и радужной оболочкой находится прозрачная жидкость. За зрачком находится *хрусталик* – эластичное линзоподобное тело. Особая мышца может изменять в некоторых пределах форму хрусталика, изменяя тем самым его оптическую силу. Остальная часть глаза заполнена стекловидным телом. Задняя часть глаза – *глазное дно*, оно покрыто сетчатой оболочкой, представляющей собой сложное разветвление зрительного нерва с нервными окончаниями – *палочками* и *колбочками*, которые являются светочувствительными элементами.

Лучи света от предмета, преломляясь, на границе воздух-роговица, проходят далее через хрусталик (линзу с изменяющейся оптической силой) и создают изображение на сетчатке.

Роговица, прозрачная жидкость, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, оптический центр которой расположен на расстоянии около 5 мм от роговицы. При расслабленной глазной мышце оптическая сила глаза приблизительно равна 59 дптр, при максимальном напряжении мышцы – 70 дптр.

Основная особенность глаза как оптического инструмента состоит в способности рефлекторно изменять оптическую силу глазной оптики в зависимости от положения предмета.

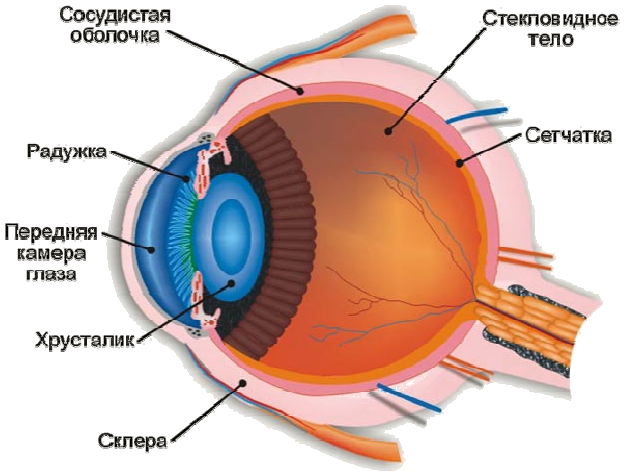


Рис. 11.17.

Такое приспособление глаза к изменению положения наблюдаемого предмета называется *аккомодацией*.

Область аккомодации глаза можно определить положением двух точек:

- ✓ дальняя точка аккомодации определяется положением предмета, изображение которого получается на сетчатке при расслабленной глазной мышце. У нормального глаза дальняя точка аккомодации находится в бесконечности.
- ✓ ближняя точка аккомодации – расстояние от рассматриваемого предмета до глаза при максимальном напряжении глазной мышцы. Ближняя точка нормального глаза располагается на расстоянии 10-20 см от глаза. С возрастом это расстояние увеличивается.

Кроме этих двух точек, определяющих границы области аккомодации, у глаза существует расстояние наилучшего зрения, т. е. расстояние от предмета до глаза, при котором удобнее всего (без чрезмерного напряжения) рассматривать детали предмета (например, читать мелкий текст). Это расстояние у нормального глаза условно полагают равным 25 см.

При нарушении зрения изображения удаленных предметов в случае ненапряженного глаза могут оказаться либо перед сетчаткой (близорукость), либо за сетчаткой (дальнозоркость) (рис.11.18).

Расстояние наилучшего зрения у близорукого глаза меньше, а у дальнозоркого больше, чем у нормального глаза. Для исправления дефекта зрения служат очки.

Для дальнозоркого глаза необходимы очки с положительной оптической силой (собирающие линзы), для близорукого – с отрицательной оптической силой (рассеивающие линзы).

Для наблюдения удаленных предметов оптическая сила линз должна быть такой, чтобы параллельные пучки фокусировались на сетчатке глаза. Глаз должен видеть через очки мнимое прямое изображение удаленного предмета, находящееся в дальней точке аккомодации данного глаза.

Если, например, дальняя точка аккомодации близорукого глаза находится на расстоянии 80 см, то, применяя формулу тонкой линзы, получим:

$$d = \infty, \ f = -0{,}8 \text{ м},$$

следовательно, $D = 1/F = -1/0{,}8 = -1{,}25$ дптр.

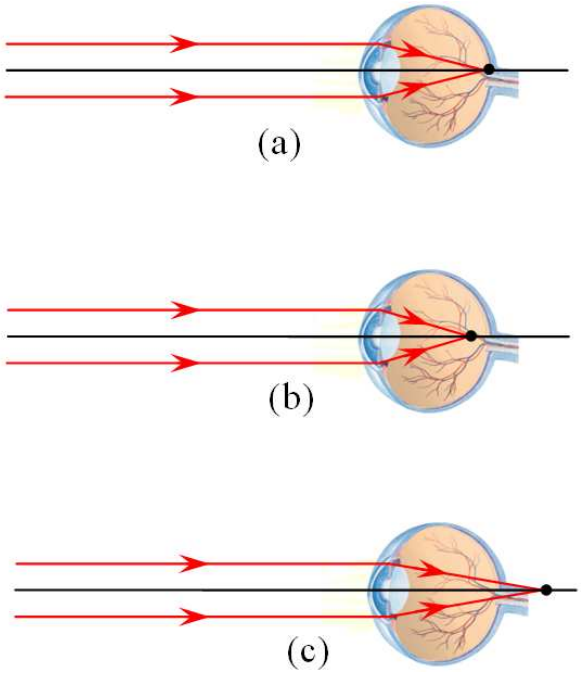


Рис. 11.18.

Следует отметить, что у дальнозоркого глаза дальняя точка аккомодации мнимая, т.е. ненапряженный глаз фокусирует на сетчатке сходящийся пучок лучей. Потому при рассмотрении удаленных предметов очки для дальнозоркого глаза должны превращать параллельный пучок лучей в сходящийся, т. е. обладать положительной оптической силой.

Очки для «ближнего зрения» (например, для чтения) должны создавать мнимое изображение предмета, находящегося на расстоянии $d_0 = 25$ см (т.е. на расстоянии наилучшего зрения нормального глаза), на расстоянии наилучшего зрения данного глаза. Пусть, например, близорукий глаз имеет расстояние наилучшего зрения 16 см.

По формуле тонкой линзы получим: $d = d_0 = 0{,}25$ м, $f = -0{,}16$ м, следовательно, $D = 1/F = -2{,}25$ дптр.

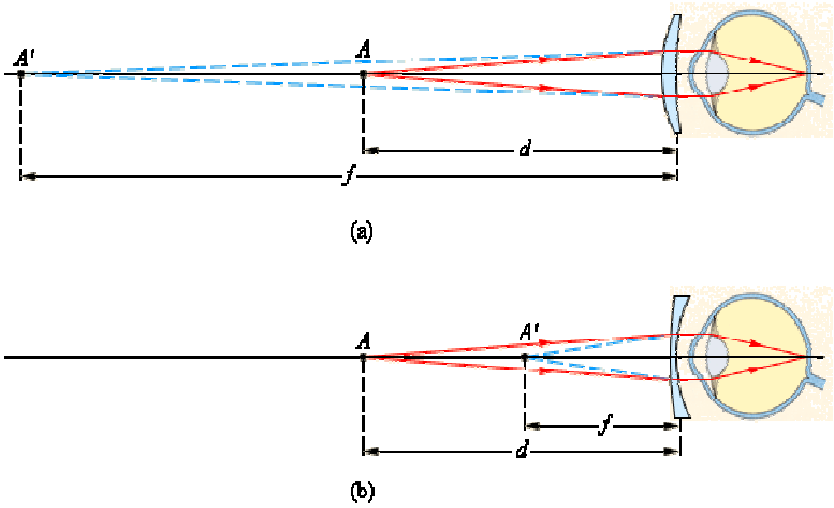


Рис. 11.19.

Вследствие сужения области аккомодации у многих людей очки для ближнего зрения должны обладать большей (по модулю) оптической силой по сравнению с очками для рассматривания удаленных предметов. Рис. 11.19. иллюстрирует коррекцию дальнозоркого и близорукого глаза с помощью очков.

Подбор очков для чтения для дальнозоркого (a) и близорукого (b) глаза. Предмет **A** располагается на расстоянии $d = d_0 = 25$ см наилучшего зрения нормального глаза.

Мнимое изображение **A'** располагается на расстоянии f, равном расстоянию наилучшего зрения данного глаза.

11.6. Интерференция световых волн.

Интерференция – одно из ярких проявлений волновой природы света. Это интересное и красивое явление *наблюдается при определенных условиях при наложении двух или нескольких световых пучков*. Интенсивность света в области перекрытия пучков имеет характер чередующихся светлых и темных полос, причем в максимумах интенсивность больше, а в минимумах меньше суммы интенсивностей пучков. При использовании белого света интерференционные полосы оказываются окрашенными в различные цвета спектра. С интерференционными явлениями мы сталкиваемся довольно часто: цвета масляных пятен на асфальте, окраска замерзающих оконных стекол, причудливые цветные рисунки на крыльях некоторых бабочек и жуков – все это проявление интерференции света.

Первый эксперимент по наблюдение интерференции света в лабораторных условиях принадлежит И. Ньютону. Он наблюдал интерференционную картину, возникающую при отражении света в тонкой воздушной прослойке между плоской стеклянной пластиной и плосковыпуклой линзой большого радиуса кривизны. Интерференционная картина имела вид концентрических колец, получивших название колец Ньютона (рис.11.20).

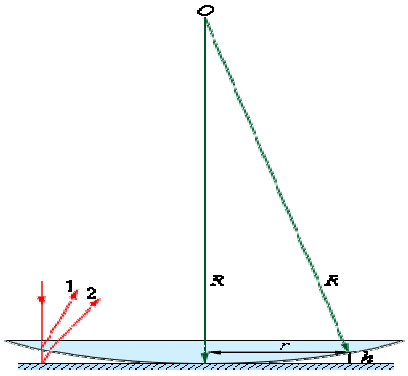


Рис. 11.20.

Интерференция возникает при сложении волн, отразившихся от двух сторон воздушной прослойки. Лучи 1 и 2 – направления распространения волн; h – толщина воздушного зазора.

Ньютон не смог объяснить с точки зрения корпускулярной теории, почему возникают кольца, однако он понимал, что это связано с какой-то периодичностью световых процессов.

Исторически первым интерференционным опытом, получившим объяснение на основе волновой теории света, явился опыт Юнга (1802 г.). В опыте Юнга свет от источника, в качестве которого служила узкая щель S, падал на экран с двумя близко расположенными щелями S_1 и S_2 (рис. 11.21). Проходя через каждую из щелей, световой пучок уширялся вследствие дифракции, поэтому на белом экране **Э** световые пучки, прошедшие через щели S_1 и S_2, перекрывались. В области перекрытия световых пучков наблюдалась интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос.

Юнг был первым, кто понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников. Поэтому в его опыте щели S_1 и S_2, которые можно рассматривать в соответствии с принципом Гюйгенса как источники вторичных волн, освещались светом одного источника S. При симметричном расположении щелей вторичные волны, испускаемые источниками S_1 и S_2, находятся в фазе, но эти волны проходят до точки наблюдения **P** разные расстояния r_1 и r_2. Следовательно, фазы

колебаний, создаваемых волнами от источников S_1 и S_2 в точке **P**, вообще говоря, различны. Таким образом, задача об интерференции волн сводится к задаче о сложении колебаний одной и той же частоты, но с разными фазами. Утверждение о том, что волны от источников S_1 и S_2 распространяются независимо друг от друга, а в точке наблюдения они просто складываются, является опытным фактом и носит название принципа суперпозиции.

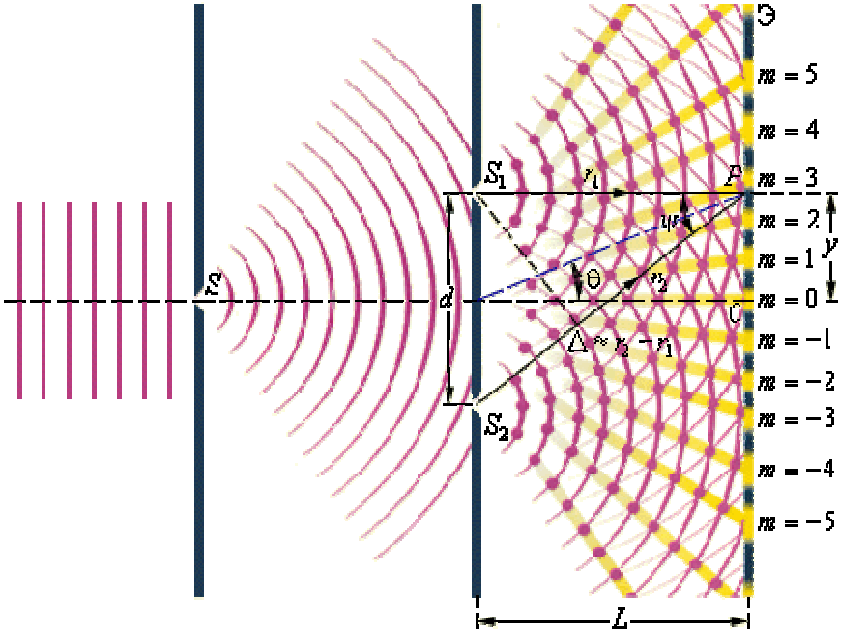


Рис. 11.21.

Монохроматическая волна, распространяющаяся в направлении радиус-вектора, записывается в виде:

$$E = a\cos(\omega t - kr), \tag{11.9}$$

где a – амплитуда волны, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, $\omega = 2\pi\nu$ – круговая частота.

В оптических задачах под E следует понимать модуль вектора напряженности электрического поля волны. При сложении двух волн в точке **P** результирующее колебание также происходит на частоте ω и имеет некоторую амплитуду A и фазу φ:

$$E = a_1\cos(\omega t - kr_1) + a_2\cos(\omega t - kr_2) = A\cos(\omega t - \varphi_1).$$

Не существует приборов, которые способны были бы следить за быстрыми изменениями поля световой волны в оптическом диапазоне; наблюдаемой величиной является поток энергии, который прямо пропорционален квадрату амплитуды электрического поля волны. Физическую величину, равную квадрату амплитуды электрического поля волны, принято называть интенсивностью: $I = A^2$.

Несложные тригонометрические преобразования приводят к следующему выражению для интенсивности результирующего колебания в точке **P**:

$$I = A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos k\Delta = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos k\Delta. \tag{11.10}$$

где $\Delta = r_2 - r_1$ – так называемая разность хода.

Из этого выражения следует, что интерференционный максимум (светлая полоса) достигается в тех точках пространства, в которых $\Delta = m\lambda$ $(m = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$. При этом $I_{\max} = (a_1 + a_2)^2 > I_1 + I_2$.

Интерференционный минимум (темная полоса) достигается при $\Delta = m\lambda + \lambda/2$. Минимальное значение интенсивности $I_{\min} = (a_1 - a_2)^2 < I_1 + I_2$. На рис.11.22 показано распределение интенсивности света в интерференционной картине в зависимости от разности хода Δ.

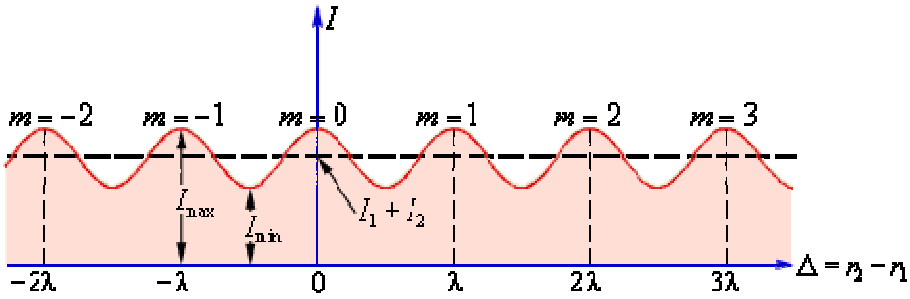


Рис.11.22.

В частности, если $I_1 = I_2 = I_0$, т. е. интенсивности обеих интерферирующих волн одинаковы, выражение (11.10) приобретает вид:

$$I = 2I_0(1 + \cos k\Delta). \qquad (11.11)$$

В этом случае $I_{\max} = 4I_0$, $I_{\min} = 0$.

Формулы (11.10) и (11.11) являются универсальными. Они применимы к любой интерференционной схеме, в которой происходит сложение двух монохроматических волн одной и той же частоты. Различие проявляются только в том, как зависит разность хода Δ от положения точки наблюдения **P**. Если в схеме Юнга через y обозначить смещение точки наблюдения от плоскости симметрии, то для случая, когда $d << L$ и $y << L$ (в оптических экспериментах эти условия обычно выполняются), можно приближенно получить:

$$\Delta \approx d \cdot \theta \approx \frac{d \cdot y}{L}. \qquad (11.12)$$

При смещении вдоль координатной оси y на расстояние, равное ширине интерференционной полосы Δl, т.е. при смещении из одного интерференционного максимума в соседний, разность хода Δ изменяется на одну длину волны λ. Следовательно,

$$\frac{d \cdot \Delta l}{L} = \lambda \text{ или } \Delta l = \frac{L \cdot \lambda}{d} \approx \frac{\lambda}{\psi},$$

где ψ – угол схождения лучей в точке наблюдения **P**. Выполним количественную оценку. Допустим, что расстояние d между щелями S_1 и S_2 равно 1 мм, а расстояние от щелей до экрана **Э** составляет $L = 1$ м, тогда $\psi = d/L = 0{,}001$ рад.

Для зеленого света (λ = 500 нм) получим $\Delta l = \lambda/\psi = 5 \cdot 10^5$ нм $= 0{,}5$ мм.

Для красного света (λ = 600 нм) $\Delta l = 0{,}6$ мм.

Таким путем Юнг впервые измерил длины световых волн, хотя точность этих измерений была невелика.

Следует подчеркнуть, что в волновой оптике, в отличие от геометрической оптики, понятие луча света утрачивает физический смысл. Термин «луч» употребляется здесь для краткости для обозначения направления распространения волны. В дальнейшем этот термин будет употребляться без кавычек.

В эксперименте Ньютона (рис. 11.20) при нормальном падении волны на плоскую поверхность линзы разность хода приблизительно равна удвоенной толщине $2h$ воздушного промежутка между линзой и плоскостью. Для случая, когда радиус кривизны R линзы велик по сравнению с h, можно приближенно получить:

$$h \approx \frac{r^2}{2R}, \tag{11.13}$$

где r – смещение от оси симметрии. При написании выражения для разности хода следует также учесть, что волны 1 и 2 отражаются при разных условиях. Первая волна отражается от границы стекло-воздух, а вторая – от границы воздух-стекло. Во втором случае происходит изменение фазы колебаний отраженной волны, на π, что эквивалентно увеличению разности хода на $\lambda/2$. Поэтому

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} \approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \tag{11.14}$$

При $r = 0$, то есть в центре (точка соприкосновения) $\Delta = \lambda/2$; поэтому в центре колец Ньютона всегда наблюдается интерференционный минимум – темное пятно.

Радиусы r_m последующих темных колец определяются выражением:

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}. \tag{11.15}$$

Эта формула позволяет экспериментально определить длину волны света λ, если известен радиус кривизны R линзы.

11.7. Проблема когерентности волн.

Теория Юнга позволила объяснить интерференционные явления, возникающие при сложении двух монохроматических волн одной и той же частоты. Однако повседневный опыт учит, что интерференцию света в действительности наблюдать не просто. Если в комнате горят две одинаковые лампочки, то в любой точке складываются интенсивности света и никакой интерференции не наблюдается. Возникает вопрос, в каких случаях нужно складывать напряженности (с учетом фазовых соотношений), и в каких случаях нужно складывать интенсивности волн, т. е. квадраты напряженностей полей? Теория интерференции монохроматических волн не может дать ответа на этот вопрос.

Реальные световые волны не являются строго монохроматическими. В силу фундаментальных физических причин излучение всегда имеет статистический характер. Атомы светового источника излучают независимо друг от друга в случайные моменты времени, и излучение каждого атома длится очень короткое время ($\tau \le 10^{-8}$ с). Результирующее излучение источника в каждый момент времени состоит из вкладов огромного числа атомов. Через время порядка τ вся совокупность излучающих атомов обновляется. Поэтому суммарное излучение будет иметь другую амплитуду и, что особенно важно, другую фазу. Фаза волны, излучаемой реальным источником света, остается приблизительно постоянной только на интервалах времени порядка $\boldsymbol{\tau}$. Отдельные «обрывки» излучения длительности $\boldsymbol{\tau}$ называются цугами. Цуги имеют пространственную длину, равную $c\tau$, где c – скорость света. Колебания в разных цугах не согласованы между собой. Таким образом, реальная световая волна представляет собой последовательность волновых цугов с беспорядочно меняющейся фазой. Принято говорить, что колебания в разных цугах некогерентны. Интервал времени τ, в течении которого фаза колебаний остается приблизительно постоянной, называют временем когерентности.

Интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний, т.е. колебаний, относящихся к одному и тому же цугу. Хотя фазы каждого из этих

колебаний также подвержены случайным изменениям во времени, но эти изменения одинаковы, поэтому разность фаз когерентных колебаний остается постоянной. В этом случае наблюдается устойчивая интерференционная картина и, следовательно, выполняется принцип суперпозиции полей. При сложении некогерентных колебаний разность фаз оказывается случайной функцией времени. Интерференционные полосы испытывают беспорядочные перемещения из стороны в сторону, и за время Δt их регистрации, которая в оптических экспериментах значительно больше времени когерентности ($\Delta t >> \tau$), происходит полное усреднение. Регистрирующее устройство (глаз, фотопластинка, фотоэлемент) зафиксирует в точке наблюдения усредненное значение интенсивности, равное сумме интенсивностей $I_1 + I_2$ обоих колебаний. В этом случае выполняется закон сложения интенсивностей.

Таким образом, интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний. Волны, создающие в точке наблюдения когерентные колебания, также называются когерентными. Волны от двух независимых источников некогерентны и не могут дать интерференции.

Т. Юнг интуитивно угадал, что для получения интерференции света нужно волну от источника разделить на две когерентные волны и затем наблюдать на экране результат их сложения. Так делается во всех интерференционных схемах. Однако даже в этом случае интерференционная картина исчезает, если разность хода Δ превысит длину когерентности $c\tau$.

11.8. Дифракция света.

Дифракцией света называется явление отклонения света от прямолинейного направления распространения при прохождении вблизи препятствий.

Как показывает опыт, свет при определенных условиях может заходить в область геометрической тени. Если на пути параллельного светового пучка расположено круглое препятствие (круглый диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется дифракционная картина – система чередующихся светлых и темных колец. Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных полос.

Дифракционные явления были хорошо известны еще во времена Ньютона, но объяснить их на основе корпускулярной теории света оказалось невозможным. Первое качественное объяснение явления дифракции на основе волновых представлений было дано английским ученым Т. Юнгом. Независимо от него французский ученый О. Френель развил количественную теорию дифракционных явлений (1818 г.). В основу теории Френель положил принцип Гюйгенса, дополнив его идеей об интерференции вторичных волн. Принцип Гюйгенса в его первоначальном виде позволял находить только положения волновых фронтов в последующие моменты времени, т. е. определять направление распространения волны. По существу, это был принцип геометрической оптики. Гипотезу Гюйгенса об огибающей вторичных волн Френель заменил физически ясным положением, согласно которому вторичные волны, приходя в точку наблюдения, интерферируют друг с другом. Принцип Гюйгенса-Френеля также представлял собой определенную гипотезу, но последующий опыт подтвердил ее справедливость. В ряде практически важных случаев решение дифракционных задач на основе этого принципа дает достаточно хороший результат. Рис. 11.23 иллюстрирует принцип Гюйгенса-Френеля.

Пусть поверхность S представляет собой положение волнового фронта в некоторый момент. Для того чтобы определить колебания в некоторой точке **P**, вызванное волной, по Френелю нужно сначала определить колебания, вызываемые в этой точке отдельными вторичными волнами, приходящими в нее от всех элементов поверхности S (ΔS_1, ΔS_2, и т. д.), и затем сложить эти колебания с учетом их амплитуд и фаз. При этом

следует учитывать только те элементы волновой поверхности S, которые не загораживаются каким-либо препятствием.

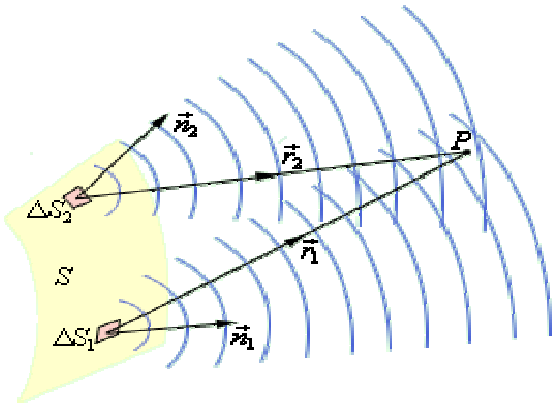


Рис. 11.23.

Рассмотрим в качестве примера простую дифракционную задачу о прохождении плоской монохроматической волны от удаленного источника через небольшое круглое отверстие радиуса R в непрозрачном экране (рис. 11.24).

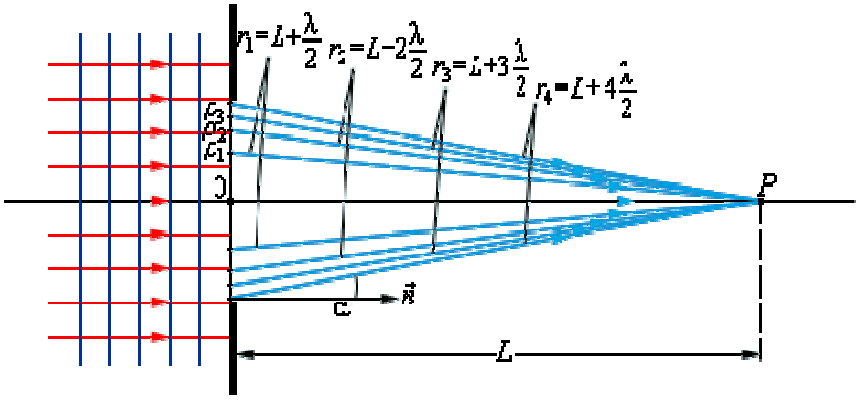


Рис. 11.24.

Точка наблюдения **P** находится на оси симметрии на расстоянии L от экрана. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля следует мысленно заселить волновую поверхность, совпадающую с плоскостью отверстия, вторичными источниками, волны от которых достигают точки **P**. В результате интерференции вторичных волн в точке **P** возникает некоторое результирующее колебание, квадрат амплитуды которого (интенсивность) нужно определить при заданных значениях длины волны λ, амплитуды A_0 падающей волны и геометрии задачи. Для облегчения расчета Френель предложил разбить волновую поверхность падающей волны в месте расположения препятствия на кольцевые зоны (зоны Френеля) по следующему правилу: расстояние от границ соседних зон до точки **P** должны отличается на полдлины волны, т. е.

$$r_1 = L + \frac{\lambda}{2},\ r_2 = L + 2\frac{\lambda}{2},\ r_3 = L + 3\frac{\lambda}{2} \ldots$$

Если смотреть на волновую поверхность из точки **P**, то границы зон Френеля будут представлять собой концентрические окружности (рис. 11.25).

Из рис.11.24 легко найти радиусы ρ_m зон Френеля:

$$\rho_m = \sqrt{\rho_m^2 - L^2} = \sqrt{m\lambda L + m^2\frac{\lambda^2}{4}} \approx \sqrt{m\lambda L}\,. \qquad (11.16)$$

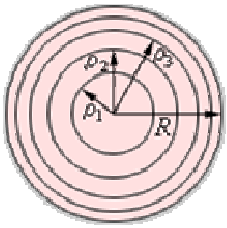


Рис. 11.25.

Так в оптике $\lambda << L$, вторым членом под корнем можно пренебречь. Количество зон Френеля, укладывающихся на отверстии, определяется его радиусом R:

$$m = \frac{R^2}{\lambda L}. \tag{11.17}$$

Здесь m – не обязательно целое число. Результат интерференции вторичных волн в точке **P** зависит от числа m открытых зон Френеля. Легко показать, что все зоны имеют одинаковую площадь:

$$S_m = \pi \rho_m^2 - \pi \rho_{m-1}^2 = \pi \lambda L = S_1.$$

Одинаковые по площади зоны должны были бы возбуждать в точке наблюдения колебания с одинаковой амплитудой. Однако у каждой последующей зоны угол α между лучом, проведенным в точку наблюдения, и нормалью к волновой поверхности возрастает. Френель высказал предположение (подтвержденное экспериментом), что с увеличением угла α амплитуда колебаний уменьшается, хотя и незначительно:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \ldots > A_m,$$

где A_m – амплитуда колебаний, вызванных m-й зоной.

С хорошим приближением можно считать, что амплитуда колебаний, вызываемых некоторой зоной, равна среднему арифметическому из амплитуд колебаний, вызываемых двумя соседними зонами, т.е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \tag{11.18}$$

Так как расстояния от двух соседних зон до точки наблюдения отличаются на $\lambda/2$, следовательно, возбуждаемые этими зонами колебания находится в противофазе. Поэтому волны от любых двух соседних зон почти гасят друг друга. Суммарная амплитуда в точке наблюдения есть:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots = A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \ldots < A_1.$$

Таким образом, суммарная амплитуда колебаний в точке **P** всегда меньше амплитуды колебаний, которые вызвала бы одна первая зона Френеля. В частности, если бы были открыты все зоны Френеля, то до точки наблюдения дошла бы невозмущенная препятствием волна с амплитудой A_0. В этом случае можно записать:

$$A = A_0 = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \ldots = \frac{A_1}{2},$$

т.к. выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, действие (амплитуда), вызванное всем волновым фронтом, равно половине действия одной первой зоны.

Итак, если отверстие в непрозрачном экране оставляет открытой только одну зону Френеля, то амплитуда колебаний в точке наблюдения возрастает в 2 раза (а интенсивность в 4 раза) по сравнению с действием невозмущенной волны. Если открыть

две зоны, то амплитуда колебаний обращается в нуль. Если изготовить непрозрачный экран, который оставлял бы открытыми только несколько нечетных (или только несколько четных) зон, то амплитуда колебаний резко возрастает. Например, если открыты 1, 3 и 5 зоны, то: $A = 6A_0$, $I = 36I_0$.

Такие пластинки, обладающие свойством фокусировать свет, называются зонными пластинками.

При дифракции света на круглом диске закрытыми оказываются зоны Френеля первых номеров от 1 до *m*. Тогда амплитуда колебаний в точке наблюдения будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} - \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \ldots,$$

или $A = A_m + 1/2$, так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Если диск закрывает зоны не слишком больших номеров, то $A_m + 1 \approx 2A_0$ и $A \approx A_0$, т.е. в центре картины при дифракции света на диске наблюдается интерференционный максимум. Это – так называемое пятно Пуассона, оно окружено светлыми и темными дифракционными кольцами.

Оценим размеры зон Френеля. Пусть, например, дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от препятствия. Длина волны света $\lambda = 600$ нм (красный свет). Тогда радиус первой зоны Френеля есть:

$$\rho_1 = \sqrt{L\lambda} \approx 0{,}77 \text{ мм.}$$

Таким образом, в оптическом диапазоне вследствие малости длины волны размер зон Френеля оказывается достаточно малым. Дифракционные явления проявляются наиболее отчетливо, когда на препятствии укладывается лишь небольшое число зон:

$$m = \frac{R^2}{\lambda L} \geq 1 \text{ или } R^2 \geq \lambda L.$$

Это соотношение можно рассматривать как критерий наблюдения дифракции. Если число зон Френеля, укладывающихся на препятствии, становится очень большим, дифракционные явления практически незаметны:

$$m = \frac{R^2}{\lambda L} >> 1 \text{ или } R^2 >> \lambda L.$$

Это сильное неравенство определяет границу применимости геометрической оптики. Узкий пучок света, который в геометрической оптике называется лучом, может быть сформирован только при выполнении этого условия. Таким образом, геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики.

Выше был рассмотрен случай дифракции света от удаленного источника на препятствиях круглой формы. Если точечный источник света находится на конечном расстоянии, то на препятствие падает сферически расходящаяся волна. В этом случае геометрия задачи несколько усложняется, так как зоны Френеля теперь нужно строить не на плоской, а на сферической поверхности (рис. 11.26).

Расчет приводит к следующему выражению для радиусов ρ_m зон Френеля на сферическом фронте волны:

$$\rho_m = \sqrt{m \frac{ab}{a+b} L}. \tag{11.19}$$

Все выводы изложенной выше теории Френеля остаются справедливыми и в этом случае.

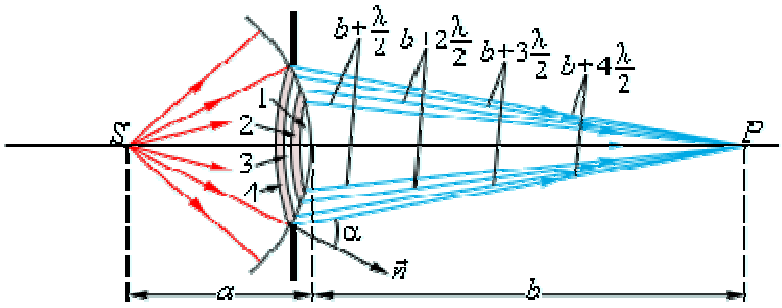


Рис. 11.26.

Следует отметить, что теория дифракции (и интерференции) световых волн применима к волнам любой физической природы. В этом проявляется общность волновых закономерностей. Физическая природа света в начале XIX века, когда Т. Юнг, О. Френель и другие ученые развивали волновые представления, еще не была известна.

Задачи к теме 11

Пример решения:

Показатель преломления стекла n = 1,52. Найти предельный угол полного внутреннего отражения для поверхности раздела стекло – воздух.

Решение:

Дано:

$n = 1{,}52$

β – ?

$$\sin\beta = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}52} = 0{,}65; \qquad \beta \approx 41^\circ.$$

Задачи для самостоятельного решения:

11.1. Длина волны света, соответствующего красной линии водорода в вакууме, составляет λ = 656,3нм. Определите длину волны этого же света в стекле, если показатель преломления стекла для этих лучей n = 1,51.

11.2. Определите световой поток от источника, сила света которого равна 400кд, падающий на площадку 20см^2, расположенную перпендикулярно к падающим лучам на расстоянии 4м.

11.3. Лампы уличного освещения подвешены на высоте 10м, расстояние между столбами 40м. Определите силу света необходимую для того, чтобы освещенность в точке посередине расстояния между фонарями была равна 0,2лк.

11.4. Определите силу света точечного источника, находящегося в центре сферы радиусом 85см и испускающего на поверхность этой сферы площадью 1,5м^2 световой поток 360Лм.

11.5. Определите силу света свечи, яркость пламени которой равна 5*10^{3}кд/м^2, а площадь поперечного сечения пламени 2см^2.

11.6. Определите, какова сила света электрической лампочки, если освещенность точки фасада здания, находящегося на расстоянии 10м от нее 1,2лк, а угол падения лучей 42°.

11.7. Два источника света силой 100кд и 50кд расположены на расстоянии 2,4м друг от друга. Определите, на каком расстоянии от первого источника необходимо поместить непрозрачный экран, чтобы он был одинаково освещен с обеих сторон.

11.8. Белый луч падает на пленку под углом 30° (n = 1,33). Определите, какую наименьшую толщину должна иметь мыльная пленка, чтобы отраженные лучи имели красную окраску (λ = 0,63мкм).

11.9. Для получения колец Ньютона используют плосковыпуклую линзу. Освещая ее монохроматическим светом с длиной волны 0,6мкм, установили, что расстояние между пятым и шестым светлым кольцом в отраженном свете равно 0,56мкм. Определите радиус кривизны линзы.

11.10. На пленку глицерина (n = 1,47) толщиной 0,1мкм падает белый свет. Определите длину волны в отраженном свете, если угол падения лучей 45°.

11.11. Определите длину отрезка на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме, сколько их укладывается на отрезке 5мм в стекле (n = 1,5).

11.12. Два параллельных световых пучка, отстоящих друг от друга на расстоянии на расстоянии 5см, падают на кварцевую призму (n = 1,49) с преломляющим углом 25°. Определите оптическую разность хода этих пучков на выходе их из призмы.

11.13. Определите красную границу фотоэффекта для металла с работой выхода 2эВ.

11.14. Определите наибольшую длину световой волны, при которой может наблюдаться фотоэффект для платины. Работа выхода электронов для платины равна $1{,}008*10^{-18}$Дж.

11.15. Определите максимальную скорость электрона, вылетевшего из цезия при освещении его светом с длиной волны 400мкм. Работа выхода электронов для цезия равна $3{,}04*10^{-19}$Дж.

11.16. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при задерживающем напряжении 3,7В.

11.17. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500нм. Определите минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

11.18. Определите работу выхода электронов из вольфрама, если красная граница фотоэффекта для него 275нм.

11.19. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки ($A_{вых}$ = 6,3эВ) составляет 3,7в. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,3В. Определите работу выхода электронов из этой пластинки.

11.20. Определите до какого потенциала зарядится уединенный серебряный шарик ($A_{вых}$ = 4,7эВ) при облучении его ультрафиолетовым светом длиной волны 208нм.

Тема 12

Предыстория атомной физики. Ядерная физика. Электроны и протоны. Модели атома. Постулаты Бора и модель атома Бора. Строение атомного ядра. Субатомные частицы. Элементы. Изотопы. Явление радиоактивности. Виды радиации. Единицы измерения радиоактивности. Период полураспада. Что вокруг нас радиоактивно? Естественная радиоактивность. Техногенная радиоактивность. Нормы радиоактивности.

12.1. Предыстория атомной физики.

Атомная физика раздел физики, в котором изучают строение и состояние атомов. Атомная физика возникла в конце XIX – начале XX вв. В 10-х гг. XX в. было установлено, что атом состоит из ядра и электронов, связанных электрическими силами. На первом этапе своего развития атомная физика охватывала также вопросы, связанные со строением атомного ядра. В 30-х гг. выяснилось, что природа взаимодействий, имеющих место в атомном ядре, иная, чем во внешней оболочке атома, и в 40-х гг. ядерная физика выделилась в самостоятельную область науки. В 50-х гг. от неё отпочковалась физика элементарных частиц, или физика высоких энергий.

Мысль о существовании атомов как неделимых частиц материи возникла ещё в древности; идеи атомизма впервые были высказаны древнегреческими мыслителями Демокритом и Эпикуром. В XVII в. они были возрождены французским философом П. Гассенди и английским химиком Р. Бойлем.

Атомы не сразу вошли в научный обиход, хотя само слово «атом» появилось еще в сочинениях древнегреческих философов. В переводе с греческого оно означает «неделимый». Философы объясняли окружающий мир доступными средствами, среди которых не было современных приборов, но были наблюдательность и логика. Атомы считались абсолютно неделимыми и неизменными твёрдыми частицами, различные виды которых отличаются друг от друга по размеру и форме. Сочетания атомов в том или ином порядке образуют различные тела, движения атомов обусловливают все явления, происходящие в веществе.

Чисто логическим путем можно прийти к выводу, что дробление вещества не может происходить бесконечно. В конце концов, должна остаться некая мельчайшая и *неделимая* крупинка вещества или атом вещества. Если бы таких неделимых крупинок не оставалось, то любую вещь можно было бы уничтожить до конца. А раз так, то новые вещи (и даже животные, растения) создавались бы из ничего. По мнению древнегреческих философов Левкиппа и Демокрита, это противоречило бы здравому смыслу.

О том, каким образом атомы соединяются в более крупные физические тела, люди того времени не имели представления. Было много и других неясностей, поэтому учение об атомах практически не развивались долгие два тысячелетия. Но постепенно накапливалось все больше и больше фактов, которые, в конце концов, привели к тем представлениям, с которыми вы уже коротко познакомились в первой главе. Строение веществ начали описывать с помощью молекул, составленных из атомов одного или нескольких видов.

Чем отличаются атомы разных видов друг от друга? Почему атомы в этих молекулах соединились именно так, а не иначе? Почему атомы азота и кислорода соединились по два, но атом аргона остается в одиночестве? Можно ли в молекуле углекислого газа соединить тот же набор атомов по-иному? Как атомы «прикрепляются» друг к другу?

Ответы на эти и многие другие вопросы, невозможно получить, не разобравшись в устройстве атома.

Дело в том, что знание внутреннего устройства атома позволяет объяснять и даже предсказывать многочисленные свойства окружающих нас веществ. Конечно, выяснить строение такого необычного, невидимого глазу объекта было чрезвычайно трудно.

В конце XVIII – начале XIX вв. в результате быстрого развития химии была создана основа для количественной разработки атомного учения. Английский учёный Дж. Дальтон впервые (1803) стал рассматривать атом как мельчайшую частицу химического элемента, отличающуюся от атомов других элементов своей массой. По Дальтону, основной характеристикой атома является атомная масса. Химические соединения представляют собой совокупность «составных атомов», содержащих определённые (характерные для данного сложного вещества) числа атомов каждого элемента. Все химические реакции являются лишь перегруппировками атомов в новые сложные частицы. Исходя из этих положений, Дальтон сформулировал свой закон кратных отношений. Исследования итальянских учёных А. Авогадро (1811) и, в особенности, С. Канниццаро (1858) провели чёткую грань между атомом и молекулой. В XIX в. наряду с химическими свойствами атомов были изучены их оптические свойства. Было установлено, что каждый элемент обладает характерным оптическим спектром; был открыт спектральный анализ (немецкие физики Г. Кирхгоф и Р. Бунзен, 1860).

Таким образом, атом предстал как качественно своеобразная частица вещества, характеризуемая строго определёнными физическими и химическими свойствами. Но свойства атома считались извечными и необъяснимыми. Полагали, что число видов атомов (химических элементов) случайно и что между ними не существует никакой связи. Однако постепенно выяснилось, что существуют группы элементов, обладающих одинаковыми химическими свойствами – одинаковой максимальной валентностью, и сходными законами изменения (при переходе от одной группы к другой) физических свойств – температуры плавления, сжимаемости и др. В 1869 Д. И. Менделеев открыл периодическую систему элементов. Он показал, что с увеличением атомной массы элементов их химические и физические свойства периодически повторяются.

Периодическая система доказала существование связи между различными видами атомов. Напрашивался вывод, что атом имеет сложное строение, изменяющееся с атомной массой. Проблема раскрытия структуры атома стала важнейшей в химии и в физике. Важнейшая задача атомной физики – детальное определение всех характеристик состояний атома. Речь идёт об определении возможных значений энергии атома – его уровней энергии, значений моментов количества движения и других величин, характеризующих состояния атома.

12.2. Ядерная физика.

Ядерная физика – раздел физики, посвященный изучению структуры атомного ядра, процессов радиоактивного распада и механизма ядерных реакций. Придавая этому термину более общий смысл, к ядерной физике часто относят также физику элементарных частиц. Иногда разделами ядерной физики продолжают считать направления исследований, ставшие самостоятельными ветвями техники, например ускорительную технику. Исторически ядерная физика возникла ещё до установления факта существования ядра атомного. Возраст ядерной физики можно исчислять со времени открытия радиоактивности.

Ядерная физика изучает структуру и свойства атомных ядер. Она исследует также взаимопревращения атомных ядер, происходящие в результате, как радиоактивных распадов, так и различных ядерных реакций. К ядерной физике тесно примыкает физика элементарных частиц, физика и техника ускорителей заряженных частиц, ядерная энергетика.

Прикладное значение ядерной физики в жизни современного общества огромно, её практические приложения фантастически разнообразны – от ядерного оружия и ядерной энергетики до диагностики и терапии в медицине. Вместе с тем (и это является специфической особенностью ядерной физики) она остаётся той фундаментальной наукой, от прогресса которой можно ожидать выяснения глубоких свойств строения материи и открытия новых общих законов природы.

12.3. Электроны и протоны. Модели атома.

Атомы состоят из еще более мелких частиц, которые были открыты в разное время разными исследователями. Самой первой из таких частиц оказался *электрон*, несущий единичный электрический заряд. Электрон получил свое нынешнее название только в самом конце прошлого века, а до этого физики только предполагали, что существует некий «атом электричества», с помощью которого по проводам передается электрический ток.

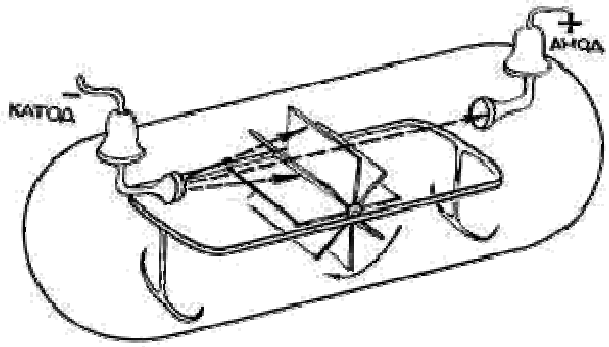


Рис. 12.1.

В 1853 году французский исследователь А.Массон решил попробовать пропускать электрические разряды (искры) через стеклянную трубку, из которой откачан воздух. Впоследствии с помощью этого несложного устройства англичанин Вильям Крукс провел множество опытов, и с тех пор такие трубки называют круксовыми (прямой потомок круксовой трубки – всем известный телевизор).

Этот опыт позволял предположить, что катодные лучи больше похожи не на обычный свет, а на поток микроскопических частиц, имеющих массу.

Что же удалось выяснить с помощью круксовых трубок? Они служили источником необычных лучей, которые распространялись отрицательно заряженным электродом – катодом. Эти лучи получили название катодных. Описывая катодные лучи, Крукс отмечал такие их свойства:

- ✓ они вызывают свечение некоторых веществ, нанесенных на внутреннюю поверхность трубки;
- ✓ они обладают кинетической энергией и способны передавать механическое движение вертушке с лопастями (рис.12.1);
- ✓ они отклоняются магнитным полем;
- ✓ они отрицательно заряжены, потому что движутся по направлению к положительному полюсу трубки.

В 1897 году английский физик Дж. Дж. Томсон сконструировал похожую трубку, с помощью которой можно было измерять отклонение катодных лучей в электрическом поле (рис.12.2).

Напряжение, подаваемое на пластины 4 и 5, между которыми проходили катодные лучи, можно было уменьшать или увеличивать. Чем выше было напряжение на пластинах 4 и 5, тем сильнее отклонялся от прямолинейной траектории поток катодных лучей.

Впоследствии этот эксперимент помог установить массу и заряд частиц, из которых состоят катодные лучи: ведь чем меньше масса и чем больше заряд частицы, тем легче отклонить ее от прямолинейной траектории с помощью электрического поля. Правда, для этого потребовались дополнительные эксперименты, но в 1909 году цель была достигнута. Электрический заряд таинственных «катодных» частиц, выраженный в кулонах, оказался величиной чрезвычайно малой, поэтому для удобства физики и химики чаще пользуются другой шкалой, в которой величина этого «элементарного» заряда принята за единицу.

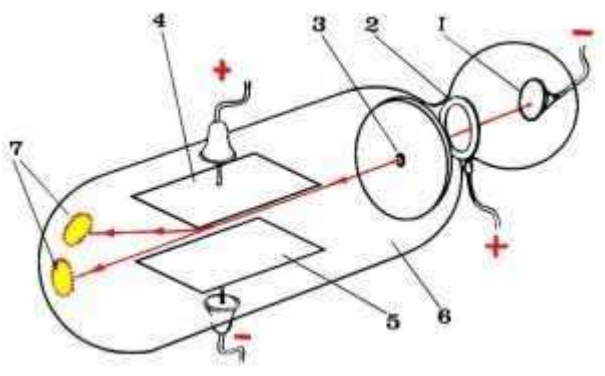


Рис. 12.2.

Описанные Томсоном отрицательно заряженные частицы, несущие наименьший электрический заряд, получили название электронов.

Позже в аналогичном приборе удалось наблюдать поток положительно заряженных частиц, которые стали называть протонами. Масса протона оказалась почти в 2000 раз больше массы электрона, а его заряд, как выяснилось, равен заряду электрона, но со знаком «плюс».

Таким образом, в распоряжении физиков появились первые «строительные детали», с помощью которых уже можно было попытаться построить те или иные модели атомов.

Томсон предположил, что атомы состоят из положительно заряженной сферы, в которую вкраплены электроны (рис. 12.3,а). Эта модель атома получила среди ученых прозвище «сливовый пудинг», хотя не менее похожа и на булочку с изюмом (где «изюминки» – это электроны), или на «арбуз» с «семечками» – электронами.

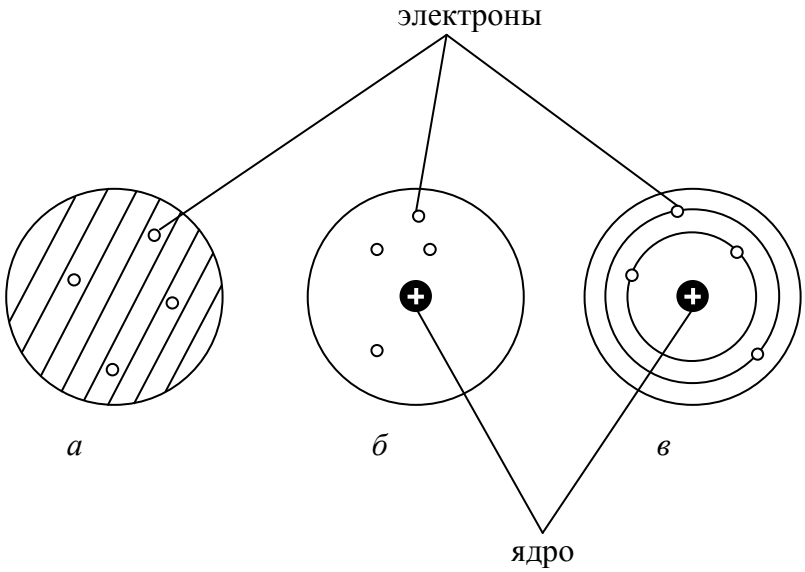


Рис. 12.3.

Они удерживаются в атоме благодаря тому, что силы притяжения их распределённым положительным зарядом уравновешиваются силами их взаимного отталкивания. Томсоновская модель давала известное объяснение возможности испускания, рассеяния и поглощения света атомом. При смещении электронов из положения равновесия возникает «упругая» сила, стремящаяся восстановить равновесие; эта сила пропорциональна смещению электрона из равновесного положения и, следовательно, дипольному моменту атома. Под действием электрических сил падающей электромагнитной волны электроны в атоме колеблются с той же частотой, что и электрическая напряжённость в световой волне; колеблющиеся электроны, в свою очередь, испускают свет той же частоты. Так происходит рассеяние электромагнитных

волн атомами вещества. По степени ослабления светового пучка в толще вещества можно узнать общее число рассеивающих электронов, а зная число атомов в единице объёма, можно определить число электронов в каждом атоме. Модель атома Томсона оказалась неудовлетворительной. На её основе не удалось объяснить совершенно неожиданный результат опытов английского физика Э. Резерфорда и его сотрудников Х. Гейгера и Э. Марсдена по рассеянию α-частиц атомами.

В 1909-1910 гг. в лаборатории английского физика Эрнста Резерфорда были проведены исследования по рассеянию α-частиц тонким слоем вещества. В то время уже была открыта радиоактивность, о которой в наше время знают даже школьники начальных классов. Радиоактивные вещества способны испускать не только лучи высокой энергии, но и частицы высокой энергии, которые способны проникать сквозь многие предметы. Такие частицы называются альфа-частицами. Схема опыта изображена на рис.12.4.

Рис. 12.4.

α-частицы – это ядра атома гелия. Они испускаются кусочком радиоактивного вещества – радия. Свинцовая оболочка с узким отверстием позволяет сформировать узкий пучок α-частиц. Скорости α-частиц порядка 10^7 м/с, они имеют положительный заряд, равный двум элементарным, и их масса более чем в семь тысяч раз превышает массу электрона. Сотрудники Резерфорда Э. Марсден и Х. Гейгер в 1909 г. обнаружили, что очень небольшая часть α-частиц (примерно 1/8000) рассеивается на угол $\theta > \pi/2$, т.е. назад. Осмысливание этого факта привело в 1911 г. Э. Резерфорда к планетарной модели атома. Согласно этой модели в центре атома находятся очень маленькое ядро ($r_я \sim 10^{-15}$ м), в ядре сосредоточена почти вся масса атома. Заряд ядра положительный (оно-то и отталкивает летящие на него α-частицы). Отрицательно заряженные электроны движутся вокруг ядра подобно планетам солнечной системы. Расстояния, на которых находятся самые удаленные от ядра электронные орбиты, определяют размер атома. Этот размер имеет порядок 10^{-10} м, т.е. весь атом больше своего ядра примерно в 100000 раз!

Этот результат нельзя было объяснить на основе модели Томсона, т.к. электрическое поле в «сплошном» атоме недостаточно сильно, чтобы отклонить быструю и массивную α-частицу на большой угол. Чтобы объяснить результаты опытов по рассеянию α-частиц, Резерфорд предложил принципиально новую модель атома, напоминающую по строению Солнечную систему и получившую название планетарной. Она имеет следующий вид. В центре атома находится положительно заряженное ядро, размеры которого (~10^{-12} см) очень малы по сравнению с размерами атома (~10^{-8} см), а масса почти равна массе атома. Вокруг ядра движутся электроны, подобно планетам вокруг Солнца; число электронов в незаряженном (нейтральном) атоме таково, что их суммарный отрицательный заряд компенсирует (нейтрализует) положительный заряд ядра. Электроны должны двигаться вокруг ядра, в противном случае они упали бы на него

под действием сил притяжения. Различие между атомом и планетной системой состоит в том, что в последней действуют силы тяготения, а в атоме – электрические (кулоновские) силы. Вблизи ядра, которое можно рассматривать как точечный положительный заряд, существует очень сильное электрическое поле. Поэтому, пролетая вблизи ядра, положительно заряженные α-частицы (ядра гелия) испытывают сильное отклонение. В дальнейшем было выяснено (Г. Мозли), что заряд ядра возрастает от одного химического элемента к другому на элементарную единицу заряда, равную заряду электрона (но с положительным знаком). Численно заряд ядра атома, выраженный в единицах элементарного заряда e, равен порядковому номеру соответствующего элемента в периодической системе.

Однако планетарная модель атома натолкнулась на принципиальные трудности. Согласно классической электродинамике, заряженная частица, движущаяся с ускорением, непрерывно излучает электромагнитную энергию. Поэтому электроны, двигаясь вокруг ядра, т. е. ускоренно, должны были бы непрерывно терять энергию на излучение. Но при этом они за ничтожную долю секунды потеряли бы всю свою кинетическую энергию и упали бы на ядро.

Другая трудность, связанная также с излучением, состояла в следующем: если принять (в соответствии с классической электродинамикой), что частота излучаемого электроном света равна частоте колебаний электрона в атоме (т. е. числу оборотов, совершаемых им по своей орбите в одну секунду) или имеет кратное ей значение, то излучаемый свет по мере приближения электрона к ядру должен был бы непрерывно изменять свою частоту, и спектр излучаемого им света должен быть сплошным.

Но это противоречит опыту. Атом излучает световые волны вполне определённых частот, типичных для данного химического элемента, и характеризуется спектром, состоящим из отдельных спектральных линий – линейчатым спектром. В линейчатых спектрах элементов был экспериментально установлен ряд закономерностей, первая из которых была открыта швейцарским учёным И. Бальмером (1885) в спектре водорода.

Атом в модели Резерфорда оказался неустойчивым. Как мы знаем, ускоренно движущаяся заряженная частица излучает электромагнитные волны. Криволинейное движение, даже при постоянной по модулю скорости, является ускоренным, следовательно, в планетарной модели электроны будут терять свою энергию. Как показывают расчеты, за время порядка 10^{-8} с электроны упадут на ядро. Но весь наш опыт неопровержимо и весомо свидетельствует о стабильности атомов!

Противоречия модели Резерфорда оказалось возможным разрешить, лишь отказавшись от ряда привычных представлений классической физики. Важнейший шаг в построении теории атома был сделан датским физиком Н. Бором (1913).

12.4. Постулаты Бора и модель атома Бора.

Таким образом, в рамках модели атома Резерфорда не могли быть объяснены устойчивость атома по отношению к излучению и линейчатые спектры его излучения. На её основе не могли быть объяснены и законы теплового излучения, и законы фотоэлектрических явлений, которые возникают при взаимодействии излучения с веществом. Эти законы оказалось возможным объяснить, исходя из совершенно новых – квантовых – представлений, впервые введённых немецким физиком М. Планком (1900).

Немецкий физик Макс Планк 14 декабря 1900 г. выступил на заседании Германского физического общества с докладом, в котором он сообщил о полученной им формуле распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Полученная им теоретическая зависимость хорошо описывала экспериментальные результаты.

14 декабря 1900 г. считают датой рождения квантовой физики.

При выводе закона распределения энергии в спектре теплового излучения – излучения нагретых тел – Планк предположил, что процессы излучения и поглощения

нагретым телом электромагнитной энергии, происходят не непрерывно, как это принимала классическая физика, а конечными порциями – квантами.

Квант – это минимальная порция энергии, излучаемой или поглощаемой телом.

При выводе своей формулы М. Планк сделал одно из важнейших физических открытий: он нашел новую универсальную постоянную, названную впоследствии *постоянной Планка*. Ее обозначают буквой h, в системе СИ постоянная Планка имеет следующее значение:

$$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

размерность постоянной Планка – джоуль, умноженный на секунду, носит название «действие», поэтому постоянную Планка называют также «*квант действия*».

С квантом действия Планк связал понятие «квант энергии», это наименьшая порция энергии, которую нагретое тело может либо излучить, либо поглотить.

По теории Планка, атомы вещества испускают электромагнитную энергию (свет) в виде отдельных порций – квантов света, энергия которых прямо пропорциональна ν (частоте излучения):

$$\varepsilon = h\nu, \tag{12.1}$$

здесь ν – частота колебаний электромагнитной волны, излучаемой телом.

Если вместо ν использовать круговую частоту $\omega = 2\pi\nu$, то энергия кванта $\varepsilon = h\omega/2\pi$. Величину

$$\frac{h}{2\pi} \equiv \hbar, \ \hbar = 1{,}05458 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}, \tag{12.2}$$

также называют постоянной Планка.

Тогда энергия кванта

$$\varepsilon = \hbar\omega. \tag{12.3}$$

На основе гипотезы о прерывистом характере процессов излучения и поглощения телами электромагнитного излучения Планк получил формулу для спектральной светимости абсолютно черного тела. Формулу Планка удобно записывать в форме, выражающей распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела по частотам ν, а не по длинам волн λ.

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \tag{12.4}$$

Здесь c – скорость света, h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Формула Планка хорошо описывает спектральное распределение излучения черного тела при любых частотах. Она прекрасно согласуется с экспериментальными данными. Из формулы Планка можно вывести законы Стефана-Больцмана и Вина. При $h\nu << kT$ формула Планка переходит в формулу Релея-Джинса.

Решение проблемы излучения черного тела ознаменовало начало новой эры в физике. Нелегко было примириться с отказом от классических представлений, и сам Планк, совершив великое открытие, в течение нескольких лет безуспешно пытался понять квантование энергии с позиции классической физики.

Альберт Эйнштейн, используя и развивая введенное М. Планком понятие о квантах энергии, ввел понятие «квант света», или *фотон* (от греческого *photos* – свет). Согласно Эйнштейну, энергия, излученная в виде кванта электромагнитной волны, не распределяется непрерывно во всевозрастающем объеме пространства, а движется в виде локализованного в малой области фотона, обладающего энергией $E = h\nu$.

Эта гипотеза позволила Эйнштейну объяснить явление фотоэффекта.

В 1905 А. Эйнштейн дал квантовое объяснение фотоэлектрических явлений, согласно которому энергия кванта $h\nu$ идёт на вырывание электрона из металла – работа выхода A – и на сообщение ему кинетической энергии $T_{\text{кин}}$:

$$h\nu = A + T_{\text{кин}}. \qquad (12.5)$$

При этом Эйнштейн ввёл понятие о квантах света как особого рода частицах; эти частицы впоследствии получили название фотонов.

Проблемой теоретического описания атома заинтересовался датский физик Нильс Бор. Он в 1912 г. приезжает к Резерфорду и подробно знакомится с результатами его работ. В 1913 г. Н. Бор публикует работу «О строении атомов и молекул».

В этой работе Бор взял за основу модель атома Резерфорда и дополнил ее квантовыми представлениями, введенными М. Планком и развитыми А. Эйнштейном. Основу квантовой теории атома Бора составляют два его постулата, дополненные условием стационарности состояния атома. Эти два постулата мы приведем в последующих лекциях.

Развитая Бором на основе этих постулатов теория атома водорода позволила рассчитать спектр излучения этого атома. Результаты расчетов оказались в замечательном соответствии с имевшимися экспериментальными данными.

В основу квантовой теории атома Бор положил два постулата, характеризующих те свойства атома, которые не укладывались в рамки классической физики. Эти постулаты Бора могут быть сформулированы следующим образом:

1. Существование стационарных состояний

Атом не излучает и является устойчивым лишь в некоторых стационарных (неизменных во времени) состояниях, соответствующих дискретному (прерывному) ряду «дозволенных» значений энергии E_1, E_2, E_3, E_4,... Любое изменение энергии связано с квантовым (скачкообразным) переходом из одного стационарного состояния в другое.

2. Условие частот излучения (квантовых переходов с излучением)

При переходе из одного стационарного состояния с энергией E_i в другое с энергией E_k атом испускает или поглощает свет определённой частоты ν в виде кванта излучения (фотона) $h\nu$, согласно соотношению $h\nu = E_i - E_k$. При испускании атом переходит из состояния с большей энергией E_i в состояние с меньшей энергией E_k, при поглощении, наоборот, из состояния с меньшей энергией E_k в состояние с большей энергией E_i.

При испускании или поглощении света изменяется энергия атома, это изменение равно энергии испущенного или поглощённого фотона, т.е. имеет место закон сохранения энергии. Линейчатый спектр атома является результатом дискретности возможных значений его энергии.

Для определения дозволенных значений энергии атома – квантования его энергии – и для нахождения характеристик соответствующих стационарных состояний Бор применил классическую (ньютоновскую) механику. «Если мы желаем вообще составить наглядное представление о стационарных состояниях, у нас нет других средств, по крайней мере, сейчас, кроме обычной механики», – писал Бор. Для простейшего атома – атома водорода, состоящего из ядра с зарядом $+e$ (*протона*) и электрона с зарядом $-e$, Бор рассмотрел движение электрона вокруг ядра по круговым орбитам. Сравнивая энергию атома E со спектральными термами $T_n = R/n^2$ для атома водорода, найденными

с большой точностью из частот его спектральных линий, он получил возможные значения энергии атома:

$$E_n = -hT_n = -hR/n^2 \text{ (где } n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots). \qquad (12.6)$$

Они соответствуют круговым орбитам радиуса $a_n = a_0 n^2$, где $a_0 = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ см – боровский радиус – радиус наименьшей круговой орбиты (при $n = 1$). Бор вычислил частоты обращения ν электрона вокруг ядра по круговым орбитам в зависимости от энергии электрона. Оказалось, что частоты излучаемого атомом света не совпадают с частотами обращения ν_n, как этого требует классическая электродинамика, а пропорциональны, согласно соотношению $h\nu = E_i - E_k$, разности энергий электрона на двух возможных орбитах.

Для нахождения связи частоты обращения электрона по орбите и частоты излучения Бор сделал предположение, что результаты квантовой и классической теорий должны совпадать при малых частотах излучения (для больших длин волн; такое совпадение имеет место для теплового излучения, законы которого были выведены Планком). Он приравнял для больших n частоту перехода $\nu = (E_{n+1} - E_n)/h$ частоте обращения ν_n по орбите с данным n и вычислил значение постоянной Ридберга R, которое с большой точностью совпало со значением R, найденным из опыта, что подтвердило боровское предположение. Бору удалось также не только объяснить спектр водорода, но и убедительно показать, что некоторые спектральные линии, которые приписывались водороду, принадлежат гелию. Предположение Бора о том, что результаты квантовой и классической теорий должны совпадать в предельном случае малых частот излучения, представляло первоначальную форму т.н. принципа соответствия. В дальнейшем Бор успешно применил его для нахождения интенсивностей линий спектра. Как показало развитие современной физики, принцип соответствия оказался весьма.

В теории атома Бора квантование энергии, т.е. нахождение её возможных значений, оказалось частным случаем общего метода нахождения «дозволенных» орбит. Согласно квантовой теории, такими орбитами являются только те, для которых момент количества движения электрона в атоме равен целому кратному $h/2p$. Каждой дозволенной орбите соответствует определённое возможное значение энергии атома.

Дальнейшее развитие атомной физики показало справедливость постулатов Бора не только для атомов, но и для других микроскопических систем – для молекул и для атомных ядер. Эти постулаты следует рассматривать как твёрдо установленные опытные квантовые законы. Они составляют ту часть теории Бора, которая не только сохранилась при дальнейшем развитии квантовой теории, но и получила своё обоснование. Иначе обстоит дело с моделью атома Бора, основанной на рассмотрении движения электронов в атоме по законам классической механики при наложении дополнительных условий квантования. Такой подход позволил получить целый ряд важных результатов, но был непоследовательным: квантовые постулаты были присоединены к законам классической механики искусственно. Последовательной теорией явилась созданная в 20-х гг. XX в. квантовая механика. Её создание было подготовлено дальнейшим развитием модельных представлений теории Бора, в ходе которого выяснились её сильные и слабые стороны.

12.5. Строение атомного ядра. Субатомные частицы. Элементы. Изотопы.

Атом состоит из ядра и окружающего его электронного «облака». Находящиеся в электронном облаке электроны несут отрицательный электрический заряд. Протоны, входящие в состав ядра, несут положительный заряд.

В любом атоме число протонов в ядре в точности равно числу электронов в электронном облаке, поэтому атом в целом – нейтральная частица, не несущая заряда.

Атом может потерять один или несколько электронов или наоборот – захватить чужые электроны. В этом случае атом приобретает положительный или отрицательный заряд и называется *ионом*.

Практически вся масса атома сосредоточена в его ядре, так как масса электрона составляет всего лишь 1/1836 часть массы протона. Плотность вещества в ядре фантастически велика – порядка 10^{13} – 10^{14} г/см^3. Спичечный коробок, наполненный веществом такой плотности, весил бы 2,5 миллиарда тонн!

Внешние размеры атома – это размеры гораздо менее плотного электронного облака, которое примерно в 100000 раз больше диаметра ядра.

Кроме протонов, в состав ядра большинства атомов входят нейтроны, не несущие никакого заряда. Масса нейтрона практически не отличается от массы протона.

Электроны, протоны и нейтроны являются главными «строительными деталями» атомов и называются субатомными частицами. Их заряды и массы в кг и в специальных «атомных» единицах массы (а.е.м.) показаны в таблице 12.1.

Таблица 1.

Частица	Заряд	Масса:	
		кг	а.е.м.
Протон	+1	$1{,}67\cdot10^{-27}$	1,00728
Нейтрон	0	$1{,}67\cdot10^{-27}$	1,00867
Электрон	-1	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,000549

Из таблицы 12.1 видно, что массы субатомных частиц чрезвычайно малы. Показатель степени (например, 10^{-27}) показывает, сколько нулей после запятой нужно записать, чтобы получилась десятичная дробь, выражающая массу субатомной частицы в килограммах. Это ничтожнейшая часть килограмма, поэтому массу субатомных частиц удобнее выражать в *атомных единицах массы* (сокращенно – а.е.м.). За атомную единицу массы принята ровно 1/12 часть массы атома углерода, в ядре которого содержится 6 протонов и 6 нейтронов. Схематическое изображение такого «эталонного» атома углерода приведено на рис. 12.5 (б).

Атомы состоят из положительно заряженного ядра и электронного облака.

а) В состав ядра атома водорода входит только 1 протон, а электронное облако заполняется одним электроном.
б) В ядре атома углерода 6 протонов и 6 нейтронов, а в электронном облаке – 6 электронов.
в) Существует также *изотопный* углерод, в ядре которого на 1 *нейтрон* больше. Содержание этого изотопа в природном углероде составляет чуть более 1% (об изотопах см. ниже).

Линейные размеры атомов очень малы: их радиусы составляют от 1 до 2,5 ангстрема (1 ангстрем = 10^{-8} см). Радиус ядра около 10^{-5} ангстрема, то есть 10^{-13} см. Это в 100000 раз меньше размеров электронной оболочки. Поэтому правильно показать относительные пропорции ядер и электронных оболочек на рисунке невозможно. Если бы атом увеличился до размеров Земли, то ядро имело бы всего около 60 м в диаметре и могло бы поместиться на футбольном поле.

Масса атома, выраженная в единицах а.е.м., называется относительной атомной массой. Этот громоздкий (но точный) термин применяется редко, а чаще говорят более коротко: атомная масса или даже атомный вес. Последний термин в практической химии применяется очень давно, поэтому по традиции мы тоже будем его использовать. Атомная единица массы – безразмерная величина (масса какого-либо атома делится на массу атома

углерода), поэтому все три термина («относительная атомная масса», «атомная масса», «атомный вес») в химическом языке равнозначны.

Из курса физики вы помните, что вес физического тела является переменной величиной. Например, на Земле и на Луне одно и то же физическое тело имеет разный вес, но масса тела – величина постоянная. Поэтому термин “относительная атомная масса” считается наиболее строгим. Для многих вычислений удобно массы протона и нейтрона в шкале а.е.м. считать округленно равными единице.

На рис. 12.5 показаны атомы двух разных видов. Может возникнуть вопрос: почему двух, а не трех видов – ведь на рисунке изображены три атома? Дело в том, что атомы (б) и (в) относятся к одному и тому же химическому элементу углероду, в то время как атом (а) – совсем другой элемент (водород). Что же такое химические элементы и чем они отличаются друг от друга?

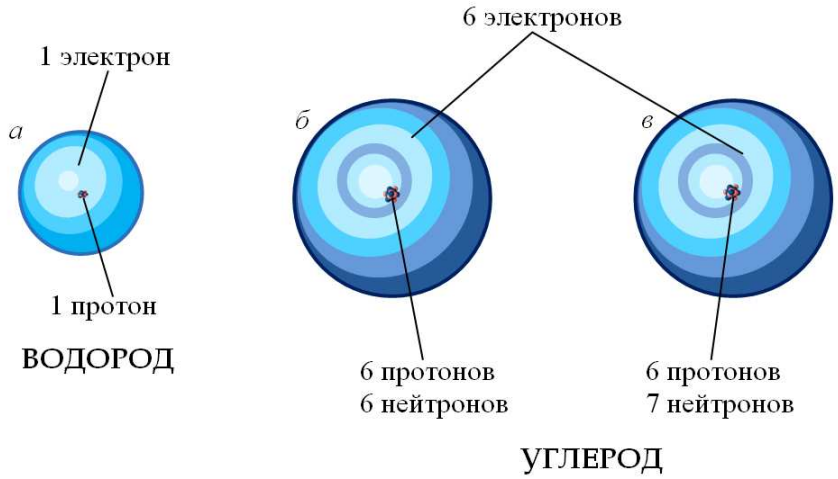


Рис. 12.5.

Водород и углерод отличаются числом протонов в ядре и, следовательно, числом электронов в электронной оболочке. Число протонов в ядре атома называют зарядом ядра атома и обозначают буквой Z. Это очень важная величина. Когда мы перейдем к изучению Периодического закона, то увидим, что число протонов в ядре совпадает с порядковым номером атома в Периодической таблице Д.И.Менделеева.

Как мы уже говорили, заряд ядра (число протонов) совпадает с числом электронов в атоме. Когда атомы сближаются, то в первую очередь они взаимодействуют друг с другом не ядрами, а электронами. Число электронов определяет способность атома образовывать связи с другими атомами, то есть его химические свойства. Поэтому атомы с одинаковым зарядом ядра (и одинаковым числом электронов!) ведут себя в химическом отношении практически одинаково и рассматриваются как атомы одного химического элемента.

Элементом называется вещество, состоящее из атомов с одинаковым зарядом ядра.

На рис.12.5 водород (один протон в ядре) и углерод (шесть протонов в ядре) – это *разные* химические элементы. А вот атомы (б) и (в), у которых по 6 протонов в ядре (хотя и разное количество нейтронов!), принадлежат одному и тому же химическому элементу (углероду).

Слово «элемент» существовало в обиходе химиков задолго до того, как стало что-нибудь известно о строении атома. Средневековые алхимики и ученые-химики до начала XIX века ничего не знали об атомном ядре и, тем более, о протонах и электронах.

Но о существовании элементов естествоиспытатели догадывались давно и затратили немало сил для того, чтобы выяснить – что же считать элементом?

Очень хорошее (и вполне современное!) определение элемента дал еще древнегреческий философ Аристотель (384-322 до н.э.):

«Все окружающее представляет собой элементы либо состоит из элементов... Элемент представляет собой то, на что можно разложить другие тела..., но не может быть разложено само ни на что более простое или отличное от самого себя».

Эта догадка опиралась на здравый смысл и у большинства химиков не вызывала сомнений, но при ответе на вопрос – что же считать элементом – возникало чисто практическое затруднение. Если какое-либо вещество не разлагается на более простые вещества, то не ясно – является ли оно элементом, или мы просто не умеем его разложить? В 1857 году немецкий химик Юстус Либих написал: «Элементы рассматриваются как простые вещества не потому, что мы знаем это, а лишь потому, что не знаем о них противоположного».

Например, долгое время воду считали элементом, и только в 1784 году англичанин Генри Кавендиш показал, что вода состоит из более простых веществ – водорода и кислорода. Водород, кстати, был открыт Г.Кавендишем, но вместо своего нынешнего названия имел гораздо более длинное: «воспламеняемый, горючий воздух из металлов» (дело в том, что водород получали, действуя кислотами на цинк, железо и некоторые другие металлы). Название ВОДО-РОД (т.е. – рождающий воду) просто еще не могло существовать, поскольку никто не догадывался, что этот легкий газ и вода имеют друг к другу близкое отношение.

Однажды другой английский исследователь – Джозеф Пристли – в присутствии Кавендиша провел простой, хотя и небезопасный опыт – взорвал смесь водорода с кислородом. Пристли (он является первооткрывателем кислорода) впоследствии вспоминал об этом, как о «случайном эксперименте для развлечения нескольких философствующих друзей». Наблюдательный Кавендиш повторил этот опыт, но, уже не взрывая, а *сжигая* водород в кислороде. Ему удалось довольно точно измерить объем взаимодействующих газов (объем водорода в этом опыте относился к объему кислорода как 2:1) и показать, что вода является продуктом реакции между этими двумя газами. Отсюда следовало, что вода – не элемент, а химическое соединение водорода и кислорода.

Более практическое определение элементу дал английский физик и химик Роберт Бойль:

Элемент – это вещество, которое при химическом превращении всегда увеличивает свой вес.

Например, при ржавлении куска железа его вес всегда увеличивается. Ржавление – это химическая реакция железа с водой и кислородом воздуха, поэтому в массу ржавого железа включается и масса прореагировавших с ним веществ. Химикам были известны и другие реакции, в которых железо увеличивало вес, но не существовало ни одной реакции, в которой железо разлагалось бы на более легкие продукты. Из этого заключалось, что железо, вероятно, является элементом.

Можно представить себе те трудности, с которыми сталкивались естествоиспытатели до появления теории строения атома. Тем не менее, еще до XIX века были правильно установлены многие элементы: углерод, сера, медь, золото, серебро, железо, свинец, олово, ртуть, цинк, мышьяк, сурьма, висмут, платина, фосфор, кобальт, никель, водород, кислород, азот, марганец.

Ядро атома каждого химического элемента имеет следующее обозначение: ${}^{Z}_{A}X$.

Здесь X – символ элемента, Z и A – зарядовое и массовое числа ядра элемента.

Зарядовое число принято измерять количеством входящих в него протонов; оно равно порядковому номеру данного элемента в таблице Менделеева. Массовое число ядра равно количеству входящих в него нуклонов: $A = Z + N$.

Здесь A – массовое число атома (сумма протонов и нейтронов), Z – заряд ядра (число протонов в ядре), N – число нейтронов в ядре.

Природа устроена так, что один и тот же элемент может существовать в виде двух или нескольких *изотопов*. Изотопы отличаются друг от друга только числом нейтронов в

ядре (числом N). Поскольку нейтроны практически не влияют на химические свойства элементов, все изотопы одного и того же элемента химически неотличимы. На рис. 12.5 (б) показан изотоп углерода с массовым числом 12 (6 протонов + 6 нейтронов = 12), а на рис. 12.5 (в) – изотоп углерода с массовым числом 13 (6 протонов + 7 нейтронов = 13).

Изотопами называются вещества, состоящие из атомов с одинаковым зарядом ядра (то есть с одинаковым числом протонов), но с разным числом нейтронов в ядре. Изотопы отличаются друг от друга только массовым числом. Все элементы состоят из одного или нескольких изотопов.

Например, алмаз состоит из элемента углерода. Если бы удалось изготовить два совершенно одинаковых искусственных алмаза из углерода с массовым числом 12 и углерода с массовым числом 13, то оба кристалла в химическом отношении были бы одним и тем же элементом углеродом (заряд ядра + 6), но масса кристаллов была бы немного разной. Правда, стоимость алмазов из чистого углерода-12 и чистого углерода-13 была бы во много раз выше, чем у обычных. Дело в том, что разделять изотопы чрезвычайно трудно из-за того, что их химические и физические свойства очень близки.

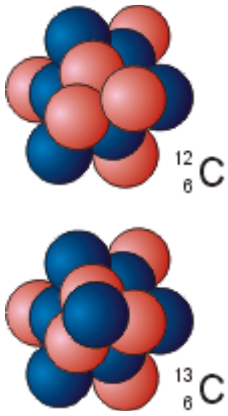


Рис. 12.6.

Итак, для определения массовых чисел ядер можно воспользоваться следующим правилом: массовое число ядра, как правило, совпадает с округленным значением атомной массы элемента, приведенной в таблице Менделеева.

Вещества, в состав молекул которых входят разные изотопы одного и того же элемента, обладают различными физическими свойствами. Например, вода, образованная изотопом водорода (дейтерий Н-2), имеет плотность 1100 кг/м^3 и поэтому называется тяжелой водой. Другие ее физические свойства также отличаются от обычной воды.

В таблице Менделеева более 100 химических элементов. Почти каждый из них представлен смесью стабильных и радиоактивных атомов, которые называют *изотопами* данного элемента. Известно около 2000 изотопов, из которых около 300 – стабильные.

Например, у первого элемента таблицы Менделеева – водорода – существуют следующие изотопы:

- ✓ водород Н-1 (стабильный),
- ✓ дейтерий Н-2 (стабильный),
- ✓ тритий Н-3 (радиоактивный, период полураспада 12 лет).

Радиоактивные изотопы обычно называют *радионуклидами*.

Лишь немногие изотопы неустойчивы и поэтому постепенно распадаются с излучением субатомных частиц и электромагнитных волн. Это явление называется радиоактивностью, о которой мы уже упоминали в этой главе. Вопреки распространенному мнению термин изотоп совсем не обязательно связан с радиоактивностью – большинство изотопов устойчиво и мы просто не замечаем их присутствие в том или ином элементе, поскольку не различаем их химические и

физические свойства. Таковы изотопы железа, меди, хлора, кальция и многих других элементов, с которыми мы познакомимся немного позже.

12.6. Явление радиоактивности.

В 1896 году произошло открытие, которое стало родоначальником новых разделов науки: атомной физики и радиохимии. Французский ученый А.Беккерель случайно обнаружил, что любые минералы, в состав которых входят соединения урана, испускают некоторое неизвестное науке излучение. Его назвали радиоактивным. Оно было способно вызывать почернение фотопластинок, даже если они завернуты в черную светонепроницаемую бумагу.

Сам по себе этот факт не был удивительным. Еще год назад были открыты рентгеновские лучи, которые тоже обладали свойством «засвечивать» фотопленку через светонепроницаемую бумагу. Так чем же тогда примечательно открытие Беккереля? Выяснилось, что излучение соединений урана, как и рентгеновское излучение, способно ионизировать воздух. Например, заряженный электроскоп постепенно теряет свой заряд как вблизи рентгеновской трубки, так и вблизи урансодержащего минерала. Но для возникновения рентгеновских лучей требуются мощные источники энергии, а соединения урана испускают свое излучение годами безо всяких внешних источников энергии! Это-то и было удивительным.

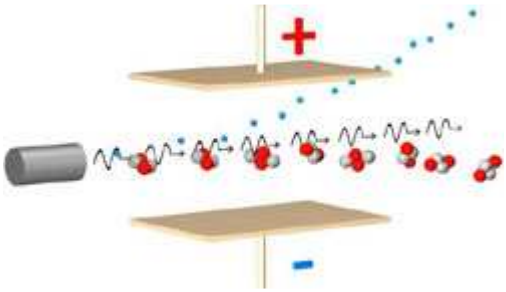


Рис. 12.7.

В 1899 г. Э.Резерфорд, исследуя поведение радиоактивного излучения в электрическом поле, обнаружил, что оно состоит из двух компонент. Первая из них незначительно отклоняется в сторону отрицательно заряженной пластины, а другая сильно отклоняется к положительно заряженной пластине. Эти компоненты он назвал α-лучами и β-лучами. Через год П.Виллард установил, что в состав радиоактивного излучения входит ещё и третья компонента: γ-лучи, которые не отклоняются ни магнитным, ни электрическим полем.

В начале XX века к исследованию явления радиоактивности присоединилось множество ученых. И общими усилиями было выяснено, что интенсивность радиоактивного излучения урансодержащих минералов не зависит ни от температуры, ни от давления, ни от агрегатного состояния минерала. Интенсивность этого излучения зависит лишь от количества атомов урана в изучаемом минерале.

Рис. 12.8.

Вскоре французские ученые супруги Пьер и Мария Кюри устанавливают, что соединения тория тоже радиоактивны. Через некоторое время они открывают еще два новых радиоактивных элемента – полоний и радий. Тем самым они «заполняют» две прежде пустовавшие клетки таблицы Менделеева.

Явление радиоактивности постоянно находилось под пристальным вниманием физиков, поэтому новые открытия не заставили себя ждать. Резерфорд, изучая радиоактивное излучение тория, обнаружил явление, которое назвали эманацией. Выяснилось, что торий испускает не только радиоактивное излучение. В сосуде с торием постепенно образовывался гелий. Это говорило о том, что происходит превращение атомов одних химических элементов в другие.

Итак, явление радиоактивности и его частный случай, явление эманации, однозначно свидетельствовали о том, что атомы имеют сложный состав и способны превращаться друг в друга. Исследование этого вопроса предопределило направление работы многих физиков мира почти на полвека.

12.7. Виды радиации.

Различают несколько видов радиации.

Альфа-частицы – относительно тяжелые, положительно заряженные частицы, представляющие собой ядра гелия.

Бета-частицы – это просто электроны.

Гамма-излучение имеет ту же электромагнитную природу, что и видимый свет, однако обладает гораздо большей проникающей способностью.

Нейтроны – электрически нейтральные частицы, возникают главным образом непосредственно вблизи работающего атомного реактора, куда доступ, естественно, регламентирован.

Рентгеновское излучение подобно гамма-излучению, но имеет меньшую энергию. Кстати, наше Солнце – один из естественных источников рентгеновского излучения, но земная атмосфера обеспечивает от него надежную защиту.

Ультрафиолетовое излучение и излучение лазеров в нашем рассмотрении не являются радиацией.

Заряженные частицы очень сильно взаимодействуют с веществом, поэтому, с одной стороны, даже одна альфа-частица при попадании в живой организм может уничтожить или повредить очень много клеток, но, с другой стороны, по той же причине, достаточной защитой от альфа- и бета-излучения является любой, даже очень тонкий слой твердого или жидкого вещества – например, обычная одежда (если, конечно, источник излучения находится снаружи).

Следует различать радиоактивность и радиацию.

Источники радиации – радиоактивные вещества или ядерно-технические установки (реакторы, ускорители, рентгеновское оборудование и т.п.) – могут существовать значительное время, а радиация существует лишь до момента своего поглощения в каком-либо веществе.

12.8. Единицы измерения радиоактивности.

Мерой радиоактивности служит *активность*. Измеряется в Беккерелях (Бк), что соответствует 1 распаду в секунду. Содержание активности в веществе часто оценивают на единицу веса вещества (Бк/кг) или объема (Бк/куб.м).

Также встречается еще такая единица активности, как Кюри (Ки). Это – огромная величина: 1 Ки = 37000000000 Бк.

Активность радиоактивного источника характеризует его мощность. Так, в источнике активностью 1 Кюри происходит 37000000000 распадов в секунду. Как было

сказано выше, при этих распадах источник испускает ионизирующее излучения. Мерой ионизационного воздействия этого излучения на вещество является *экспозиционная доза*. Часто измеряется в Рентгенах (Р). Поскольку 1 Рентген – довольно большая величина, на практике удобнее пользоваться миллионной (мкР) или тысячной (мР) долями Рентгена.

Действие распространенных бытовых дозиметров основано на измерении ионизации за определенное время, то есть *мощности экспозиционной дозы*. Единица измерения мощности экспозиционной дозы – микроРентген/час.

Мощность дозы, умноженная на время, называется *дозой*. Мощность дозы и доза соотносятся так же как скорость автомобиля и пройденное этим автомобилем расстояние (путь).

Для оценки воздействия на организм человека используются понятия *эквивалентная доза* и *мощность эквивалентной дозы*. Измеряются, соответственно, в Зивертах (Зв) и Зивертах/час. В быту можно считать, что 1 Зиверт = 100 Рентген. Необходимо указывать на какой орган, часть или все тело пришлась данная доза.

Можно показать, что упомянутый выше точечный источник активностью 1 Кюри (для определенности рассматриваем источник цезий-137) на расстоянии 1 метр от себя создает мощность экспозиционной дозы приблизительно 0,3 Рентгена/час, а на расстоянии 10 метров – приблизительно 0,003 Рентгена/час. Уменьшение мощности дозы с увеличением расстояния от источника происходит всегда и обусловлено законами распространения излучения.

В Рентгенах измеряется доза, а характеристикой источника является его активность. Источник в столько-то Рентген – это то же самое, что мешок картошки весом во столько-то минут.

Поэтому в любом случае речь может идти только о мощности дозы от источника. И не просто мощности дозы, а с указанием того, на каком расстоянии от источника эта мощность дозы измерена.

Далее можно высказать следующие соображения. 10 тысяч рентген/час – достаточно большая величина. С дозиметром в руках ее вряд ли можно измерить, так как при приближении к источнику дозиметр прежде покажет и 100 Рентген/час, и 1000 Рентген/час! Весьма трудно предположить, что дозиметрист продолжит приближаться к источнику. Поскольку дозиметры измеряют мощность дозы в микроРентгенах/час, то можно предполагать, что и в данном случае речь идет о 10 тысяч микроРентген/час = 10 миллиРентген/час = 0,01 Рентгена/час. Подобные источники, хотя и не представляют смертельной опасности, на улице попадаются реже, чем сторублевые купюры, и это может быть темой для информационного сообщения. Тем более что упоминание о "норме 20" можно понимать как *условную верхнюю границу* обычных показаний дозиметра в городе, т.е. 20 микроРентген/час. Кстати, такой нормы нет.

12.9. Период полураспада.

Число радиоактивных ядер одного типа постоянно уменьшается во времени благодаря их распаду. Скорость распада принято характеризовать *периодом полураспада*: это время, за которое число радиоактивных ядер определенного типа уменьшится в 2 раза.

Для радионуклида с периодом полураспада 1 час это означает, что через 1 час его количество станет меньше первоначального в 2 раза, через 2 часа – в 4, через 3 часа – в 8 раз и т.д., но полностью не исчезнет никогда. В такой же пропорции будет, уменьшается и радиация, излучаемая этим веществом. Поэтому можно прогнозировать радиационную обстановку на будущее, если знать, какие и в каком количестве радиоактивные вещества создают радиацию в данном месте в данный момент времени.

У каждого радионуклида – свой период полураспада, он может составлять как доли секунды, так и миллиарды лет. Важно, что период полураспада данного радионуклида постоянен, и изменить его невозможно. Образующиеся при радиоактивном распаде ядра, в свою очередь, также могут быть радиоактивными. Так, например, радиоактивный радон-222 обязан своим происхождением радиоактивному урану-238.

Иногда встречаются утверждения, что радиоактивные отходы в хранилищах полностью распадутся за 300 лет. Это не так. Просто это время составит примерно 10 периодов полураспада цезия-137, одного из самых распространенных техногенных радионуклидов, и за 300 лет его радиоактивность в отходах снизится почти в 1000 раз, но, к сожалению, не исчезнет.

12.10. Что вокруг нас радиоактивно?

Воздействие на человека тех или иных источников радиации поможет оценить следующая диаграмма.

Рис. 12.9.

По происхождению радиоактивность делят на *естественную* (природную) и *техногенную*.

12.11. Естественная радиоактивность.

Естественная радиоактивность существует миллиарды лет, она присутствует буквально повсюду. Ионизирующие излучения существовали на Земле задолго до зарождения на ней жизни и присутствовали в космосе до возникновения самой Земли. Радиоактивные материалы вошли в состав Земли с самого ее рождения. Любой человек слегка радиоактивен: в тканях человеческого тела одним из главных источников природной радиации являются калий-40 и рубидий-87, причем не существует способа от них избавиться.

Учтем, что современный человек до 80% времени проводит в помещениях – дома или на работе, где и получает основную дозу радиации: хотя здания защищают от излучений извне, в стройматериалах, из которых они построены, содержится природная радиоактивность. Существенный вклад в облучение человека вносит радон и продукты его распада.

Основным источником этого радиоактивного инертного газа является земная кора. Проникая через трещины и щели в фундаменте, полу и стенах, радон задерживается в помещениях. Другой источник радона в помещении – это сами строительные материалы (бетон, кирпич и т.д.), содержащие естественные радионуклиды, которые являются источником радона. Радон может поступать в дома также с водой (особенно если она подается из артезианских скважин), при сжигании природного газа и т.д. Радон в 7,5 раз тяжелее воздуха. Как следствие, концентрация радона в верхних этажах многоэтажных домов обычно ниже, чем на первом этаже. Основную часть дозы облучения от радона человек получает, находясь в закрытом, непроветриваемом помещении; регулярное проветривание может снизить концентрацию радона в несколько раз.

При длительном поступлении радона и его продуктов в организм человека многократно возрастает риск возникновения рака легких.

Сравнить мощность излучения различных источников радона поможет следующая диаграмма.

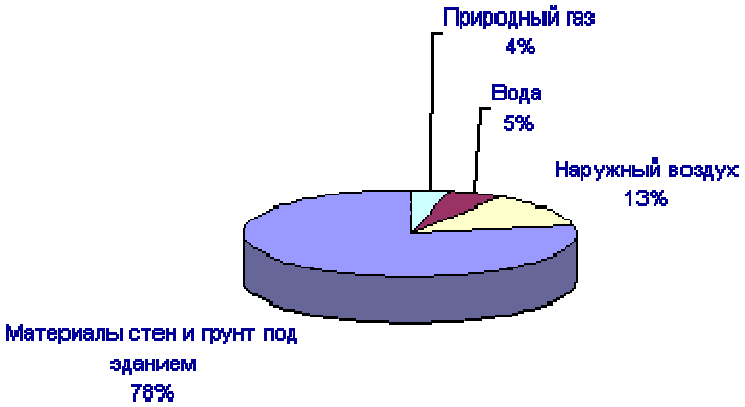


Рис. 12.10.

12.12. Техногенная радиоактивность.

Техногенная радиоактивность возникает вследствие человеческой деятельности. Осознанная хозяйственная деятельность, в процессе которой происходит перераспределение и концентрирование естественных радионуклидов, приводит к заметным изменениям естественного радиационного фона. Сюда относится добыча и сжигание каменного угля, нефти, газа, других горючих ископаемых, использование фосфатных удобрений, добыча и переработка руд.

Так, например, исследования нефтепромыслов на территории России показывают значительное превышение допустимых норм радиоактивности, повышение уровней радиации в районе скважин, вызванное отложением на оборудовании и прилегающем грунте солей радия-226, тория-232 и калия-40. Особенно загрязнены действующие и отработавшие трубы, которые нередко приходится классифицировать как радиоактивные отходы.

Такой вид транспорта, как гражданская авиация, подвергает своих пассажиров повышенному воздействию космического излучения.

И, конечно, свой вклад дают испытания ядерного оружия, предприятия атомной энергетики и промышленности.

Безусловно, возможно и случайное (неконтролируемое) распространение радиоактивных источников: аварии, потери, хищения, распыление и т.п. Такие ситуации, к счастью, очень редки. Кроме того, их опасность не следует преувеличивать.

Для сравнения, вклад Чернобыля в суммарную коллективную дозу радиации, которую получат россияне и украинцы, проживающие на загрязненных территориях, в предстоящие 50 лет составит всего 2%, тогда как 60% дозы будут определяться естественной радиоактивностью.

12.13. Нормы радиоактивности.

В отношении радиоактивности существует очень много норм – нормируется буквально все. Во всех случаях проводится различие между *населением* и *персоналом*, т.е. лицами, чья работа связана с радиоактивностью (работники АЭС, ядерной промышленности и т.п.). Вне своего производства персонал относится к населению. Для персонала и производственных помещений устанавливаются свои нормы. Далее будем говорить только о нормах для населения – той их части, которая прямо связана с обычной жизнедеятельностью, опираясь на «Нормы радиационной безопасности (НРБ-99). Санитарные правила СП 2.6.1.1292-03».

Основная задача радиационного контроля (измерений радиации или радиоактивности) состоит в определении соответствия радиационных параметров исследуемого объекта (мощность дозы в помещении, содержание радионуклидов в строительных материалах и т.д.) установленным нормам.

Для вдыхаемого воздуха, воды и продуктов питания нормируется содержание как техногенных, так и естественных радиоактивных веществ. В дополнение к НРБ-99 применяются «Гигиенические требования к качеству и безопасности продовольственного сырья и пищевых продуктов (СанПиН 2.3.2.560-96)».

Нормируется содержание радиоактивных веществ из семейств урана и тория, а также калий-40 (в соответствии с НРБ-99).

Удельная эффективная активность $\left(A_{эфф}\right)$ естественных радионуклидов в строительных материалах, используемых для вновь стоящихся жилых и общественных зданий (1 класс),

$A_{эфф} = A_{Ra} + 1{,}31A_{Th} + 0{,}085A_{к}$ не должна превышать 370 Бк/кг,

где A_{Ra} и A_{Th} – удельные активности радия-226 и тория-232, находящиеся в равновесии с остальными членами уранового и ториевого семейств, $A_{к}$ – удельная активность К-40 (Бк/кг).

Также применяются ГОСТ 30108-94 «Материалы и изделия строительные. Определение удельной эффективной активности естественных радионуклидов» и ГОСТ Р 50801-95 «Древесное сырье, лесоматериалы, полуфабрикаты и изделия из древесины и древесных материалов. Допустимая удельная активность радионуклидов, отбор проб и методы измерения удельной активности радионуклидов».

Отметим, что согласно ГОСТ 30108-94 за результат определения удельной эффективной активности в контролируемом материале и установления класса материала принимается значение $A_{эфф\,м}$: $A_{эфф\,м} = A_{эфф} + \Delta A_{эфф}$, где $\Delta A_{эфф}$ – погрешность определения $A_{эфф}$.

Нормируется суммарное содержание радона и торона в воздухе помещений: для новых зданий – не более 100 Бк/м^3, для уже эксплуатируемых – не более 200 Бк/м^3.

Для пациентов предельные дозовые значения не устанавливаются, однако выдвигается требование минимально достаточных уровней облучения для получения диагностической информации.

Мощность экспозиционной дозы рентгеновского излучения на расстоянии 5 см от любой точки видеомонитора или персональной ЭВМ не должна превышать 100 мкР/час. Норма содержится в документе «Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы» (СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03).

Задачи к теме 12

Пример решения:

Найти массу фотона красных лучей света (λ =700 нм).

Решение:

Дано:

λ =700 нм	$700\cdot10^{-9}$м
m– ?	

$$E = h\nu; \qquad \nu = \frac{c}{\lambda}; \qquad E = mc^2;$$

$$h\frac{c}{\lambda} = mc^2;$$

$$m = \frac{h}{c\lambda} = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}}{3\cdot10^{8}\times7\cdot10^{-7}} = 3{,}15\cdot10^{-36}\,\text{кг}.$$

$$[m] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{м/с}\cdot\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2\cdot\text{с}}{\text{м/с}\cdot\text{м}} = \text{кг}.$$

Задачи для самостоятельного решения:

12.1. Атом ртути переходит в возбужденное состояние, поглощая энергию электрона, прошедшего разность потенциалов 4,9В. Определите длину волны спектральной линии ртути, излучаемой при переходе возбужденного атома ртути в нормальное состояние.

12.2. Радиус первой Боровской орбиты электрона в атоме водорода равен $0{,}53*10^{-10}$м. Определите линейную и угловую скорость движения электрона по этой орбите.

12.3. Определите частоту и период обращения электрона в атоме водорода для первой и второй орбит.

12.4. В спектре излучения водорода есть линия с частотой $4{,}57*10^{14}$Гц. Определите изменение энергии атомов водорода при излучении света, соответствующего данной спектральной линии.

12.5. Определите длину волны светового кванта с энергией $1{,}6*10^{-18}$Дж и длину волны де Бройля электрона и протона с такой же энергией.

12.6. При одном делении ядра изотопа $_{92}U^{235}$ освобождается $3{,}2*10^{-11}$Дж энергии. Определите, какое количество энергии можно получить при делении 1г урана.

12.7. Определите длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на третьей Боровской орбите.

12.8. определите длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при 290К.

12.9. Определите, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы волна де Бройля для него была равна 1нм.

12.10. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов в 500В, имеет длину волны де Бройля 1,282пм. Определите массу этой частицы, если ее заряд равен заряду электрона.

12.11. Кинетическая энергия электрона равна 1кэВ. Определите длину волны де Бройля.

12.12. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке разностью потенциалов в 1кВ. Неопределенность скорости составляет 0,1% от ее числового значения. Определите неопределенность координаты электрона.

12.13. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5}м, и пылинки массой 10^{-12}кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

12.14. Электрон с кинетической энергией 4эВ локализован в области размером 1мкм. Определите с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность его скорости.

12.15. След пучка электронов на экране электронно-лучевой трубки имеет диаметр 0,5мм. Расстояние от электронной пушки до экрана равно 20см, ускоряющее напряжение 10кВ. Определите с помощью соотношения $\Delta Px*\Delta x \geq \hbar$ неопределенность координаты электрона на экране.

12.16. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно 12нс. Определите минимальную неопределенность длины волны λ = 12мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

12.17. Атом испустил фотон с длиной волны 0,55мкм. Продолжительность излучения 10нс. Определите наименьшую погрешность, с которой может быть измерена длина волны излучения, т.е. неопределенность длины волны.

12.18. Электрон находится в одномерной потенциальной яме шириной $1{,}4*10^{-9}$м, с бесконечно высокими стенками. Определите энергию, излучаемую при переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй.

12.19. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы 1нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона.

12.20. При переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй излучается энергия 1эВ. Определите ширину одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками.

12.21. Частица в потенциальной яме шириной а, находится в возбужденном состоянии. Определите вероятность нахождения частицы в интервале $0 < x < a/4$ на втором энергетическом уровне.

Приложение

Римские цифры

I	**1**	**XI**	**11**	**XXX**	**30**	**CD**	**400**
II	**2**	**XII**	**12**	**XL**	**40**	**D**	**500**
III	**3**	**XIII**	**13**	**L**	**50**	**DC**	**600**
IV	**4**	**XIV**	**14**	**LX**	**60**	**DCC**	**700**
V	**5**	**XV**	**15**	**LXX**	**70**	**DCCC**	**800**
VI	**6**	**XVI**	**16**	**LXXX**	**80**	**CM**	**900**
VII	**7**	**XVII**	**17**	**XC**	**90**	**M**	**1000**
VIII	**8**	**XVIII**	**18**	**C**	**100**	**MM**	**2000**
IX	**9**	**XIX**	**19**	**CC**	**200**	**MMM**	**3000**
X	**10**	**XX**	**20**	**CCC**	**300**	**MMMD**	**3500**

Греческий алфавит

Заглавная	Строчная	Название	Примеры обозначений
Α	α	альфа	Радиоактивная частица
Β	β	бета	Радиоактивная частица
Γ	γ	гамма	Очень коротковолновое излучение
Δ	δ	дельта	Небольшое изменение или приращение
Ε	ε	эпсилон	Поверхностный электрический потенциал
Ζ	ζ	зета	Угол дифракции
Η	η	эта	Вязкость
Θ	θ	тета	Полярный угол
Ι	ι	йота	
Κ	κ	каппа	
Λ	λ	лямбда	Длина волны
Μ	μ	мю	Магнетон Бора
Ν	ν	ню	Частота
Ξ	ξ	кси	
Ο	ο	омикрон	
Π	π	пи	
Ρ	ρ	ро	Плотность вещества
Σ	σ	сигма	
Τ	τ	тау	Время
Υ	υ	ипсилон	
Φ	φ	фи	Полярный угол
Χ	χ	хи	Магнитная восприимчивость
Ψ	ψ	пси	Волновая функция
Ω	ω	омега	Круговая частота

Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Множители	Наименование	Русское	Международное
10^{12}	тера	Т	T
10^{9}	гига	Г	G
10^{6}	мега	М	M
10^{3}	кило	к	k
10^{2}	гекто	г	h
10^{1}	дека	да	da
10^{-1}	деци	д	d
10^{-2}	санти	с	c

10^{-3}	милли	м	m
10^{-6}	микро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	пико	п	p
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-18}	атто	а	a

Основные единицы международной системы СИ

Наименование величины	Единица	Международное обозначение	Русское обозначение	Определение
Длина	Метр	m	м	Метр равен расстоянию, проходимому в вакууме плоской электромагнитной волной за 1/299 792 458 долей секунды
Масса	Килограмм	kg	кг	Килограмм равен массе международного прототипа килограмма
Время	Секунда	s	с	Секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133
Сила электрического тока	Ампер	A	А	Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н
Термодинамическая температура	Кельвин	K	К	Кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды
Количество вещества	Моль	mol	моль	Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится

				атомов в углероде-12 массой 0,012 кг. При применении моля структурные элементы должны быть специфицированны и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицами или специфицированными группами частиц
Сила света	Кандела	cd	кд	Кандела равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср

Дополнительные единицы.

Наименование величины	Единица	Международное обозначение	Русское обозначение	Определение
Плоский угол	Радиан	rad	рад	Радиан равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу
Телесный угол	Стерадиан	sr	ср	Стерадиан равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы

Производные единицы СИ, имеющие специальные наименования (именованные)

Величина	Единица			Выражение через основные и допол нительные единицы СИ
	Обозначение			
	наименова-ние	международ ное	русское	
Частота	Герц	Hz	Гц	$с^{-1}$
Сила	Ньютон	N	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
е	Паскаль	Pa	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Энергия	Джоуль	J	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность	Ватт	W	Вт	$м \cdot кг \cdot с^{-3}$
Количество электричества	Кулон	C	Кл	$с \cdot А$
Электрическое напряжение	Вольт	V	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Электрическая емкость	Фарад	F	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Электрическое сопротивление	Ом	Ω	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	Сименс	S	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^{-3} \cdot А^2$
Поток магнитной индукции	Вебер	Wb	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	Тесла	T	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Индуктивность	Генри	H	Гн	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Световой поток	Люмен	lm	лм	$кд \cdot ср$
Освещенность	Люкс	lx	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активность радионуклида	Беккерель	B*q*	Бк	$с^{-1}$
Поглощенная доза ионизирую-шего излучения	Грей	Gy	Гр	$м^2 \cdot с^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	Зиверт	Sv	Зв	$м^2 \cdot с^{-2}$

Производные единицы пространства и времени

Наименование величины	Единица	Международное обозначение	Русское обозначение	Определение
Площадь	Квадратный метр	m^2	$м^2$	Квадратный метр равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны 1м
Объем, вместимость	Кубический метр	m^3	$м^3$	Кубический метр равен объему куба с ребрами, длины которых равны 1м
Скорость	Метр в секунду	m/s	м/с	Метр в секунду равен скорости прямолинейно и равномерно движущейся точки, при

				которой точка за время 1с перемещается на расстояние 1м
Ускорение	Метр на секунду в квадрате	m/s^2	$м/с^2$	Метр на секунду в квадрате равен ускорению прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за время 1с скорость точки возрастает на 1м/с
Угловая скорость	Радиан в секунду	rad/s	рад/с	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, при которой за время 1с совершается поворот тела относительно оси вращения на угол 1рад
Период	Секунда	s	с	
Частота периодического процесса	Герц	Hz	Гц	Герц равен частоте периодического процесса, при которой за время 1с происходит один цикл периодического процесса

Производные единицы механических величин

Наименование величины	Единица	Международное обозначение	Русское обозначение	Определение
Плотность	Килограмм на кубический метр	kg/m^3	$кг/м^3$	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса

				которого при объеме 1м^3 равна 1кг
Импульс (количество движения)	Килограмм-метр в секунду	kg·m/s	кг·м/с	Килограмм-метр в секунду равен импульсу (количеству движения) тела массой 1кг, движущегося со скоростью 1м/с
Сила	Ньютон	N	Н	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1кг ускорение 1м/с^2 в направлении действия силы
Момент силы, момент пары сил	Ньютон-метр	N·m	Н·м	Ньютон-метр равен моменту силы, создаваемому силой 1Н относительно точки, расположенной на расстоянии 1м от линии действия силы
Импульс силы	Ньютон-секунда	N·s	Н·с	Ньютон-секунда равна импульсу силы, создаваемому силой 1Н, действующей в течении времени 1с
Давление, напряжение (механическое)	Паскаль	Pa	Па	Паскаль равен давлению (механическому напряжению), вызываемому силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1м^2
Работа, энергия	Джоуль	J	Дж	Джоуль равен работе, совершаемой при

				перемещении точки приложения силы Н на расстояние 1м в направлении действия силы
Мощность	Ватт	W	Вт	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1Дж за время 1с
Поверхностное натяжение	Ньютон на метр	N/m	Н/м	Ньютон на метр равен поверхностному напряжению, создаваемому силой 1Н, приложенной к участку контура свободной поверхности длиной 1м и действующей нормально к контуру и по касательной к поверхности

Производные единицы

Наименование величины	**Единица**	**Международное обозначение**	**Русское обозначение**	**Определение**
Плотность	Килограмм на кубический метр	kg/m^3	$кг/м^3$	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объеме $1м^3$ равна 1 кг
Импульс (количество движения)	Килограмм-метр в секунду	kg·m/s	кг·м/с	Килограмм-метр в секунду равен импульсу (количеству движения) тела массой 1кг, движущегося со скоростью 1м/с
Сила	Ньютон	N	Н	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1кг ускорение $1м/с^2$ в

				направлении действия силы
Момент силы, момент пары сил	Ньютон-метр	N·m	Н·м	Ньютон-метр равен моменту силы, создаваемому силой 1Н относительно точки, расположенной на расстоянии 1м от линии действия силы
Импульс силы	Ньютон-секунда	N·s	Н·с	Ньютон-секунда равна импульсу силы, создаваемому силой 1Н, действующей в течении времени 1с
Давление, напряжение (механическое)	Паскаль	Pa	Па	Паскаль равен давлению (механическому напряжению), вызываемому силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1м^2
Работа, энергия	Джоуль	J	Дж	Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы 1Н на расстояние 1м в направлении действия силы
Мощность	Ватт	W	Вт	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1Дж за время 1с
Поверхностное натяжение	Ньютон на метр	N/m	Н/м	Ньютон на метр равен поверхностному напряжению, создаваемому силой 1Н, приложенной к участку контура свободной

				поверхности длиной 1м и действующей нормально к контуру и по касательной к поверхности
Температура Цельсия	Градус Цельсия	°C	°C	По размеру градус Цельсия равен кельвину
Количество теплоты	Джоуль	J	Дж	Джоуль равен количеству теплоты, эквивалентному работе 1Дж
Теплоемкость	Джоуль на кельвин	J/K	Дж/К	Джоуль на кельвин равен теплоемкости системы, температура которой повышается на 1К при подведении к системе количества теплоты 1Дж
Удельная теплоемкость	Джоуль на килограмм-кельвин	J/(kg·K)	Дж/(кг·К)	Джоуль на килограмм-кельвин равен удельной теплоемкости вещества, имеющего при массе 1кг теплоемкость 1Дж/К

Производные единицы величин молекулярной физики

Молярная масса	Килограмм на моль	kg/mol	кг/моль	Килограмм на моль равен молярной массе вещества, имеющего при количестве вещества 1моль массу 1кг

Производные единицы электрических и магнитных величин

Количество электричества, электрический заряд	Кулон	C	Кл	Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение при токе силой 1А за время 1с

Напряженность электрического поля	Вольт на метр	V/m	В/м	Вольт на метр равен напряженности однородного электрического поля, при которой между двумя точками, находящимися на линии напряженности поля на расстоянии 1м, создается разность потенциалов 1В
Электрическое напряжение, электрический потенциал; разность электрических потенциалов; электродвижущая сила	Вольт	V	В	Вольт равен электрическому напряжению на участке электрической цепи, при котором в участке проходит постоянный ток силой 1А и затрачивается мощность Вт
Электрическая емкость	Фарад	F	Ф	Фарад равен электрической емкости конденсатора, при которой заряд 1Кл создает на конденсаторе напряжение 1В
Магнитная индукция	Тесла	T	Тл	Тесла равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь поперечное сечение площадью 1м^2 равен 1Вб
Магнитный поток	Вебер	Wb	Вб	Вебер равен магнитному потоку, при убывании которого до нуля в сцепленной с ним электрической цепи сопротивлением 1Ом через поперечное

				сечение проводника проходит количество электричества 1Кл
Индуктивность	Генри	H	Гн	Генри равен индуктивности электрической цепи, с которой при силе постоянного тока в ней 1А сцепляется магнитный поток 1Вб
Электрическое сопротивление	Ом	Ω	Ом	Ом равен электрическому сопротивлению участка электрической цепи, при котором постоянный ток силой 1А вызывает падение напряжения 1В
Удельное электрическое сопротивление	Ом-метр	Ω·m	Ом·м	Ом-метр равен удельному сопротивлению вещества, при котором участок выполненной из этого вещества электрической цепи длиной 1м и площадью поперечного сечения 1м^2 имеет сопротивление 1Ом
Энергия излучения	Джоуль	J	Дж	Джоуль равен энергии излучения, эквивалентной работе 1 Дж
Поток излучения, мощность излучения	Ватт	W	Вт	Ватт равен потоку излучения, эквивалентному механической мощности 1Вт
Световой поток	Люмен	lm	лм	Люмен равен световому потоку, испускаемому точечным источником в телесном угле 1ср

				при силе света 1кд
Световая энергия	Люмен-секунда	lm·s	лм·с	Люмен-секунда равна световой энергии, соответствующей световому потоку 1лм, излучаемому или воспринимаемому в течении 1с
Яркость	Кандела на квадратный метр	cd/m^2	$кд/м^2$	Кандела на квадратный метр равна яркости светящейся поверхности площадью$1м^2$ при силе света 1кд
Светимость	Люмен на квадратный метр	lm/m^2	$лм/м^2$	Люмен на квадратный метр равен светимости поверхности площадью $1м^2$ при световом потоке падающего на нее излучения, равном 1лм
Освещенность	Люкс	lx	лк	Люкс равен освещенности поверхности площадью $1м^2$ при световом потоке падающего на нее излучения, равном 1лм
Поглощенная доза излучения	Грэй	Gy	Гр	Грэй равен поглощенной дозе излучения, при которой облученному веществу массой 1кг передается энергия любого ионизирующего излучения 1Дж
Мощность поглощенной дозы излучения (мощность дозы излучения)	Грэй в секунду	Gy/s	Гр/с	Грэй в секунду равен мощности поглощенной дозы излучения, при которой за время 1с облученным веществом поглощается доза излучения 1Дж/кг

Активность нуклида в радиоактивном источнике	Беккерель	Bq	Бк	Беккерель равен активности нуклида, при которой за время 1с происходит один акт распада

Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

Наименование величины	Единица			
		Обозначение		
	Наименование	между-народ-ное	русс-кое	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна атомная единица массы	t u	т а.е.м.	10^3kq $\approx 1{,}66057 \cdot 10^{-27}$kq
Время*	минута час сутки	min h d	мин ч сут	60 s 3600 s 86400 s
Плоский угол	градус минута секунда	...° ...' ...''	...° ...' ...''	$(\pi / 180)$rad = $1{,}745329 \cdot 10^{-2}$ rad $(\pi /10800)$rad=$2{,}908882 \cdot 10^{-4}$ rad $(\pi/64800)$rad=$4{,}848137 \cdot 10^{-6}$ rad
Объем, вместимость	литр	l	л	10^{-3} m^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	ua ly pc	а.е. св.год пк	$\approx 1{,}49598 \cdot 10^{11}$ m $\approx 9{,}4605 \cdot 10^{15}$ m $\approx 3{,}0857 \cdot 10^{16}$ m
Оптическая сила	диоптрия	-	дптр	$l \cdot m^{-1}$
Площадь	гектар	ha	га	10^4 m^2
Механи-ческое напряжение	ньютон на квадратный миллиметр	N/mm^2	$Н/мм^2$	1MPa
Энергия	электрон-вольт	eV	эВ	$\approx 1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ J
Полная мощность	вольт-ампер	$V \cdot A$	$В \cdot А$	
Реактивная мощность	вар	var	вар	

Коэффициенты Стьюдента

n-1	Значение квантилей (t_{np}) при P			
	0,900	0,950	0,990	0,999
1	6,31	12,71	-	-
2	2,92	4,30	9,82	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,92
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,90	2,36	3,50	5,41
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
12	1,78	2,18	3,06	4,32
14	1,76	2,14	2,98	4,14
16	1,74	2,12	2,92	4,02
18	1,73	2,10	2,88	3,92
20	1,72	2,09	2,84	3,85
25	1,71	2,06	2,79	3,72

Абсолютные и относительные погрешности для некоторых математических операций.

Математическая операция		***Погрешность***	
		Абсолютная	Относительная
1.	$N = A + B + C...$	$\pm\left(\Delta A + \Delta B + \Delta C...\right)$	$\pm\dfrac{\Delta A + \Delta B + \Delta C...}{A + B + C...}$
2.	$N = A - B$	$\pm\left(\Delta A + \Delta B\right)$	$\pm\dfrac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
3.	$N = A \cdot B$	$\pm\left(A \cdot \Delta B + B \cdot \Delta A\right)$	$\pm\left(\dfrac{\Delta A}{A} + \dfrac{\Delta B}{B}\right)$
4.	$N = A \cdot B \cdot C$	$\pm\left(B \cdot C \cdot \Delta A + A \cdot C \cdot \Delta B + A \cdot B \cdot \Delta C\right)$	$\pm\left(\dfrac{\Delta A}{A} + \dfrac{\Delta B}{B} + \dfrac{\Delta C}{C}\right)$
5.	$N = A^n$	$\pm\ n \cdot A^{n-1} \cdot \Delta A$	$\pm\ n \cdot \dfrac{\Delta A}{A}$
6.	$N = \sqrt[n]{A}$	$\pm\ \dfrac{1}{n} \cdot A^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta A$	$\pm\ \dfrac{1}{n} \cdot \dfrac{\Delta A}{A}$
7.	$N = \dfrac{A}{B}$	$\pm\ \dfrac{B \cdot \Delta A + A \cdot \Delta B}{B^2}$	$\pm\left(\dfrac{\Delta A}{A} + \dfrac{\Delta B}{B}\right)$
8.	$N = \sin A$	$\pm\ \cos A \cdot \Delta A$	$\pm\ ctg\ A \cdot \Delta A$
9.	$N = \cos A$	$\pm\ \sin A \cdot \Delta A$	$\pm\ tg\ A \cdot \Delta A$
10.	$N = tg\ A$	$\pm\ \dfrac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\pm\ \dfrac{2 \cdot \Delta A}{\sin 2\ A}$

11.	$N = ctg\ A$	$\pm \frac{\Delta A}{sin^2\ A}$	$\pm\ \frac{2 \cdot \Delta A}{sin\ 2\ A}$

Универсальные физические постоянные

Давление атмосферное нормальное	$p_0 = 1.01325*10^5$ Н/м^2
Атомная единица массы (унифицированная)	у.а.е.м. =1.660531(11)*10^{-27} кг
Заряд элементарный	e = 1.6021917(70)*10^{-19} Кл
Заряд удельный электрона	e/m_e=1.7588028(54)*10^{11} Кл/кг
Электрон-вольт	1эВ=1,60217733·10^{-19} Дж
Магнетон Бора	$\mu_Б$ = 9.274096(65)*10^{-24} А*м^2
Масса покоя протона	m_p = 1.672614(11)*10^{-27} кг
Масса покоя электрона	m_e = 9.109558(54)*10^{-31} кг
Объем идеального газа при нормальных условиях	V_0 = 22.4136*10^{-3} м^3/моль
Постоянная Больцмана	k=R/N_A=1.380622(59)*10^{-23} Дж/К
Постоянная Вина	b = 1.89782*10^{-3} м*К
Постоянная гравитационная	γ = 6.6732(31)*10^{-11} Н*м^2/кг^2
Постоянная Планка	h = 6.626196(50)*10^{-34} Дж*с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ = 5.66961(96)*10^{-8} Вт/(м^{2}К^4)
Скорость света в вакууме	c = 2.997925(10)*10^8 м/с
Ускорение свободного падения стандартное	g = 9.80665 м/с^2
Число Авогадро	N_A = 6.022169(40)*10^{23} моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R = 8.31 Дж/(моль*К)

Астрономические величины

Масса Земли	5,97·10^{24} кг
Радиус Земли	6,37·10^6 м
Ускорение свободного падения	9,80 м/с^2
Средняя плотность Земли	5500 кг/м^3
Радиус Солнца	6,96·10^8 м
Масса Солнца	1,99·10^{30} кг
Средняя плотность Солнца	1400 кг/м^3
Радиус Луны	1,74 ·10^6м
Масса Луны	7,3·10^{22} кг
Период вращения Луны вокруг Земли	27 сут. 7 ч и 43 мин
Среднее расстояние между центрами Земли и Луны	3,84·10^8 м
Среднее расстояние между центрами Солнца и Земли	1,5·10^{11} м

Коэффициенты теплового расширения (при комнатной температуре)

Твердое тело	Коэффициент линейного расширения α, 10^{-6} К$^{-1}$	Жидкость	Коэффициент объемного расширения β, 10^{-6} К$^{-1}$
Алюминий	22,9	Вода	2,1
Латунь	18,9	Глицерин	5,0
Медь	16,7	Керосин	10,0
Сталь (железо)	11	Ртуть	1,8
Стекло обычное	8,5	Спирт этиловый	11,0

Плотность веществ

Твердые вещества	ρ, г/см^3	Жидкости	ρ, г/см^3
Алмаз	3,5	Бензин	0,88
Алюминий	2,7	Вода	1,00
Вольфрам	19,1	Глицерин	1,26
Графит	1,6	Касторовое масло	0,90
Железо (сталь)	7,8	Керосин	0,80
Золото	19,3	Ртуть	13,6
Кадмий	8,65	Спирт этиловый	0,79
Кобальт	8,9	Тяжелая вода	1,1
Лед	0,916	Эфир	0,72
Медь	8,9	Газы (при нормальных условиях)	ρ, кг/м^3
Молибден	10,2		
Натрий	0,97		
Никель	8,9		
Олово	7,4	Азот	1,25
Платина	21,5	Аммиак	0,77
Пробка	0,20	Водород	0,09
Свинец	11,3	Воздух	1,293
Серебро	10,5	Кислород	1,43
Титан	4,5	Метан	0,72
Уран	19,0	Углекислый газ	1,98
Фарфор	2,3	Хлор	3,21
Цинк	7,0		

Постоянные газов (при нормальных условиях)

Газ (относительная молекулярная масса)	$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$	Теплопроводность λ, $\frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Вязкость η, мкПа·с	Диаметр молекулы d, нм	Постоянные Ван-дер-Ваальса	
					a, $\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}}$	b, 10^{-6} $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$
He (4)	1,67	141,5	18,9	0,20	–	–
Ar (40)	1,67	16,2	22,1	0,35	0,132	32
H_2 (2)	1,41	168,4	8,4	0,27	0,024	27
N_2 (28)	1,40	24,3	16,7	0,37	0,137	39
O_2 (32)	1,40	24,4	19,2	0,35	0,137	32
CO_2 (44)	1,30	23,2	14,0	0,40	0,367	43
H_2O (18)	1,32	15,8	9,0	0,30	0,554	30
Воздух (29)	1,40	24,1	17,2	0,35	–	–

Постоянные жидкостей и твердых тел

Вещество	Удельная теплоемкость *) c, $\frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}}$	Удельная теплота парообразования **) q, Дж/г	Удельная теплота плавления q, Дж/г	Поверхностное натяжение *) α, мН/м
Вода	4,18	2250	–	73
Глицерин	2,42	–	–	66
Ртуть	0,14	284	–	490
Спирт	2,42	853	–	22
Алюминий	0,90	–	321	–
Железо	0,46	–	270	–

Лед	2,09	–	333	–
Медь	0,39	–	175	–
Серебро	0,23	–	88	–
Свинец	0,13	–	25	–

*) При нормальных условиях

**) При нормальном атмосферном давлении

Диэлектрические проницаемости

Диэлектрик	ε	Диэлектрик	ε
Вода	81	Полиэтилен	2,3
Воздух	1,00058	Слюда	7,5
воскресенье	7,8	Спирт	26
Керосин	2,0	Стекло	6,0
Парафин	2,0	Фарфор	6,0
Плексиглаз	3,5	Эбонит	2,7

Показатели преломления

Газы	n	Жидкости	n	Твердые тела	n
Азот	1,00030	Бензол	1,50	Алмаз	2,42
Воздух	1,00029	Вода	1,33	Кварц плавленый	1,46
Кислород	1,00027	Глицерин	1,47	Стекло (обычное)	1,50
		Сероуглерод	1,63		

Периоды полураспада радиоизотопов

Кобальт ^{60}Co	5,2 года (β)	Радон ^{222}Rn	3,8 сут (α)
Стронций ^{90}Sr	28 лет (β)	Радий ^{226}Ra	1620 лет (α)
Полоний ^{210}Po	138 сут (α)	Уран ^{238}U	$4{,}5\cdot10^{9}$ лет (α)

Ответы

2.1. <v> = 19,44м/с. **2.2.** <v> = 20,73км/час. **2.3.** <v> = 13,7м/с. **2.4.** $v_т$ = 5 км/час, $v_к$ = 55 км/час. **2.5.** v_0 = 100м/с (360км/час). **2.6.** t = 220с. s = 154м. **2.7.** $v_в$ = 0,4 м/с; $v_г \approx$ 0,7м/с. **2.8.** a_1 = 24м/с^2, a_2 = 48(м/с^2. **2.9.** v = 40м/с, a = 52м/с^2, s = 24м, <v> = 12м/с. **2.10.** x = 0, v = -5м/с, a = -6м/с^2. **2.11.** <v> = 65м/с. **2.12.** <v> = 28м/с, <a> = 19м/с^2. **2.13.** t = 0,5с. **2.14.** t = 0с, a_1 = -4м/с^2, a_2 = 2м/с^2. **2.15.** s = 24м, v = 38м/с, a = 42м/с^2. **2.16.** v = 6,7м/с, a = 8,48м/с^2. **2.17.** v = 8ti+3j, a = 8i, v1 = 16,3м/с. **2.18.** a = 4м/с^2. **2.19.** v = 25м/с, s = 83,3м. **3.1.** F = 3,2Н. **3.2.** v_1=10м/с; v_1=10м/с. **3.3.** F = 2Н. **3.4.** F_c =1Н. **3.5.** $F_{ср}$ = 3*10^{5}Н. **3.6.** k = 0,05. **3.7.** p =0,017Н*с. **3.8.** h_1 = 5*10^{-3}м; h_2 = 0,08м. **3.9.** A = 1,48кДж. **3.10.** E = 981Дж. **3.11.** S = 10м. **3.12.** v = 3,76м/с. **3.13.** h = 3,7см. **3.14.** $E_к$ = 39,2Дж; $E_п$ = 59,2Дж. **3.15.** t = 2,5с; S = 17,6м. **3.16.** $F_{ср}$ = 6,11*10^{5}Н. **3.17.** $E_{к2}/E_{к1}$ = 0,89. **3.18.** v = 49,66м/с ; α = 36°. **3.19.** x_{max} = 40,77м; h_{max} = 10,19м. **3.20.** k = 0,2. **3.21.** a = 5,72м/с^2. **3.22.** $F_{ср}$ = 0,22Н. **4.1.** T = 2с, f = 0.5Гц. **4.2.** x_{10} = 2м, s(t) = 0. **4.3.** A = 0.1м., T = 2с., f =0.5Гц. **4.4.** $x_{0.5}$ = 0.007м, x_4 = 0.01м. **4.5.** x = 0.15 cos2πt. **4.6.** x = 0.002sin(1200πt+π/2); x = 0.002cos1200πt. **4.7.** V_{max} = 3.3 м/с, W = 6 Дж. **4.8.** S = 90 м. **4.9.** V = 1700 м/с. **4.10.** x = 3*10^{-2}м. **4.11.** x(t) = 0,1sin(5t+π/12); T = 1,26с; x = 0,095м. **4.12.** t = 0,5с; A = 1,43м; v_{max} = 1м/с; a_{max} = 0,698м/с^2. **4.13.** x = sin(20πt+π/2); x = cos20πt. **4.14.** F = 16*10^{-5}Н. **4.15.** $F_в$ = -0,74Н; E = 0,126Дж. **4.16.** A = 0,045м; x = 0,045sin(πt+φ_0); F_{max} = 4,4*10^{-3}Н. **4.17.** φ = 4π; x =0; v = 0,25м/с; a = 0; λ = 10м. **4.18.** λ = 8м; x = 0,1sin5π(t-l/20); x_1 = 0; x_2 = 0,07м. **4.19.** λ = 7,2м; v = 720м/с; x_1 = 0,5sin200π(t-6/720); x_2 = 0,5sin200π(t-8,7/720). **4.20.** v_{max} = 0,2πм/с. **5.1.** N = 3,01*10^{26}; m_0 = 3,32*10^{-27}кг. **5.2.** P = 0,75МПа; M = 3*10^{-3}кг/моль. **5.3.** P = 2,03*10^{5}Па. **5.4.** ν = 2,11кмоль; N = 12,7*10^{26}; ρ = 8,44*10^{-2}кг/м^3; d = 11,9м^3/кг. **5.5.** P = 3,64*10^{5}Па. **5.6.** V = 26,2л. **5.7.** ρ = 0,498кг/м^3. **5.8.** V_1 = 6,02*10^{-3}м^3; T_2 = 481К; ρ_1 = 1,16кг/м^3; ρ_2 = 0,7кг/м^3. **5.9.** n = 1,88*10^{25}м$^{-3}$. **5.10.** P = 2,5*10^{6}Па; M = 3*10^{-3}кг/моль. **5.11.** P = 4,9*10^{6}Па; M = 6*10^{-3}кг/моль. **5.12.** T = 939К; P = 1,3*10^{6}Па. **5.13.** V = 12м^3; M = 5,65кг/моль. **5.14.** N = 2,04*10^{22}. **5.15.** P = 768Па. **5.16.** n = 2,45*10^{22}; z = 3,04*10^{31}с$^{-1}$; $\lambda_{ср}$ = 1,92*10^{-7}м. **5.17.** n = 4,2*10^{24}м$^{-3}$. **5.18.** $\lambda_{ср}$ = 1,11*10^{-7}м; z = 9,7*10^{31}с$^{-1}$. **5.19.** ρ = 4,86*10^{-2}кг/м^3; . $\lambda_{ср}$ = 2,24*10^{-6}м. **5.20.** z = 2,79*10^{32}с$^{-1}$; $\lambda_{ср}$ = 8,74*10^{-8}м. **5.21.** n = 2,34*10^{19}; ρ = 1,09*10^{-6}кг/м^3. **6.1.** $E_{к\ ср.}$ = 6,21*10^{-21}Дж; n = 2,4*10^{25}м$^{-3}$. **6.2.** $E_{пост.}$ = 4986ДЖ; $E_{вр.}$ = 3324Дж. **6.3.** A = 592Дж. **6.4.** ΔU = -148кДж; Q = -207кДж; A = -59кДж. **6.5.** c_v = 1929Дж/(кг*К); c_p = 3116Дж/(кг*К). **6.6.** $\Delta U_и$ = 121Дж; ΔU_a = -85,8Дж. **6.7.** c_v = 599Дж/(кг*К); c_p = 866Дж/(кг*К). **6.8.** 1,9*10^{5}Н/м^2. **6.9.** Q = 2908Дж; ΔU = 2077,5Дж; A = 831Дж. **6.10.** $E_{ср.кин.}$ =1*10^{-20}Дж; $E_{ср.вр.N}$ = 860Дж. **6.11.** U = 203кДж; $E_{ср.вр.N}$ = 83,1кДж. **6.12.** M = 32*10^{-3}кг/моль; c_v = 649Дж/(кг*К); c_p = 909Дж/(кг*К). **6.13.** c_v = 667Дж/(кг*К); c_p = 917Дж/(кг*К). **6.14.** V = 2,41м^3; T = 1,16кК; Q = 18,1Дж. **6.15.** Q = 5кДж. **6.16.** A = 1,43кДж; V_2 = 0,026м^3. **6.17.** Q_1 = 3,5кДж; Q_2 = 2,5кДж. **6.18.** M = 4*10^{-3}кг/моль; v_1 = 1,25м^3/кг. **6.19.** Q_1 = 2кДж; Q_2 = 7кДж. **6.20.** A = 4,03кДж; ΔU = -4,03кДж. **6.21.** m=28г. **6.22.** V_2 = 0,5л; p_2 = 264кПа. **7.1.** r = 8,94*10^{-2} м. **7.2.** F = 7,54*10^{-4} Н; q_1 = q_2 = 2,9*10^{-7} Кл. **7.3.** ρ = 1,6 г/см^3. **7.4.** r = 0,15 м. **7.5.** $F_э/F_т$ = 1,35*10^{36} раз. **7.6.** m_1 = m_2 =9,3*10^{-7}кг. **7.7.** A = 6,8*10^4 Дж. **7.8.** E = 1,8*10^6 В/м. **7.9.** v = 1,5*10^{6}м/с. **7.10.** x = 0,12м. **7.11.** φ = 7,7*10^{-3} В. **7.12.** n = 2,04*10^3. **7.13.** q_1 = 1,15нКл. **7.14.** q = 1,61нКл. **7.15.** E_1 = 0,6кВ/м; E_2 = 0,2кВ/м. **7.16.** E_A = 576В/м. **7.17.** E_1 = 10,1кВ/м; E_2 = 17,5кВ/м. **7.18.** Ф = 3,46кВ*м. **7.19.** E_1 = 0; E_2 = 10,3кВ/м. **7.20.** σ = 1,77нКл/м^2. **7.21.** φ =0,2В. **8.1.** σ = 1,06*10^{-4}Кл/м^2; C = 4,25*10^{-6}Ф. **8.2.** d_1 = 6мм. **8.3.** q = 1,2*10^{-4}Кл; U_1 = 120В; U_2 = 60В; U_3 = 40В. **8.4.** Q= 5*10^{-6}Дж. **8.5.** E = 18,6*10^{4}В/м. **8.6.** C_2 = 2,3*10^{-6}Ф. **8.7.** U_1 = 5В; U_2 = 9В; U = 14В. **8.8.** U_1 = 150В; U_2 = 50В. **8.9.** U = 22,75В. **8.10.** U = 108,6В. **8.11.** ΔC = 4,43пФ; $\Delta W_э$ = -295нДж. **8.12.** E = 20кВ/м; U = 80В; $W_э$ = 70,8нДж; w = 1,77*10^{-3} Дж/м^3. **8.13.** F = 0,94Н; w = 94,2Дж/м^3. **8.14.** d_0 = 1*10^{-2}м; $W_к$/ $W_н$ = 4,44. **8.15.** σ = 2,7*10^{-6} Кл/м^2; C = 8,85*10^{-12}Ф; $W_э$ = 4*10^{-7}Дж. **8.16.** w = 0,014Дж/м^3. **8.17.** U = 1014В. **8.18.** d = 0,004м; E = 1,5*10^{4}В/м; w = 1*10^{-3}Дж/м^3. **8.19.** W = 1*10^{-6}Дж; w = 1Дж/м^3. **9.1.** U = 10В. **9.2.** j = 3,6*10^{5}А/м^2. **9.3.** q = 1Кл.

9.4. E = 8981В/м. **9.5.** j = $5,7*10^6$А/$м^2$. **9.6.** E = 10В. **9.7.** E = 10В. **9.8.** r = 0,8Ом. **9.9.** r = 2Ом. **9.10.** I = 4,6А; j = $7,7*10^5$А/$м^2$; E = $1,3*10^{-2}$ В/м. **9.11.** R_1 = 1Ом; R_2 = 4Ом; E = 12В. **9.12.** Q =360Дж. **9.13.** R_2 = 18Ом. **9.14.** A = 300Дж. **9.15.** P = 16Вт. **9.16.** $P_в$ = 1,34Вт; $P_{полн}$ = 5,1кВт. **9.17.** v = $0,77*10^{-3}$м/с. **9.18.** v = $5,9*10^6$м/с. **9.19.** $I_{ср}$ = $4*10^{-10}$А. **9.20.** Δn = $6,25*10^{-12}c^{-1}$. **10.1.** I = 15А. **10.2.** B = 0,08Тл. **10.3.** F = 1Н. **10.4.** F = $1,6*10^{-15}$Н. **10.5.** F_l = 1Н. **10.6.** I = 3А. **10.7.** α = 45°. **10.8.** B = 15,8мкТл; H = 1,26А/м. **10.9.** H = 159А/м; B = $2*10^{-4}$Тл. **10.10.** r = 0,06м. **10.11.** r = 0,3м. **10.12.** H = 18А/м; B = $2,26*10^{-5}$Тл. **10.13.** e/m = $1,76*10^{11}$Кл/кг. **10.14.** F =$1,602*10^{-15Н}$. **10.15.** U= $2/3*10^{-3}$В. **10.16.** E = 108В. **10.17.** R = $9*10^{-2}$м; T = $3*10^{-8}$с. **10.18.** A_1 = $2,7*10^{-6}$Дж; A_2 = $-7,4*10^{-6}$Дж. **10.19.** $F_л$ = $1,2*10^{-17}$Н. **10.20.** $E_{кин}$ = $4,8*10^{-17}$Дж. **10.21.** $E_{кин}$ = $8*10^{-17}$Дж. **11.1.** λ = 435нм. **11.2.** F = 0.05Лм. **11.3.** I = 110кд. **11.4.** I = 173кд. **11.5.** I = 1кд. **11.6.** I = 160кд. **11.7.** r = 1,4м. **11.8.** d_{min} = 0,13мкм. **11.9.** R = 10,4м. **11.10.** λ = 0,52мкм. **11.11.** L = 7,5мм. **11.12.** Δ = $34,7*10^{-3}$м. **11.13.** $λ_{max}$ = $6,2*10^{-7}$м. **11.14.** $λ_{max}$ = $1,98*10^{-7}$м. **11.15.** v_{max} = $6,5*10^5$м/с. **11.16.** v_{max} = 1,14мм/с. **11.17.** E_{min} = 2,49эВ. **11.18.** A = 4,52эВ. **11.19.** A = 4,7эВ. **11.20.** φ =1,28В. **12.1.** λ = $25*10^{-8}$м. **12.2.** v_1 = $2,2*10^6$м/с; ω1 = $4,1*10^{16}c^{-1}$. **12.3.** $ν_1$ = $6,6*10^{15}$Гц; T_1 = $1,5*10^{-16}$ с; $ν_2$ = $8,3*10^{14}$Гц; T_2 = $1,2*10^{-15}$с. **12.4.** E = $3,03*10^{-19}$Дж. **12.5.** $λ_{кв}$ = $12,4*10^{-8}$ м; $λ_э$ = $3,9*10^{-10}$м; $λ_п$ = $9*10^{-12}$м. **12.6.** E = $8,2*10^{10}$Дж. **12.7.** λ = 1нм. **12.8.** λ = 148пм. **12.9.** U = 0,822мВ. **12.10.** m = $1,672*10^{-27}$кг. **12.11.** λ = 38,8пм. **12.12.** Δx = 38,8нм. **12.13.** $Δv_e/Δv_п$ = $1,1*10^{18}$. **12.14.** Δv/v = 10^{-4}. **12.15.** Δx = 10^{-8}м. **12.16.** Δλ = $6,4*10^{-16}$м. **12.17.** Δλ = $1,6*10^{-14}$м. **12.18.** ΔE = 1,54* 10^{-19}Дж. **12.19.** $ΔE_{min}$ = 1,8* 10^{-19}Дж. **12.20.** a = $1,37*10^{-9}$ м. **12.21.** w = 0,25.

Литература:

1. Савельев И.В. Курс физики. В 3 т.т. – СПб: Лань, 2007.
2. Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – М.: Физматлит, 2003.
3. Калашников С.Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2008.
4. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. – СПб: Лань, 2007.
5. Фриш С.Э. Тиморева А.В. Курс общей физики. В 3 т.т. – СПб: Лань, 2007.
6. Грабовский Р. И. Курс физики. – СПб: Лань, 2007.
7. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов. – М.: Астрель: АСТ, 2001.
8. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высш.шк, 2004.