**Лекции**

**по дисциплине**

**Теория статистики**

по направлению подготовки (специальности)

620003 Налоги и налогообложение

УМК составила:

к.э.н., доц. Токторбаева К.А.

**БИШКЕК 2012**

**Лекция №1. Предмет, метод и основные категории статистики как науки.**

Статистика как практическая деятельность людей зародилась в глубокой древности. За несколько лет до нашей эры проводились переписи населения в Китае и Египте для военных и налоговых целей. Учет осуществлялся по полу и возрасту, собирались сведения о состо­янии промышленности и сельского хозяйства.

В античном мире учитывали родившихся; в специальные списки вносились юноши, достигшие возраста военнообязанных (18 лет), а также 20 лет (возраст полноправных граждан). Составлялись земельные списки (кадастры), в которые включались сведения о строениях, рабах, скоте, инвентаре, доходах. Греческий философ Аристотель еще за триста лет до нашей эры составил описание 157 городов и государств.

В 1061 г. в Англии проведена всеобщая перепись населения, в ходе которой обследовано 240 тысяч дворов. Монгольские ханы проводили переписи в середине XIII в. для взимания дани с захваченных русских земель.

На Руси первыми статистическими источниками были летописи, в которых упоминается о сборе различной информации в IX—XI вв.: возникновении и развитии городских поселений, расположенных на водных путях, о наличии в них храмов, церквей, монастырей, жилых строений.

В XVI в. в Венеции, Голландии появляются сборники, характеризующие политическое устройство, население, основные занятая, производимую продукцию в странах, с которыми устанавливалась торговля.

В процессе практических статистических работ начали складываться определенные правила сбора и обработки данных, приемы анализа информации. Появляется необходимость теоретического научного осмысления накопленной практики.

Английская научная школа политических арифметиков.

У истоков статистики как науки, а не только практической деятельности стояли две школы: английская научная школа политических арифметиков и немецкая описательная школа.

Английская научная школа политических арифметиков возникла в середине XVII в. и ставила целью изучать общественные явления с помощью числовых характеристик. В центре исследования были статистические методы, теория статистики. Явления изучались не в статике, а в динамике. Предметом статистического изучения являлись не отдельные, а массовые общественные явления, поскольку; закономерность может проявиться лишь при достаточно большом объеме анализируемой совокупности. Школа английских арифметиков имела два направления: демографическое, представленное Д. Граунтом и Э. Галлеем, и статистико-экономическое, разработанное В. Петти.

Джон Граунт на основе обработки бюллетеней о естественном движении населения Лондона выработал принципы обработки и анализа массового первичного информационного материала. Он впервые попытался построить прогнозную таблицу смертности. Теоретические разработки проблемы смертности, начатые Д. Граунтом, продолжил **Э. Галлей, высказавший идею закона больших чисел** и применивший методы устранения случайных отклонений. Вильям Петти разрабатывал методы количественного анализа национального богатства, дохода, численности и состава населения, сельского хозяйства, торговли. Он написал ряд научных работ по статистике, главные идеи которых состоят в стремлении оценить то или иное явление в условиях нехватки числовых данных. **В. Петти является создателем экономической статистики.**

В России к представителям школы политических арифметиков можно отнести русских демократов А.Н. Радищева, А.И. Герцена, Н.П. Огарева (середина XVIII — середина XIX в.). Они разработали программные вопросы экономической и судебной статистики, делали попытки определить средние величины, поставили вопрос о социально-экономическом значении метода группировок.

Немецкая описательная научная школа

В трудах немецких ученых описывались государства, их устройство, быт и нравы населения, климат, финансы, армия, религия, внешняя политика.

Основателем описательной школы был Г. Конрринг, который разработал систему описания государственного устройства. Дальнейшее развитие направление получило в работах Г. Ахенваля и А. Шлецера. Г. Ахенваль в середине XVIII в. начал читать новую учебную дисциплину «Статистика» в Марбургском и Гетингенском университетах. По сути, излагались принципы и содержание «государствоведения, поскольку Ахенваль полагал, что содержание курса состоит в описании политического состояния и достопримечательностей государств.

***Само слово «статистика» в переводе с латинского означает состояние, положение вещей (status).***

С развития описательной статистики начиналось становление этой науки в России. Одной из первых работ такого плана был труд I.K. Кириллова «Цветущее состояние Всероссийского государства» (начало XVIII в.), подготовленный по материалам Петровской ревизии и представлявший систематизированное экономико-географическое описание России. Историк, географ, энциклопедист В.Н. Татищев разработал детальную программу сбора сведений по составлению экономической географии России (середина XVIII в.). М.В. Ломоносов усовершенствовал программу обследования Татищева, разослал ее в города и уезды. Материалы о населении и экономике России в ра­резе сельского хозяйства, промышленности, торговли, транспорта в |течение длительного времени поступали в Российскую академию наук были обработаны уже после смерти М.В. Ломоносова. Его работы не были чисто описательными, им был присущ аналитический характер.

К описательной школе примыкал русский ученый К.Ф. Герман. В начале XIX в. была издана его книга «Всеобщая теория статистики», в которой под теорией понимались не только рассуждения о содержа­нии науки, но и учение о систематизации статистического материала. Большой заслугой К.Ф. Германа явилась попытка периодического издания «Статистического журнала». За 1806-1808 гг. вышло четыре номера, в которых публиковались статистические материалы и теоретические статьи по статистике.

В 70-х годах XIX в. во многих губерниях европейской части России были созданы статистические бюро. Земская статистика собрала богатый материал о хозяйстве и быте русского народа, усовершенствовала методы статистического наблюдения, табличной сводки собранного материала. В то же время существенным недостатком земской статис­тики была несогласованность программ и методов статистического исследования, затруднявшая обобщение данных в целом по стране.

Налаживанию практической статистики в России много сил отдал знаменитый географ П.П. Семенов-Тян-Шанский. С 1864 г. он возглавил Центральный статистический комитет и руководил им в течение 33 лет. Им были введены подворные исследования, налажена статистика урожаев, организована первая всеобщая перепись населения в 1897 г., перепись паровых двигателей, налажено издание справочных материалов по фабрично-заводской статистике. П.П. Семенов-Тян-Шанский был автором многих трудов по статистике. В 1872 г. в Петербурге был проведен Международный статистический конгресс, на котором он сделал доклад о принципах организации переписей населения.

В первой половине XIX в. *возникло третье направление статистической науки* — ***статистико-математическое***. Особый вклад в это направление внес бельгийский статистик Адольф Кетле. По правилам, разработанным А. Кетле, с середины XIX в. в развитых странах проводятся регулярные переписи населения. Он стал основоположником учения о средних величинах. По инициативе ученого для координации развития статистики проводились международные статистические конгрессы, в 1885 г. основан международный статистический институт, существующий до настоящего времени.

С начала XX в. при социально-экономических исследованиях уровня жизни населения, покупательского спроса, качества продукции начали применяться методы теории вероятностей. Наиболее известным ученым в этой области является Р. Фишер.

В 1949 г. был издан учебник Н.К. Дружинина, в котором статистика определена как наука о количественных закономерностях массовых явлений, как учение о тех принципах, на которых основывается сбор числовых сведений, характеризующих то или иное явление, и о способах обработки этих сведений. Н.К. Дружинин последовательно отстаивал в своих трудах мысль, что статистические методы применимы не только в общественных науках, но и науках о природе.

1. Статистика — фундаментальная, базовая отрасль научных экономических знаний. Не случайно на протяжении многих веков теоретические проблемы статистики разрабатывались экономистами и математиками, астрономами и физиками, естествоиспытателями и географами, философами и политическими деятелями.

В настоящее время статистические методы применяются для анализа различных социально-экономических явлений; при исследовании рынка; аудиторских проверках; в управлении и прогнозировании; при оценке финансового состояния хозяйствующих субъектов; ценообразовании; страховании. Статистические данные — основа принятия любого управленческого решения на различных уровнях национальной экономики.

2. Статистика — практическая деятельность по сбору, обработке и анализу статистических данных. Возникнув из потребностей практических задач государства, статистика заняла важное место в системе государственного управления. Система государственной статистики является необходимым элементом органов управления любой страны, поставляет руководству данные о социально-экономическом развитии, осуществляет прогноз его тенденций, выявляет закономерности национальной экономики, выявляет связи между социально-экономическими явлениями и процессами.

3. Статистика — это огромный информационно-справочный материал, характеризующий все стороны функционирования и развития того или иного хозяйствующего субъекта: индивидуального предпринимателя, фирмы, предприятия, отрасли, региона, национального хозяйства в целом.

Именно в этом аспекте со статистикой знаком любой человек, поскольку газеты и журналы изо дня в день публикуют статистические обзоры и бюллетени о конъюнктуре рынка, ценах, безработице, уровне доходов и расходов, объемах производства различной продукции.

Наиболее точно содержание предмета «статистики» отражено профессором Н.Н. Ряузовым, чей учебник «Общая теория статистики» выдержал многократные издания и не потерял актуальности в настоящее время. В качестве предмета статистики он определяет ***количественную сторону качественного содержания массовых общественных явлений в конкретных условиях времени и места.***

Статистика — происходит от латинского слова "status", что означает состояние, положение явлений. Stato — государство, statista — статистик, знаток государства, statistika— определенная сумма знаний, сведений о государстве.

Статистика это наука, занимающаяся разработкой теоретических положений и методов, используемых в статистической практике, которая применяет правила выработанные наукой; Особенность статистики в том, что данные сообщаются в количественной форме, т.е. статистика говорит языком цифр.

***Предметом*** *статистики является количественная сторона массовых социально- экономических явлений в неразрывной связи с их качественной стороной.* Например, статистика изучает экономические характеристики производства, распределение и потребление, уровень материального благосостояния населения, явления культурной жизни, численность населения и т.д.

Из приведенного определения следует:

1. **Изучаются не все явления, а общественные, социально-экономические**. Эти явления сложны, многообразны (производство, труд, ресурсы, результаты деятельности, рынок, инфляция, население, окружающая среда как фактор деятельности и ее последствия) и отличается от явлений природы, имеющих сравнительно устойчивый характер и повторяемость во времени.

2. **Исследуются массовые социально-экономические явления, а не единичные, поскольку закономерности развития проявляются через множество фактов, при обобщении данных по достаточно большому числу единиц (закон больших чисел).**

3. **Явлениям дается количественная оценка, на основе которой раскрывается их качественное содержание.** Например, инфляция оценивается статистикой путем расчета индекса цен и потребительской стоимости сома; для количественного анализа безработицы применяется показатель занятости и коэффициент безработицы; эффективность использования основных фондов изучается исчислением фондоотдачи и фондоемкости.

При изучении и применении статистических методов всегда необходимо помнить о единстве количественной и качественной сто­рон изучаемого явления.

4. **Числовые значения показателей выступают базой исследования качественного содержания явлений.** Так, значение фондоотдачи, равное 1,2, свидетельствует о том, что на каждый рубль среднегодовой стоимости основных фондов произведено продукции стоимостью 1,2 сом. Месячный индекс цен 1,02 означает рост цен в 1,02 раза, или на 2% за месяц. Коэффициент безработицы 4% показывает долю численности безработных на определенную дату в обшей численности экономически активного населения, т.е. населения, предлагающего свой труд для производства товаров и услуг.

5. **Числовые характеристики одного и того же явления различны в пространстве и во времени.** Фондоотдача неодинакова для разных предприятий и отраслей, безработица зависит от территории, где проживает население, экономической ориентации региона. Цены изменяются неравномерно во времени и по регионам. Отсюда возникает необходимость в конкретизации статистических данных с точки зре­ния времени, места и объема исследуемой совокупности единиц. Статистический показатель «безработица» должен исчисляться на определенную дату для определенной группы экономически активного населения определенной территории. Фондоотдача рассчитывается за оп­ределенный временной интервал (например, год) по определенной совокупности основных фондов определенного цеха, предприятия, отрасли.

6. **Социально-экономические явления изучаются в динамике с целью выявления тенденций, направленности развития и прогнозирования будущих ситуаций.** Если сравнить показатели фондоотдачи за ряд лет, можно выявить общую закономерность изменения эффективности использования основных фондов.

7. **Отличительной особенностью статистики является изучение явлений во взаимосвязи и взаимозависимости.** Статистическими методами не просто исчисляется фондоотдача, но показывается, как изменение этого показателя влияет на динамику выпуска продукции на предприятии. Существует большая группа специальных статистических методов для изучения взаимосвязей: балансовый, корреляция, аналитические группировки, регрессионный анализ. Комплексным является индексный метод, позволяющий выявить не только динамику показателей, но и их взаимосвязи.

*В статистике применяется методы:*

* **массового статистического наблюдени*я —*** научно организованный сбор сведений об изучаемых социально-экономических процессах или явлениях:
* **метод статистических группировок и таблиц*.*** Статистическая сводка включают в себя распределение исходных данных по группам, качественно однородных по одному или нескольким признакам, и получение групповых итогов. Группировки подразделяются на простые и комбинационные, типологические структурные и аналитические, многомерные, первичные и. вторичные.

Результаты статистической группировки и сводки излагаются в виде ***статистических таблиц,*** являющихся наиболее рациональной систематизированной компактной и наглядной формы представления массовых данных.

**- метод анализа с помощью обобщающих показателей*.*** Статистический анализ является заключительной стадией статистического исследования.. Выделяют следующие основные *этапы анализа:*

-констатация фактов и их оценка

- установление. характерных черт и причин явления

сопоставление явления с другими, принятыми за базу сравнения- нормативными, плановыми и прочими явлениями

- формулирование гипотез, вывод и предположений

- статистическая проверка выдвинутых гипотез с помощью специальных статистических показателей

Характерны для статистических методов применение обобщающих показателей абсолютных и относительных величин, средних величин и индексных систем.

Любое социально-экономическое явление складывается из множества факторов, носителями которых выступают определенные единицы. Безработица — результат отсутствия работы у некоторого множества людей. Цена — характеристика определенных товаров. Себестоимость исчисляется для готовых изделий.

*Множество изучаемых статистикой единиц одного вида (население, продукция, основные фонды, предприятия), объединенных каким-то существенным признаком, но различающихся по другим признакам, называется* ***статистической совокупностью.***

Население Кыргызской Республики — статистическая совокупность, людей роднит проживание в стране. Статистическую совокупность «студенты» объединяет род занятий. Множество коммерческих предприятий занимаются определенным видом деятельности — торговлей. Объемной характеристикой любой совокупности выступает численность ее единиц, в учебной литературе, как правило, обозначаемая и. Объем совокупности может быть представлен численностью населения, числом предприятий или работающих, количеством произведенной продукции или реализованного товара.

В статистике эти количественные показатели, характеризующие размеры исследуемой совокупности, нередко называют ***физическим объемом.***

Отдельная единица может рассматриваться как элемент различных статистических совокупностей. Человек может изучаться как единица населения страны, как работник предприятия, как потребитель товара. Включение единиц в совокупность определяется изучаемым явлением: демография, рабочая сила, потребление товаров.

Единицы совокупности характеризуются набором признаков; например, каждый житель Кыргызской Республики имеет возраст, национальность, пол, род занятий. Значения перечисленных показателей меняются, варьируются от единицы к единице. Статистика изучает явления, оценивая *варьирующие признаки единиц совокупности.* Если наблюдается отдельная единица (определенный товар), то варьируемость значений признака связана с периодом времени (цена определенного товара колеблется во времени).

Значение признака может задаваться на дату (численность населения, остатки продукции или материалов на складах, остатки вкладов на банковских счетах) или за период, равный месяцу, кварталу, полугодию, году и т.д. (количество родившихся или умерших за год, численность эмигрировавшего и иммигрировавшего населения за квартал, уровень заработной платы работников за месяц).

Значение признака у отдельных единиц совокупности называется ***вариантой***и обозначается ***х****.* Варианта может принимать описательные значения, выражаемые словами: национальность — кыргыз, русский, татарин, чуваш, мариец. Такой признак называется ***атрибутивным.***

*Если атрибутивный признак принимает только два значения, то обозначается как* ***альтернативный.***Признак «пол» имеет только два значения: мужской или женский. Альтернативный признак «качество» принимает также два значения: либо продукция бракованная, либо нет.

При рассмотрении статистической совокупности можно задать некоторое значение *количественного признака* и анализировать подмножества единиц с большим или меньшим значением. Например, выбрать из совокупности рабочих предприятия тех работников, у которых стаж свыше 5 лет. В этом случае совокупность рабочих будет характеризо­ваться альтернативным признаком: стаж либо свыше 5 лет, либо до лет.

Количественный признак имеет значения, выражаемые числами: возраст, стаж работы, уровень заработной платы. *Количественные характеристики единиц совокупности и совокупности в целом* ***называются показателями.***Значения могут задаваться дискретными числами или некоторыми интервалами значений. Стаж работы можно определить перечислением полного числа лет (1, 2, 3, 4, 5 лет) или интервалами: до 3 лет, 3-5, 5-7, 7 и выше.

Интервал обычно читается следующим образом: от 3 до 5 лет, от 5 7 лет, при этом нижняя граница «от» включается в интервал, а верх-граница «до» — нет. Интервалы значений количественного признака бывают закрытыми, имеющими и нижнюю, и верхнюю границу открытыми, не имеющими нижней (до 3 лет) или верхней (7 лет и |выше) границы. Количественные признаки играют преобладающую в статистике.

*Задача статистического исследования —* дать обобщающую характеристику совокупности единиц на основании учета значений изучаемого признака отдельных единиц (определить, например, средний возраст студентов группы на основании индивидуальных данных о возрасте студентов); выявить связи между обобщающими рассчитанными показателями, проследить их динамику, т.е. выявить закономерности социально-экономического развития экономики в целом и структурных единиц.

Под *статистической закономерностью* будем понимать повторяемость, последовательность и порядок изменений в явлениях или тенденцию, свойственную большому числу наблюдаемых статистикой единиц. Рост цен в условиях спада производства закономерен, присущ большинству товаров. Повышение изношенности оборудования закономерно для большинства предприятий при отсутствии инвестиций, низкая рентабельность большинства предприятий закономерна при больших налогах и низкой прибыли.

**Лекция №2. Статистическое наблюдение**

Количественная характеристика социально-экономических процессов в непосредственной связи с их качественной сущностью невозможна без глубокого статистического исследования. Использование различных способов и приемов статистической методологии предполагает наличие исчерпывающей и достоверной информации об изучаемом объекте, что включает этапы сбора статистической информации и ее первичной обработки, сведения и группировки результатов наблюдения в определенные совокупности, обобщения и анализа полученных материалов.

Если при сборе статистических данных допущена ошибка или материал оказался недоброкачественным, это повлияет на правильность и достоверность как теоретических, так и практических выводов. Поэтому статистическое наблюдение от начальной до завершающей стадии должно быть тщательно продуманным и четко организованным.

***Статистическое наблюдение*** – это первая стадия всякого статистического исследования, представляющая собой научно организованный по единой программе учет фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни, и сбор полученных на основе этого учета массовых данных.

Однако не всякий сбор сведений является статистическим наблюдением. О статистическом наблюдении можно говорить лишь тогда, когда, во-первых, обеспечивается регистрация устанавливаемых фактов в специальных учетных документах и, во-вторых, изучаются статистические закономерности, т.е. такие, которые проявляются только в массовом процессе, в большом числе единиц какой-то совокупности. Поэтому статистическое наблюдение должно быть планомерным, массовым и систематическим.

К статистическому наблюдению предъявляются следующие требования:

1) полноты и практической ценности статистических данных;

2) достоверности и точности данных;

3) их единообразия и сопоставимости.

Любое статистическое исследование необходимо начинать с точной формулировки его цели и конкретных задач, а тем самым и тех сведений, которые могут быть получены в процессе наблюдения. После этого определяются объект и единица наблюдения, разрабатывается программа, выбираются вид и способ наблюдения.

**Объект наблюдения** – совокупность социально-экономических явлений и процессов, которые подлежат исследованию, или точные границы, в пределах которых будут регистрироваться статистические сведения. Например, при переписи населения необходимо установить, какое именно население подлежит регистрации – наличное, т.е. фактически находящееся в данной местности *в* момент переписи, или постоянное, т.е. живущее в данной местности постоянно.

В ряде случаев для отграничения объекта наблюдения пользуются тем или иным цензом. *Ценз* есть ограничительный признак, которому должны удовлетворять все единицы изучаемой совокупности.

**Единицей наблюдения** называется составная часть объекта наблюдения, которая служит основой счета и обладает признаками, подлежащими регистрации при наблюдении.

Так, например, при переписи населения единицей наблюдения является каждый отдельный человек.

**Программа наблюдения** – это перечень вопросов, по которым собираются сведения, либо перечень признаков и показателей, подлежащих регистрации. Программа наблюдения оформляется в виде бланка (анкеты, формуляра), в который заносятся первичные сведения. Необходимым дополнением к бланку является инструкция (или указания на самих формулярах), разъясняющая смысл вопроса. Состав и содержание вопросов программы наблюдения зависят от задач исследования и от особенностей изучаемого общественного явления.

Организационные вопросы статистического наблюдения включают в себя определение субъекта, места, времени, формы и способа наблюдения.

В статистической практике используются две организационные формы наблюдения – отчетность и специальное статистическое обследование.

**Отчетность** – это такая организационная форма, при которой единицы наблюдения представляют сведения о своей деятельности в виде формуляров регламентированного образца.

Особенность отчетности состоит в том, что она обязательна, документально обоснована и юридически подтверждена подписью руководителя.

Примером второй формы наблюдения – **специального статистического обследования** – является проведение переписей населения.

В зависимости от задач статистического исследования и характера изучаемого явления учет фактов можно производить:

- систематически, постоянно охватывая факты по мере их возникновения – это будет текущее наблюдение (отчетность);

- регулярно, но не постоянно, а через определенные промежутки времени – это будет периодическое наблюдение (переписи населения).

С точки зрения полноты охвата фактов статистическое наблюдение может быть сплошным и несплошным.

**Сплошное наблюдение** представляет собой полный учет всех единиц изучаемой совокупности.

**Несплошное наблюдение** организуют как учет части единиц совокупности, на основе которой можно получить обобщающую характеристику всей совокупности.

К видам несплошного наблюдения относятся: *способ основного массива, выборочные наблюдения, монографические описания*.

При *непосредственном учете фактов* сведения получают путем личного учета единиц совокупности: пересчета, взвешивания, измерения и т.д.

*Документальный способ* сбора статистической информации базируется на систематических записях в первичных документах, подтверждающих тот или иной факт.

В ряде случаев для заполнения статистических формуляров прибегают к *опросу населения,* который может быть произведен *экспедиционным, анкетным* или *корреспондентским* способом.

Существуют различные способы формирования выборочной совокупности. Это, во-первых, индивидуальный отбор, включающий такие разновидности, как собственно случайный, механический, стратифицированный, и, во-вторых, серийный, или гнездовой, отбор.

**Лекция №3. Сводка и группировка статистических материалов.**

Собранный в процессе статистического наблюдения материал нуждается в определенной обработке, сведении разрозненных данных воедино. Научно организованная обработка материалов наблюдения (по заранее разработанной программе), включающая в себя кроме обязательного контроля собранных данных систематизацию, группировку материалов, составление таблиц, получение итогов и производных показателей (средних, относительных величин), называется в статистике **сводкой.**

Сводка представляет собой второй этап статистического исследования. Целью сводки является получение на основе сведенных материалов обобщающих статистических показателей, отражающих сущность социально-экономических явлений и определенные статистические закономерности.

Статистическая сводка осуществляется по программе, которая должна разрабатываться еще до сбора статистических данных, практически одновременно с составлением плана и программы статистического наблюдения. Программа сводки включает определение групп и подгрупп; системы показателей; видов таблиц.

**Группировка** – это разбиение совокупности на группы, однородные по какому-либо признаку. С точки зрения отдельных единиц совокупности группировка – это объединение отдельных единиц совокупности в группы, однородные по каким-либо признакам.

Устойчивое разграничение объектов выражается **классификацией,** которая основывается на самых существенных признаках (например, классификация отраслей народного хозяйства, классификация основных фондов и т.д.). Таким образом, классификация – это узаконенная, общепринятая, нормативная группировка.

Метод группировки основывается на следующих категориях – это группировочный признак, интервал группировки и число групп.

**Группировочный признак** – это признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы.

**Интервал** очерчивает количественные границы групп. Как правило, он представляет собой промежуток между максимальными и минимальными значениями признака в группе. Интервалы бывают:

*равные,* когда разность между максимальным и минимальным значениями в каждом из интервалов одинакова;

*неравные,* когда, например, ширина интервала постепенно увеличивается, а верхний интервал часто не закрывается вовсе;

*открытые,* когда имеется только либо верхняя, либо нижняя граница;

*закрытые,* когда имеются и нижняя, и верхняя границы.

**Определение числа групп**. Здесь необходимо учитывать несколько условий:

а) число групп детерминируется уровнем колеблемости группировочного признака.

Чем значительнее вариация признака, тем больше при прочих равных условиях должно быть групп;

б) число групп должно отражать реальную структуру изучаемой совокупности;

в) не допускается выделение пустых групп. Если проблема пустых групп все же возникает, при проведении структурных группировок используют неравные интервалы.

При проведении группировки приходится решать ряд задач:

1) выделение группировочного признака;

2) определение числа групп и величины интервалов;

3) при наличии нескольких группировочных признаков описание того, как они комбинируются между собой;

4) установление показателей, которыми должны характеризоваться группы, т.е. сказуемого группировки.

Статистические группировки и классификации преследуют цели выделения качественно однородных совокупностей, изучения структуры совокупности, исследования существующих зависимостей. Каждой из этих целей соответствует особый вид группировки: типологическая, структурная, аналитическая (факторная).

*Типологическая* группировка решает задачу выявления и характеристики социально-экономических типов (частных подсовокупностей).

*Структурная* дает возможность описать составные части совокупности или строение типов, а также проанализировать структурные сдвиги.

*Аналитическая* (факторная) группировка позволяет оценивать связи между взаимодействующими признаками.

В зависимости от числа положенных в их основание признаков различают простые и многомерные группировки.

Группировка, выполненная по одному признаку, называется *простой.*

*Многомерная* группировка производится по двум и более признакам. Частным случаем многомерной группировки является *комбинационная группировка,* базирующаяся на двух и более признаках, взятых во взаимосвязи, в комбинации.

**Структурная группировка** применяется для характеристики структуры совокупности и структуры сдвигов.

Структурный называется группировка, в которой происходит разделение выделенных с помощью технологической группировки типов явлений, однородных совокупностей на группы, характеризующие их структуру по какого либо варьирующему признаку. Например, группировка населения по размеру среднедушевого дохода. Анализ структурных группировок взятых за ряд периодов или моментов времени, показывает изменения структуры изучаемых явлений, то есть структурные сдвиги. В изменении структуры общественных явлений отражаются важнейшие закономерности их развития.

Показатель численности групп представлен либо частотой (количеством единиц в каждой группе), либо частотностью (удельным весом каждой группы).

Среди простых группировок особо выделяют ряды распределения.

*Ряд распределения –* это группировка, в которой для характеристики групп (упорядоченно расположенных по значению признака) применяется один показатель – численность группы. Другими словами, это ряд чисел, показывающий, как распределяются единицы некоторой совокупности по изучаемому признаку.

Ряды, построенные по атрибутивному признаку, называются *атрибутивными рядами распределения.*

Ряды распределения, построенные по количественному признаку, называются *вариационными рядами.*

Примером атрибутивных рядов могут служить распределения населения по полу, занятости, национальности, профессии и т.д.

Примером вариационного ряда распределения могут служит распределения населения по возрасту, рабочих – по стажу работы, заработной плате и т.д.

Вариационные ряды распределения состоят их двух элементов вариантов и частот.

**Вариантами** называются числовые значения количественного признака в ряду распределения, они могут быть положительными и отрицательными, абсолютными и относительными.

**Частоты** – это численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда.

Сумма всех частот называется объемом совокупности и определяет число элементов всей совокупности.

Вариационные ряды в зависимости от характера вариации подразделяются на дискретные и интервальные.

**Лекция №4. Графический метод изучения статистических данных**

Полученные в результате сводки или статистического анализа в целом числовые показатели могут быть представлены не только в табличной, но и в графической форме. Использование графиков для представления статистической информации позволяет придать статистическим данным наглядность и выразительность, облегчить их восприятие, а во многих случаях и анализ. Многообразие графических представлений статистических показателей дает огромные возможности для наиболее выразительной демонстрации явления или процесса.

**Графиками**в статистике называются условные изображения числовых величин и их соотношений в виде различных геометрических образов – точек, линий, плоских фигур и т. п.

Статистический график позволяет сразу оценить характер изучаемого явления, присущие ему закономерности и особенности, тенденции развития, взаимосвязь характеризующих его показателей.

Каждый график состоит из графического образа и вспомогательных элементов.

**Графический образ**– это совокупность точек, линий и фигур, с помощью которых изображаются статистические данные. Вспомогательные элементы графика включают общее название графика, оси координат, шкалы, числовые сетки и числовые данные, дополняющие и уточняющие изображаемые показатели. Вспомогательные элементы облегчают чтение графика и его истолкование.

Название графика должно кратко и точно раскрывать его содержание. Пояснительные тексты могут располагаться в пределах графического образа или рядом с ним либо выноситься за его пределы.

Оси координат с нанесенными на них шкалами и числовые сетки необходимы для построения графика и пользования им. Шкалы могут быть прямолинейными или криволинейными (круговыми), равномерными (линейными) и неравномерными.

Нередко целесообразно применять так называемые сопряженные шкалы, построенные на одной или двух параллельных линиях. Чаще всего одна из сопряженных шкал используется для отсчета абсолютных величин, а вторая – соответствующих им относительных. Числа на шкалах проставляются равномерно, при этом последнее число должно превышать максимальный уровень показателя, значение которого отсчитывается по этой шкале. Числовая сетка, как правило, должна иметь базовую линию, роль которой обычно играет ось абсцисс.

Статистические графики можно классифицировать по разным признакам: назначению (содержанию), способу построения и характеру графического образа.

По содержанию или назначению можно выделить:

1) графики сравнения в пространстве;

2) графики различных относительных величин (структуры, динамики и др.);

3) графики вариационных рядов;

4) графики размещения по территории;

5) графики взаимосвязанных показателей и т. д.

По способу построения графики можно разделить на диаграммы и статистические карты.

Диаграммы – наиболее распространенный способ графических изображений. Это графики количественных отношений.

Виды и способы их построения разнообразны. Диаграммы применяются для наглядного сопоставления в различных аспектах (пространственном, временном и др.) независимых друг от друга величин: территорий, населения и т. д. При этом сравнение исследуемых совокупностей производится по какому-либо существенному варьирующему признаку.

Статистические карты – графики количественного распределения по поверхности. По своей основной цели они близко примыкают к диаграммам и специфичны лишь в том отношении, что представляют собой условные изображения статистических данных на контурной географической карте, т. е. показывают пространственное размещение или пространственную распространенность статистических данных.

По характеру графического образа различают графики точечные, линейные, плоскостные (столбиковые, полосовые, квадратные, круговые, секторные, фигурные) и объемные. При построении точечных диаграмм в качестве графических образов применяются совокупности точек, при построении линейных – линии. Основной принцип построения всех плоскостных диаграмм сводится к тому, что статистические величины изображаются в виде геометрических фигур.

Статистические карты по графическому образу делятся на картограммы и картодиаграммы.

В зависимости от круга решаемых задач выделяются диаграммы сравнения, структурные диаграммы и диаграммы динамики.

Наиболее распространенными диаграммами сравнения являются столбиковые диаграммы, принцип построения которых состоит в изображении статистических показателей в виде поставленных по вертикали прямоугольников – столбиков.

Каждый столбик изображает величину отдельного уровня исследуемого статистического ряда. Таким образом, сравнение статистических показателей возможно потому, что все сравниваемые показатели выражены в одной единице измерения. При построении столбиковых диаграмм необходимо начертить систему прямоугольных координат, в которой располагаются столбики.

На горизонтальной оси располагаются основания столбиков, величина основания определяется произвольно, но устанавливается одинаковой для всех. Шкала, определяющая масштаб столбиков по высоте, расположена по вертикальной оси. Величина каждого столбика по вертикали соответствует размеру изображаемого на графике статистического показателя.

Таким образом, у всех столбиков, составляющих диаграмму, переменной величиной является только одно измерение.

Размещение столбиков в поле графика может быть различным:

1) на одинаковом расстоянии друг от друга;

2) вплотную друг к другу;

3) в частном наложении друг на друга.

Правила построения столбиковых диаграмм допускают одновременное расположение на одной горизонтальной оси изображений нескольких показателей. В этом случае столбики располагаются группами, для каждой из которых может быть принята разная размерность варьирующих признаков.

Разновидности столбиковых диаграмм составляют так называемые ленточные (или полосовые) диаграммы. Их отличие состоит в том, что масштабная шкала расположена по горизонтали сверху, и она определяет величину полос по длине.

Область применения столбиковых и полосовых диаграмм одинакова, так как идентичны правила их построения. О

дномерность изображаемых статистических показателей и их од-номасштабность для различных столбиков и полос требуют выполнения единственного положения: соблюдения соразмерности (столбиков – по высоте, полос – по длине) и пропорциональности изображаемым величинам.

Для выполнения этого требования необходимо: во-первых, чтобы шкала, по которой устанавливается размер столбика (полосы), начиналась с нуля; во-вторых, эта шкала должна быть непрерывной, т. е. охватывать все числа данного статистического ряда; разрыв шкалы и, соответственно, столбиков (полос) не допускается.

Невыполнение указанных правил приводит к искаженному графическому представлению анализируемого статистического материала.

Столбиковые и полосовые диаграммы как прием графического изображения статистических данных, по существу, взаимозаменяемы, т. е. рассматриваемые статистические показатели равно могут быть представлены как столбиками, так и полосами.

И в том и в другом случае для изображения величины явления используется одно измерение каждого прямоугольника – высота столбика или длина полосы. Поэтому и сфера применения этих двух диаграмм в основном одинакова.

Разновидностью столбиковых (ленточных) диаграмм являются направленные диаграммы. Они отличаются от обычных двусторонним расположением столбиков или полос и имеют начало отсчета по масштабу в середине.

Обычно такие диаграммы применяются для изображения величин противоположного качественного значения.

Сравнение между собой столбиков (полос), направленных в разные стороны, менее эффективно, чем расположенных рядом в одном направлении.

Несмотря на это, анализ направленных диаграмм позволяет делать достаточно содержательные выводы, так как особое расположение придает графику яркое изображение.

К группе двусторонних относятся диаграммы чистых отклонений. В них полосы направлены в обе стороны от вертикальной нулевой линии: вправо – для прироста, влево – для уменьшения.

С помощью таких диаграмм удобно изображать отклонения от плана или некоторого уровня, принятого за базу сравнения. Важным достоинством рассматриваемых диаграмм является возможность видеть размах колебаний изучаемого статистического признака, что само по себе имеет большое значение для анализа.

Для простого сравнения независимых друг от друга показателей могут также использоваться диаграммы, принцип построения которых состоит в том, что сравниваемые величины изображаются в виде правильных геометрических фигур, которые строятся так, чтобы площади их относились между собой как количества, этими фигурами изображаемые.

Другими словами, эти диаграммы выражают величину изображаемого явления размером своей площади.

Для получения диаграмм рассматриваемого типа используют разнообразные геометрические фигуры – квадрат, круг, реже – прямоугольник. Известно, что площадь квадрата равна квадрату его стороны, а площадь круга определяется пропорционально квадрату его радиуса.

Поэтому для построения диаграмм необходимо сначала из сравниваемых величин извлечь квадратный корень, затем на базе полученных результатов определить сторону квадрата или радиус круга соответственно принятому масштабу.

Наиболее выразительным и легко воспринимаемым является способ построения диаграмм сравнения в виде фигур-знаков.

В этом случае статистические совокупности изображаются не геометрическими фигурами, а символами или знаками. Достоинство такого способа графического изображения заключается в высокой степени наглядности, в получении подобного отображения, отражающего содержание сравниваемых совокупностей.

Важнейший признак любой диаграммы – масштаб. Поэтому, чтобы правильно построить фигурную диаграмму, необходимо определить единицу счета.

В качестве последней принимается отдельная фигура (символ), которой условно присваивается конкретное числоаое значение. А исследуемая статистическая величина изображается отдельным количеством одинаковых по размеру фигур, последовательно располагающихся на рисунке.

Однако в большинстве случаев не удается изобразить статистический показатель целым количеством фигур. Последнюю из них приходится делить на части, так как по масштабу один знак является слишком крупной единицей измерения. Обычно эта часть определяется на глаз.

Сложность точного ее определения является недостатком фигурных диаграмм. Однако большая точность представления статистических данных не преследуется, и результаты получаются вполне удовлетворительными.

Как правило, фигурные диаграммы широко используются для популяризации статистических данных и рекламы.

Основное строение структурных диаграмм заключается в графическом представлении состава статистических совокупностей, характеризующихся как соотношение различных частей каждой из совокупностей. Состав статистической совокупности графически может быть представлен как с помощью абсолютных, так и относительных показателей.

В первом случае не только размеры частей, но и размер графика в целом определяются статистическими величинами и изменяются в соответствии с изменениями последних. Во втором – размер всего графика не меняется (так как сумма всех частей любой совокупности составляет 100%), а меняются только размеры отдельных его частей. Графическое изображение состава совокупности по абсолютным и относительным показателям способствует проведению более глубокого анализа и позволяет проводить международные сопоставления и сравнения социально-экономических явлений.

Наиболее распространенным способом графического изображения структуры статистических совокупностей является секторная диаграмма, которая считается основной формой диаграммы такого назначения.

Это объясняется тем, что идея целого очень хорошо и наглядно выражается кругом, который представляет всю совокупность. Удельный вес каждой части совокупности в секторной диаграмме характеризуется величиной центрального угла (угол между радиусами круга).

Сумма всех углов круга, равная 360°, приравнивается к 100%, а следовательно, 1% принимается равным 3,6°. Применение секторных диаграмм позволяет не только графически изобразить структуру совокупности и ее изменение, но и показать динамику численности этой совокупности.

Для этого строятся круги, пропорциональные объему изучаемого признака, а затем секторами выделяются его отдельные части.

Рассмотренный способ графического изображения структуры совокупности имеет как достоинства, так и недостатки. Так, секторная диаграмма сохраняет наглядность и выразительность лишь при небольшом числе частей совокупности, в противном случае ее применение малоэффективно.

Кроме того, наглядность секторной диаграммы снижается при незначительных изменениях структуры изображаемых совокупностей: она выше, если существеннее различия сравниваемых структур.

Преимуществом столбиковых (ленточных) структурных диаграмм по сравнению с секторными является их большая емкость, возможность отразить более широкий объем полезной информации. Однако эти диаграммы более эффективны при малых различиях в структуре изучаемой совокупности.

Для изображения и вынесения суждений о развитии явления во времени строятся диаграммы динамики. Для наглядного изображения явлений в рядах динамики используются диаграммы столбиковые, ленточные, квадратные, круговые, линейные, радиальные и др. Выбор вида диаграмм зависит в основном от особенностей исходных данных, цели исследования. Например, если имеется ряд динамики с несколькими неравно отстоящими уровнями во времени (1914, 1049, 1980, 1985, 1996, 2003 гг.), то часто для наглядности используют столбиковые, квадратные или круговые диаграммы. Они зрительно впечатляют, хорошо запоминаются, но не годны для изображения большого числа уровней, так как громоздки.

Когда число уровней в ряду динамики велико, целесообразно применять линейные диаграммы, которые воспроизводят непрерывность процесса развития в виде непрерывной ломаной линии. Кроме того, линейные диаграммы удобно использовать:

1) если целью исследования является изображение общей тенденции и характера развития явления;

2) когда на одном графике необходимо изобразить несколько динамических рядов с целью их сравнения;

3) если наиболее существенным является сопоставление темпов роста, а не уровней.

Для построения линейных графиков применяют систему прямоугольных координат. Обычно по оси абсцисс откладывается время (годы, месяцы и т. д.), а по оси ординат – размеры изображаемых явлений или процессов.

На оси ординат наносят масштабы. Особое внимание следует обратить на их выбор, так как от этого зависит общий вид графика.

Обеспечение равновесия, пропорциональности между осями координат необходимо в графике в связи с тем, что нарушение равновесия между осями координат дает неправильное изображение развития явления.

Если масштаб для шкалы на оси абсцисс очень растянут по сравнению с масштабом на оси ординат, то колебания в динамике явлений мало выделяются, и, наоборот, увеличение масштаба по оси ординат по сравнению с масштабом на оси абсцисс дает резкие колебания. Равным периодам времени и размерам уровня должны соответствовать равные отрезки масштабной шкалы.

В статистической практике чаще всего применяются графические изображения с равномерными шкалами. По оси абсцисс они берутся пропорционально числу периодов времени, а по оси ординат – пропорционально самим уровням. Масштабом равномерной шкалы будет длина отрезка, принятого за единицу.

Нередко на одном линейном графике приводится несколько кривых, которые дают сравнительную характеристику динамики различных показателей или одного и того же показателя.

Однако на одном графике не следует помещать более 3-4 кривых, так как большое их количество неизбежно осложняет чертеж и линейная диаграмма теряет наглядность. В некоторых случаях нанесение на один график двух кривых дает возможность одновременно изобразить динамику третьего показателя, если он является разностью первых двух.

Например, при изображении динамики рождаемости и смертности площадь между двумя кривыми показывает величину естественного прироста или естественной убыли населения.

Иногда необходимо сравнить на графике динамику двух показателей, имеющих различные единицы измерения. В таких случаях понадобится не одна, а две масштабные шкалы. Оду из них размещают справа, другую – слева.

Однако такое сравнение кривых не дает достаточно полной картины динамики этих показателей, так как масштабы произвольны. Поэтому сравнение динамики уровня двух разнородных показателей следует осуществлять на основе использования одного масштаба после преобразования абсолютных величин в относительные.

Линейные диаграммы с линейной шкалой имеют один недостаток, снижающий их познавательную ценность: равномерная шкала позволяет измерять и сравнивать только отраженные на диаграмме абсолютные приросты или уменьшения показателей на протяжении исследуемого периода.

Однако при изучении динамики важно знать относительные изменения исследуемых показателей по сравнению с достигнутым уровнем или темпы их изменения. Именно относительные изменения экономических показателей динамики искажаются при их изображении на координатной диаграмме с равномерной вертикальной шкалой.

Кроме того, в обычных координатах теряет всякую наглядность и даже становится невозможным изображение для рядов динамики с резко изменяющимися уровнями, которые обычно имеют место в динамических рядах за длительный период времени.

В этих случаях следует отказаться от равномерной шкалы и положить в основу графика полулогарифмическую систему.

Основная идея полулогарифмической системы состоит в том, что в ней равным линейным отрезкам соответствуют равные значения логарифмов чисел.

Такой подход имеет преимущество: возможность уменьшения размеров больших чисел через их логарифмический эквивалент.

Однако с масштабной шкалой в виде логарифмов график малодоступен для понимания. Необходимо рядом с логарифмами, обозначенными на масштабной шкале, проставить сами числа, характеризующие уровни изображаемого ряда динамики, которые соответствуют указанным числам логарифмов.

Такого рода графики носят название графиков на полулогарифмической сетке. Полулогарифмической сеткой называется сетка, в которой на одной оси нанесен линейный масштаб, а на другой – логарифмический.

Динамику изображают и радиальные диаграммы, строящиеся в полярных координатах. Радиальные диаграммы преследуют цель наглядного изображения определенного ритмического движения во времени. Чаще всего эти диаграммы применяются для иллюстрации сезонных колебаний.

Радиальные диаграммы разделяются на замкнутые и спиральные. По технике построения радиальные диаграммы отличаются друг от друга в зависимости от того, что взято в качестве пункта отсчета – центр круга или окружность.

Замкнутые диаграммы отражают внутригодичный цикл динамики какого-либо одного года. Спиральные диаграммы показывают внутригодичный цикл динамики за ряд лет.

Построение замкнутых диаграмм сводится к следующему: вычерчивается круг, среднемесячный показатель приравнивается к радиусу этого круга. Затем весь круг делится на 12 радиусов, которые на графике приводятся в виде тонких линий.

Каждый радиус обозначает месяц, причем расположение месяцев аналогично циферблату часов: январь – в том месте, где на часах 1, февраль – где 2 и т. д.

На каждом радиусе делается отметка в определенном месте согласно масштабу исходя из данных за соответствующий месяц. Если данные превышают среднегодовой уровень, отметка делается за пределами окружности на продолжении радиуса. Затем отметки различных месяцев соединяются отрезками.

Если же в качестве базы для отчета взять не центр круга, а окружность, такого рода диаграммы называются спиральными. Построение спиральных диаграмм отличается от замкнутых тем, что в них декабрь одного года соединяется не с январем данного же года, а с январем следующего года.

Это дает возможность изобразить весь ряд динамики в виде спирали. Особенно наглядна такая диаграмма, когда наряду с сезонными изменениями происходит неуклонный рост из года в год.

Статистические карты представляют собой вид графических изображений статистических данных на схематичной географической карте, характеризующих уровень или степень распространения того или иного явления на определенной территории. Средствами изображения территориального размещения являются штриховка, фоновая раскраска или геометрические фигуры. Различают картограммы и картодиаграммы.

**Картограммы**– это схематическая географическая карта, на которой штриховкой различной густоты, точками или окраской определенной степени насыщенности показывается сравнительная интенсивность какого-либо показателя в пределах каждой единицы нанесенного на карту территориального деления (например, плотность населения по областям или республикам, распределения районов по урожайности зерновых культур и т. п.). Картограммы делятся на фоновые и точечные.

**Картограмма фоновая**– вид картограммы, на которой штриховкой различной густоты или окраской определенной степени насыщенности показывают интенсивность какого-либо показателя в пределах территориальной единицы.

**Картограмма точечная**– вид картограммы, где уровень выбранного явления изображается с помощью точек. Точка изображает одну единицу в совокупности или некоторое их количество, показывая на географической карте плотность или частоту проявления определенного признака.

Фоновые картограммы, как правило, используются для изображения средних или относительных показателей, точечные – для объемных (количественных) показателей (таких, как численность населения, поголовье скота и т. д.).

Вторую большую группу статистических карт составляют картодиаграммы, представляющие собой сочетание диаграмм с географической картой.

В качестве изобразительных знаков в картодиаграммах используются диаграммные фигуры (столбики, квадраты, круги, фигуры, полосы), которые размещаются на контуре географической карты. Картодиаграммы дают возможность географически отразить более сложные статистико-географические построения, чем картограммы. Среди картодиаграмм следует выделить картодиаграммы простого сравнения, графики пространственного перемещения, изолинии.

На картодиаграмме простого сравнения в отличие от обычной диаграммы диаграммные фигуры, изображающие величины исследуемого показателя, расположены не в ряд, как на обычной диаграмме, а разносятся по всей карте в соответствии с тем районом, областью или страной, которые они представляют. Элементы простейшей картодиаграммы можно обнаружить на политической карте, где города отличаются различными геометрическими фигурами в зависимости от числа жителей.

**Изолинии**– это линии равного значения какой-либо величины в ее распространении на поверхности, в частности на географической карте или графике. Изолиния отражает непрерывное изменение исследуемой величины в зависимости от двух других переменных и применяется при картографировании природных и социально-экономических явлений. Изолинии используются для получения количественных характеристик исследуемых величин и для анализа корреляционных связей между ними.

**Лекция №5.Статистические показатели**

**Абсолютными величинами** называются в статистике количественные показатели, которые характеризуют размеры (уровень, объем, численность) изучаемых общественных явлений. Абсолютная величина отражает уровень развития явления.

В статистике все абсолютные величины являются именованными, измеряются в конкретных единицах (человеках, сомах ,штуках, киловатт-часах, человеко днях, человеко-часах и т.д.) и , в отличие от математического понятия абсолютной величины могут быть как положительными, так и отрицательными(убытки, убыль, потери и т.д.).

С точки зрения конкретного исследования совокупность абсолютных величин можно рассматривать как состоящую из показателей *индивидуальных,* характеризующих размер признака у отдельных единиц совокупности, и *суммарных* характеризующих итоговое значение признака по определенной части совокупности.

Поскольку абсолютные показатели — это основа всех форм учета и приемов количественного анализа, то следует разграничивать **моментные и интервальные абсолютные величины.**

***Моментные***показывают фактическое наличие или уровень явления на определенный момент, дату (например, наличие запасов материалов или оборотных средств, величина незавершенного производства, численность проживающих и т.д.).

***Интервальные***— итоговый накопленный результат за период в целом (объем произведенной продукции за месяц или год, прирост населения за определенный период, величина валового сбора зерна за год и за пятилетку и т.п.). В отличие от моментных интервальные абсолютные величины допускают их последующее суммирование.

Сама по себе абсолютная величина не дает полного представления об изучаемом явлении, не показывает его структуру, соотношение между отдельными частями, развитие во времени. Эти функции выполняют определяемые на основе абсолютных величин относительные показатели.

**Единицы измерения бывают *натуральными и стоимостными.***Натуральные единицы измерения отражают конкретные свойства единиц совокупности или ее объем. Если исследуется одно свойство или объем совокупности, единица измерения *простая.* Количество добытого угля выражается в тоннах, протяженность перевозок — в километрах, жирность молока — в процентах, количество произведенных изделий — в штуках, численность населения — в человеках.

Если одновременно изучается два свойства единиц совокупности, используются *составные* натуральные единицы измерения. Объем перевозок на транспорте, например, задается в тонно-километрах, т.е. измеряется и протяженность пути, и масса перевозимых грузов. Составные единицы измерения широко применяются при учете затрат труда на изготовление продукции: человеко-дни показывают, сколько дней отработали все работники; человеко-часы — это число отработанных всеми работниками часов. Количество энергии, выработанной электростанциями, представляется в киловаттах-часах (учитывается мощность электростанций и продолжительность работы).

Значения признака в составных единицах измерения получаются перемножением значений в простых единицах. При численности рабочих предприятия 500 человек и фактической продолжительности рабочего дня 7 часов отработанное время при 22 рабочих днях в месяце составит 77 000 чел.-ч (7 • 22 • 500).

При проявлении некоторого свойства у единиц совокупности в разной степени применяются ***условные натуральные единицы*** измерения: значения признака отдельных разновидностей единиц совокупности пересчитываются на основании коэффициентов пересчета в значения эталонной единицы.

***Стоимостные, или денежные, единицы измерения*** позволяют агрегировать, суммировать данные, относящиеся к разноименным единицам совокупности. Стоимостные измерители относятся к расчетным: цена умножается на количество единиц, суммируются стоимости различных единиц. В денежных единицах представляются объемы Исследуемой статистической совокупности (объем произведенной продукции, стоимость реализованного товара, остатки материалов на складе).

При использовании в статистическом исследовании стоимостных показателей необходимо учитывать инфляцию, изменение цен. Отсюда возникает необходимость оценивать совокупности в текущих ценах, действующих в отчетном периоде, и сопоставимых ценах, применяемых в прошлом (базисном) периоде. Приведение текущих цен к базисным производится на основе учета темпа инфляции, обесценивания сом. Если за месяц цены возросли в 1,02 раза, то текущая стоимость товара на конец месяца, равная 1500 сом., в базисных ценах начала месяца составит 1470,6 сом. (1500: 1,02).

Отметим, что в торговле в последние годы достаточно широко используются так называемые условные денежные единицы (у.е.), выступающие долларовым эквивалентом рублевой стоимости товара на момент его реализации. Пересчет стоимости, выраженной в у.е., в сомы производится по курсу доллара на момент расчета. Товар стоимостью 120 у.е. при курсе доллара на момент реализации 46,2 имеет сомовую стоимость 5Q4 (120\*46,2).

**Относительная величина** — это показатель, показывающий соотношение двух абсолютных величин. Знаменатель относительной величины называется *базой сравнения* или *основанием,* числитель — *сравниваемой величиной.*

Относительная величина представляется коэффициентом, в процентах (%) или промилле *(%о).* Чтобы получить проценты, коэффициент умножают на 100, промилле — на 1000.

Если коэффициент больше единицы, он показывает, во сколько раз числитель формулы расчета относительной величины больше знаменателя. При процентном представлении относительной величины можно узнать, на сколько процентов числитель больше знаме­нателя: для этого от значения относительной величины отнимается 100%.

Если числитель формулы расчета относительной величины меньше основания, т.е. коэффициент меньше единицы, то относительная величина представляется в процентах. Отрицательная разность значения относительной величины и 100% показывает, на сколько процентов сравниваемая величина меньше базы сравнения.

*Сравниваемые показатели должны быть сопоставимы по программе и методологии статистического наблюдения, по периодам или моментам расчета, в территориальном разрезе, по оценке (сопоставимые цены или одинаковая единица измерения).*

**Область применения промилле**

Статистический термин «промилле» требует пояснения. *Промилле применяется, если сравниваемая абсолютная величина намного меньше базы сравнения,* и широко используется в демографической статистике, где рождаемость, смертность, естественный прирост или убыль населения и другие показатели рассчитываются на 1000 человек населения. Расчет в промилле дает более корректный результат, поскольку делается, как и в процентах, с точностью до одного десятичного знака.

Условием корректного расчета относительной величины выступает сравнимость показателей числителя и знаменателя формулы расчета по методологии статистического наблюдения, сопоставимости статистических совокупностей, приемам получения абсолютных величин (подсчет, измерение, суммирование), методам расчета стоимостных показателей, продолжительности временных периодов или датам абсолютных величин.

**Относительные величины выполнения плана**

*В зависимости от экономического содержания и методологии расчета различают относительные величины:*

***1) выполнения плана, 2)структуры, 3)координации, 4)сравнения, 5) интенсивности развития, 6)динамики.***

***Относительная величина выполнения плана*** *—* результат сравнения фактического значения показателя с его плановым, нормативным, эталонным или средним значением:

Факт

ОВ вып.пл=--------------

План

На практике различают две разновидности относительных показателей выполнения плана. В первом случае сравниваются фактические и плановые уровни. Во втором случае в плановом задании устанавливается абсолютная величина прироста или снижения показателя и соответственно проверяется степень выполнения плана по этой величине.

***Относительная величина планового задания*** рассчитывается как отношение уровня, запланированного на предстоящий период, к уровню, фактически сложившемуся в предшествующем периоде.

**Относительные величины структуры**

***Относительная величина структуры*** — отношение численности единиц или объема изучаемого признака части совокупности к количеству единиц или объему признака всей совокупности.

**Относительные величины структуры х**арактеризуют доли, удельные веса составных элементов в общем итоге и часто обозначается ***d.***. Их получают в форме процентного содержания:

**d=Уровень части совокупности / Суммарный уровень совокупности\*100**

*Относительные величины структуры* применяются для изучения состава статистической совокупности, ее внутреннего строения. Сравнение структуры некоторой совокупности во времени позволяет выявить структурные изменения, происходящие в явлении.

Структурные показатели очень широко используются в статистике: при анализе структуры ВНП и ВРП; инвестиций по отраслям экономики, источникам финансирования, объектам; состава поголовья скота по категориям хозяйств; структуры основных фондов и фонда оплаты; состава себестоимости продукции по элементам затрат. Относительные величины структуры исчисляются статистикой труда, национального богатства, населения и уровня жизни.

*Инвестиции в экономику* изучаются по доле долгосрочных и краткосрочных финансовых вложений; инвестиций в основной капитал, капитальный ремонт основных фондов, в нематериальные активы, прирост запасов материальных оборотных средств; доле прямых и портфельных зарубежных инвестиций

*В социально-демографической статистике* изучается ***структура населения*** по месту жительства (городское и сельское), полу (женщины, мужчины), возрасту, семейному положению, национальности, источникам средств существования, уровню образования.

Анализ *структуры доходов* и ее изменения — важная задача статистики населения. Валовой доход складывается из денежного и натурального доходов. Последний включает стоимость натуральных поступлений продуктов питания и предоставленных в натуральном выражении дотаций и льгот.

К социальным трансфертам относятся пенсии по возрасту, инвалидности, по случаю потери кормильца, за выслугу лет, социальные пенсии для многодетных семей; пособия на ребенка в возрасте до 16 лет, по уходу за ребенком до достижения им возраста 1,5 года, при рождении ребенка, по безработице; дотации, льготы или натуральная помощь.

Дотации и льготы могут быть предоставлены на питание, оплату транспортных расходов, жилья, отдыха, на медицинское обслуживание, содержание детей в дошкольных учреждениях, на обучение, подарки от предприятий или благотворительных фондов, покупку това­ров по сниженным ценам.

Часть доходов домохозяйств поступает государству в форме налогов, обязательных платежей и взносов, а другая часть расходуется на личное потребление, промежуточное потребление и валовое накопление, личное сбережение.

*Потребительские расходы* включают покупку продуктов питания, питание вне дома, покупку алкогольных напитков и непродовольственных товаров, оплату услуг.

Питание относится к наиболее важным потребностям, которые удовлетворяются в первую очередь. Поэтому доля затрат на питание служит адекватным показателем материального уровня жизни населения. Чем ниже эта доля, тем выше уровень благосостояния людей.

Необходимо анализировать и структуру *расходов семей на питание,* ее динамику. Рацион питания значительно изменился в результате финансового кризиса. Многие семьи не могут позволить себе большого разнообразия в рационе питания. В немалой степени спасают ситуацию собственные сады и огороды. С начала проведения реформ произошло существенное снижение потребления всех основных, наиболее ценных в биологическом отношении продуктов питания. В результате понизилось потребление животного белка, витаминов, макро- и микроэлементов, биологически активных веществ, регулирующих и поддерживающих работу внутренних органов и систем.

К расходам на промежуточное потребление и валовое накопление относятся затраты на ведение личного подсобного хозяйства, расходы на покупку недвижимости, ювелирных изделий, стройматериалов для нового строительства и капитального ремонта, оплата услуг по новому строительству и капитальному ремонту.

**Относительные величины координации**

**Относительные величины координации (ОВК).** Характеризуют отношение частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения. ОВК показывают, во сколько раз одна часть совокупности больше другой либо сколько единиц одной части приходится на 1,10,100,1000,... единиц другой части.

*Примером относительных величин координации* может служить соотношение между капитальными вложениями в производственные непроизводственные объекты; соотношение реализации сельхозпродукции заготовительным организациям и по другим каналам; соотношение женского и мужского, городского и сельского населения; соотношение собственного и заемного капитала; соотношение отечественных и импортных товаров на потребительском рынке; соотноше­ние вкладов населения в государственные и коммерческие банки.

**Относительные величины сравнения (ОВС).** Характеризуют сравнительные размеры одноименных абсолютных величин, относящихся к одному и тому же периоду либо моменту времени, но к различным объектам или территориям (результат сопоставления одноименных показателей, относящихся к разным совокупностям). Посредством этих показателей сопоставляются мощности различных видов оборудования, производительность труда отдельных рабочих, производство продукции данного вида разными предприятиями, районами, странами.

Эти показатели широко используются в международных сравнениях: при этом встает задача достижения сопоставимости показателей по статистической методологии, валюте стоимостных показателей, покупательной способности национальных денежных единиц.

***Относительная величина интенсивности развития*** *—* результат сравнения разноименных показателей, находящихся в связи друг с другом и характеризующих разные статистические совокупности. Показатель, влияющий на значение другого показателя, называется *факторным,* зависимый показатель - ***результативным.***

Характеризуют степень распределение или развитие данного явления в той или иной среде. Представляют собой отношение абсолютного уровня одного показателя, свойственного изучаемой среде, к другому абсолютному показателю, также присущему данной среде. Относительными величинами интенсивности выступают, например, показатели выработки продукции в единицу рабочего времени, затрат на единицу продукции, трудоемкости, эффективности использования производственных фондов и. т.д., поскольку их получают сопоставлением разноименных величин, относящихся к одному тому же, явлению и одинаковому периоду или моменту времени.

Относительные величины интенсивности применяются на всех уровнях анализа и во всех предметных областях статистического исследования. Они отражают эффективность производства и, следовательно, уровень экономического развития и международной конкурентоспособности стран или отдельных отраслей, а также предприятий.

Важным направлением макро- и микроэкономического исследования является изучение производительности труда.

***Производительность труда —* это отношение объема выпущенной продукции к затратам труда.** Затраты труда могут быть представлены численностью занятых в производстве, числом отработанных человеко-дней или человеко-часов. Чем больше затраты труда, тем больше объем выпуска продукции: затраты труда — факторный, а объем продукции — результативный признак.

Важнейшей относительной *величиной интенсивности*, характеризующей уровень социально-экономического развития той или другое страны, является **производство ВНП на душу населения,** отражающее сколько сомов валового внутреннего продукта приходится в среднем на одного жителя.

В процессе экономико-статистического анализа абсолютные и относительные величины должны рассматриваться во взаимосвязи, т.е. пользоваться относительными величинами нужно не формально, а представлять, какая абсолютная величина скрывается за каждым относительным показателем. Особенно важно соблюдать это положение при расчете относительных величин динамики.

***Относительная величина динамики* -** характеризует изменение уровня развития какого-либо явления во времени. Получается в результате деления уровня признака в определенный период или момент времени на уровень этого же показателя в предшествующий период или момент.

Одно их главных требований, которое предъявляется при исчислении относительных величин, заключается в необходимости обеспечения сопоставимости сравниваемой величины и величины, принятой за базу сравнения.

Относительные величины – один из важнейших способов и анализа статистической информации. Цели и направления исследования определяют выбор вида относительных величин.

**Лекция №6. Средние величины.**

**Средняя величина** - это обобщающий показатель статистической совокупности, который погашает индивидуальные различия значений статистических величин, позволяя сравнивать разные совокупности между собой.

Существует **2 класса** средних величин: [степенные](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#step-sr) и [структурные](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#str-sr).

К структурным средним относятся *мода* и *медиана*, но наиболее часто применяются *степенные средние*различных видов.

**Степенные средние величины**

Степенные средние могут быть *простыми* и *взвешенными*.

**Простая средняя величина** рассчитывается при наличии двух и более *несгруппированных* статистических величин, расположенных в произвольном порядке по следующей общей формуле:

Общая формула простой степенной средней величины

**Взвешенная средняя величина** рассчитывается по *сгруппированным* статистическим величинам с использованием следующей общей формулы:

***Общая формула взвешенной степенной средней величины***

где X – значения отдельных статистических величин или середин группировочных интервалов;  
m - показатель степени, от значения которого зависят следующие **виды степенных средних величин**:  
при m = -1 [средняя гармоническая](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-garm);  
при m = 0 [средняя геометрическая](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-geom);  
при m = 1 [средняя арифметическая](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-ar);  
при m = 2 [средняя квадратическая](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-kv);  
при m = 3 [средняя кубическая](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-kub).

Используя общие формулы простой и взвешенной средних при разных показателях степени m, получаем частные формулы каждого вида, которые будут далее подробно рассмотрены.

**Средняя арифметическая**

**Средняя арифметическая** - это самая часто используемая средняя величина, которая получается, если подставить в общую формулу m=1. Средняя арифметическая **простая** имеет следующий вид:

средння арифметическая простая

где X - значения величин, для которых необходимо рассчитать среднее значение; N - общее количество значений X (число единиц в изучаемой совокупности).

*Например, студент сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5. Рассчитаем средний балл по формуле средней арифметической простой: (3+4+4+5)/4 = 16/4 = 4.*

Средняя арифметическая **взвешенная** имеет следующий вид:

средняя арифметическая взвешенная

где f - количество величин с одинаковым значением X (частота).

*Например, студент сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5. Рассчитаем средний балл по формуле средней арифметической взвешенной: (3\*1 + 4\*2 + 5\*1)/4 = 16/4 = 4.*

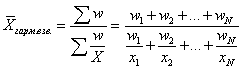
Если значения X заданы в виде интервалов, то для расчетов используют середины интервалов X, которые определяются как полусумма верхней и нижней границ интервала. А если у интервала X остутствует нижнияя или верхняя граница (открытый интервал), то для ее нахождения применяют размах (разность между верхней и нижней границей) соседнего интервала X.

*Например, на предприятии 10 работников со стажем работы до 3 лет, 20 - со стажем от 3 до 5 лет, 5 работников - со стажем более 5 лет. Тогда рассчитаем средний стаж работников по формуле средней арифметической взвешенной, приняв в качестве X середины интервалов стажа (2, 4 и 6 лет):  
(2\*10+4\*20+6\*5)/(10+20+5) = 3,71 года.*

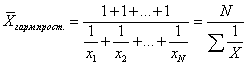
Средняя арифметическая применяется чаще всего, но бывают случаи, когда необходимо применение других видов средних величин. Рассмотрим такие случаи далее.

**Средняя гармоническая**

**Средняя гармоническая** применяется, когда исходные данные не содержат частот f по отдельным значениям X, а представлены как их произведение Xf. Обозначив Xf=w, выразим f=w/X, и, подставив эти обозначения в формулу средней арифметической взвешенной, получим формулу средней гармонической взвешенной:



Таким образом, средняя гармоническая взвешенная применяется тогда, когда неизвестны частоты f, а известно w=Xf. В тех случаях, когда все w=1, то есть индивидуальные значения X встречаются по 1 разу, применяется формула средней гармонической простой:



*Например, автомобиль ехал из пункта А в пункт Б со скоростью 90 км/ч, а обратно - со скоростью 110 км/ч. Для определения средней скорости применим формулу средней гармонической простой, так как в примере дано расстояние w1=w2 (расстояние из пункта А в пункт Б такое, же как и из Б в А), которое равно произведению скорости (X) на время (f). Средняя скорость = (1+1)/(1/90+1/110) = 99 км/ч.*

**Средняя геометрическая**

**Средняя геометрическая** применяется при определении средних относительных изменений, о чем сказано в теме [Ряды динамики](http://chaliev.ru/statistics/ryady-dynamiki.php). Геометрическая средняя величина дает наиболее точный результат осреднения, если задача стоит в нахождении такого значения X, который был бы равноудален как от максимального, так и от минимального значения X.

средняя геометрическая

*Например, в период с 2005 по 2008 годы****индекс инфляции****в России составлял: в 2005 году - 1,109; в 2006 - 1,090; в 2007 - 1,119; в 2008 - 1,133. Так как индекс инфляции - это относительное изменение (индекс динамики), то рассчитывать среднее значение нужно по средней геометрической: (1,109\*1,090\*1,119\*1,133)^(1/4) = 1,1126, то есть за период с 2005 по 2008 ежегодно цены росли в среднем на 11,26%. Ошибочный расчет по средней арифметической дал бы неверный результат 11,28%.*

**Средняя квадратическая**

**Средняя квадратическая** применяется в тех случая, когда исходные значения X могут быть как положительными, так и отрицательными, например при расчете средних отклонений.

средняя квадратическая

Главной сферой применения квадратической средней является измерение вариации значений X, о чем пойдет речь [позднее в этой лекции](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-kv-otkl).

**Средняя кубическая**

**Средняя кубическая** применяется крайне редко, например, при расчете индексов нищеты населения для развивающихся стран (ИНН-1) и для развитых (ИНН-2), предложенных и рассчитываемых ООН.

средняя кубическая

**Структурные средние величины**

К наиболее часто используемым **структурным средним** относятся [статистическая мода](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#moda) и [статистическая медиана](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#mediana).

**Статистическая мода**

**Статистическая мода** - это наиболее часто повторяющееся значение величины X в статистической совокупности.

Если X задан **дискретно**, то мода определяется без вычисления как значение признака с наибольшей частотой. В статистической совокупности бывает 2 и более моды, тогда она считается *бимодальной* (если моды две) или*мультимодальной* (если мод более двух), и это свидетельствует о неоднородности совокупности.

*Например, на предприятии работает 16 человек: 4 из них - со стажем 1 год, 3 человека - со стажем 2 года, 5 - со стажем 3 года и 4 человека - со стажем 4 года. Таким образом, модальный стаж Мо=3 года, поскольку частота этого значения максимальна (f=5).*

Если X задан **равными интервалами**, то сначала определяется модальный интервал как интервал с наибольшей частотой f. Внутри этого интервала находят условное значение моды по формуле:

формула моды

где Мо – мода;  
ХНМо – нижняя граница модального интервала;  
hМо – размах модального интервала (разность между его верхней и нижней границей);  
fМо – частота модальноого интервала;  
fМо-1 – частота интервала, предшествующего модальному;  
fМо+1 – частота интервала, следующего за модальным.

*Например, на предприятии 10 работников со стажем работы до 3 лет, 20 - со стажем от 3 до 5 лет, 5 работников - со стажем более 5 лет. Рассчитаем модальный стаж работы в модальном интервале от 3 до 5 лет: Мо = 3 + 2\*(20-10)/(2\*20-10-5) = 3,8 (года).*

Если размах интервалов h разный, то вместо частот f необходимо использовать плотности интервалов, рассчитываемые путем деления частот f на размах интервала h.

**Статистическая медиана**

**Статистическая медиана** – это значение величины X, которое делит упорядоченную по возрастанию или убыванию статистическую совокупность на 2 равных по численности части. В итоге у одной половины значение больше медианы, а у другой - меньше медианы.

Если X задан **дискретно**, то для определения медианы все значения нумеруются от 0 до N *в порядке возрастания*, тогда медиана при четном числе N будет лежать посередине между X c номерами 0,5N и (0,5N+1), а при нечетном числе N будет соответствовать значению X с номером 0,5(N+1).

*Например, имеются данные о возрасте студентов-заочников в группе из 10 человек - X: 18, 19, 19, 20, 21, 23, 23, 25, 28, 30 лет. Эти данные уже упорядочены по возрастанию, а их количество N=10 - четное, поэтому медиана будет находиться между X с номерами 0,5\*10=5 и (0,5\*10+1)=6, которым соотвествует значения X5=21 и X6=23, тогда медиана: Ме = (21+23)/2 = 22 (года).*

Если X задан в виде **равных интервалов**, то сначала определяется медианный интервал (интервал, в котором заканчивается одна половина частот f и начинается другая половина), в котором находят условное значение медианы по формуле:

формула медианы

где Ме – медиана;  
ХНМе – нижняя граница медианного интервала;  
hМе – размах медианного интервала (разность между его верхней и нижней границей);  
fМе – частота медианного интервала;  
знак суммыfМе-1 – сумма частот интервалов, предшествующих медианному.

*В ранее рассмотренном примере при расчете модального стажа (на предприятии 10 работников со стажем работы до 3 лет, 20 - со стажем от 3 до 5 лет, 5 работников - со стажем более 5 лет) рассчитаем медианный стаж. Половина общего числа работников составляет (10+20+5)/2 = 17,5 и находится в интервале от 3 до 5 лет, а в первом интервале до 3 лет - только 10 работников, а в первых двух - (10+20)=30, что больше 17,5, значит интервал от 3 до 5 лет - медианный. Внутри него определяем условное значение медианы: Ме = 3+2\*(0,5\*30-10)/20 = 3,5 (года).*

Также как и в случае с модой, при определении медианы если размах интервалов h разный, то вместо частот f необходимо использовать плотности интервалов, рассчитываемые путем деления частот f на размах интервала h.

**Лекция №7. Статическое изучение вариации и концентрации признака**

**Вариация** - это различие значений величин X у отдельных единиц статистической совокупности. Для изучения силы вариации рассчитывают следующие *показатели вариации*: [размах вариации](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#razmah), [среднее линейное отклонение](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-lin),[линейный коэффициент вариации](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#lin-k), [дисперсия](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#disp), [среднее квадратическое отклонение](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-kv-otkl), [квадратический коэффициент вариации](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php" \l "kv-var" \t "_self).

**Размах вариации**

**Размах вариации** – это разность между максимальным и минимальным значениями X из имеющихся в изучаемой статистической совокупности:

размах вариации

Недостатком показателя H является то, что он показывает только максимальное различие значений X и не может измерять силу вариации во всей совокупности.

**Cреднее линейное отклонение**

**Cреднее линейное отклонение** - это средний модуль отклонений значений X от среднего арифметического значения. Его можно рассчитывать по формуле средней арифметической *простой* - получим *среднее линейное отклонение простое*:

среднее линейное отклонение простое

*Например, студент сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5.*[*Ранее уже была рассчитана средняя арифметическая*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-ar-prost)*= 4. Рассчитаем среднее линейное отклонение простое: Л = (|3-4|+|4-4|+|4-4|+|5-4|)/4 = 0,5.*

Если исходные данные X сгруппированы (имеются частоты f), то расчет среднего линейного отклонения выполняется по формуле средней арифметической *взвешенной* - получим *среднее линейное отклонение взвешенное*:

среднее линейное отклонение взвешенное

*Вернемся к примеру про студента, который сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5.*[*Ранее уже была рассчитана средняя арифметическая*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-ar-prost)*= 4 и*[*среднее линейное отклонение простое*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#primer-sr-lin-pr)*= 0,5. Рассчитаем среднее линейное отклонение взвешенное: Л = (|3-4|\*1+|4-4|\*2+|5-4|\*1)/4 = 0,5.*

**Линейный коэффицинт вариации**

**Линейный коэффицинт вариации** - это отношение среднего линейного отклонение к средней арифместической:

линейный коэффициент вариации

С помощью линейного коэффицинта вариации можно сравнивать вариацию разных совокупностей, потому что в отличие от среднего линейного отклонения его значение не зависит от единиц измерения X.

*В рассматриваемом примере про студента, который сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5, линейный коэффициент вариации составит 0,5/4 = 0,125 или 12,5%.*

**Дисперсия**

**Дисперсия** - это средний квадрат отклонений значений X от среднего арифместического значения. Дисперсию можно рассчитывать по формуле средней арифметической *простой* - получим *дисперсию простую*:

дисперсия простая

*В уже знакомом нам примере про студента, который сдал 4 экзамена и получил оценки: 3, 4, 4 и 5,*[*ранее уже была рассчитана средняя арифметическая*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-ar-prost)*= 4. Тогда дисперсия простая Д = ((3-4)2+(4-4)2+(4-4)2+(5-4)2)/4 = 0,5.*

Если исходные данные X сгруппированы (имеются частоты f), то расчет дисперсии выполняется по формуле средней арифметической *взвешенной* - получим *дисперисю взвешенную*:

дисперсия взвешенная

*В рассматриваемом примере про студента, который сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5, рассчитаем дисперсию взвешенную: Д = ((3-4)2\*1+(4-4)2\*2+(5-4)2\*1)/4 = 0,5.*

Если преобразовать формулу дисперсии (раскрыть скобки в числителе, почленно разделить на знаменатель и привести подобные), то можно получить еще одну формулу для ее расчета как разность средней квадратов и квадрата средней:

дисперсия

*В уже знакомом нам примере про студента, который сдал 4 экзамена и получил следующие оценки: 3, 4, 4 и 5, рассчитаем дисперсию методом разности средней квадратов и квадрата средней:  
Д = (32\*1+42\*2+52\*1)/4-42 = 16,5-16 = 0,5.*

Если значения X - это [доли совокупности](http://chaliev.ru/statistics/statisticheskie-velichiny.php#d), то для расчета дисперсии используют **частную формулу дисперсии доли**:

дисперсия доли.

**Cреднее квадратическое отклонение**

Выше уже было рассказано о [формуле средней квадратической](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-kv), которая применяется для оценки вариации путем расчета **среднего квадратического отклонения**, обозначаемое малой греческой буквой сигма:

среднее квадратическое отклонение

Еще проще можно найти *среднее квадратическое отклонение*, если предварительно рассчитана дисперсия, как корень квадратный из нее:

сигма

*В примере про студента, в котором выше*[*рассчитали дисперсию*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#primer-disp-pr)*, найдем среднее квадратическое отклонение как корень квадратный из нее: расчет среднего квадратического отклонения.*

**Квадратический коэффициент вариации**

**Квадратический коэффициент вариации** - это самый популярный относительный показатель вариации:

квадратический коэффициент вариации

**Критериальным значением** квадратического коэффициента вариации V служит 0,333 или 33,3%, то есть если V меньше или равен 0,333 - вариация считает слабой, а если больше 0,333 - сильной. В случае сильной вариации изучаемая статистическая совокупность считается *неоднородной*, а средняя величина - *нетипичной* и ее нельзя использовать как обобщающий показатель этой совокупности.

*В примере про студента, в котором выше*[*рассчитали среднее квадратическое отклонение*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sko)*, найдем квадратический коэффициент вариации V = 0,707/4 = 0,177, что меньше критериального значения 0,333, значит вариация слабая и равна 17,7%.*

**Лекция №8. Выборочный метод в статистике**

**Выборочное наблюдение** применяется, когда применение сплошного наблюдения *физически невозможно* из-за большого массива данных или *экономически нецелесообразно*. Физическая невозможность имеет место, например, при изучении пассажиропотоков, рыночных цен, семейных бюджетов.

Экономическая нецелесообразность имеет место при оценке качества товаров, связанной с их уничтожением, например, дегустация, испытание кирпичей на прочность и т.п.

Статистические единицы, отобранные для наблюдения, составляют **выборочную совокупность** или **выборку**, а весь их массив - **генеральную совокупность** (ГС). При этом **число единиц в выборке** обозначают *n*, а во всей ГС - *N*. Отношение *n/N* называется **относительный размер** или **доля выборки**.

Качество результатов выборочного наблюдения зависит от **репрезентативности выборки**, то есть от того, насколько она представительна в ГС.

Для обеспечения репрезентативности выборки необходимо соблюдать *принцип случайности отбора единиц*, который предполагает, что на включение единицы ГС в выборку не может повлиять какой-либо иной фактор кроме случая.

Существует **4 способа случайного отбора** в выборку:

1. *Собственно случайный* отбор или «метод лото», когда статистическим величинам присваиваются порядковые номера, заносимые на определенные предметы (например, бочонки), которые затем перемешиваются в некоторой емкости (например, в мешке) и выбираются наугад. На практике этот способ осуществляют с помощью генератора случайных чисел или математических таблиц случайных чисел.
2. *Механический* отбор, согласно которому отбирается каждая (*N/n*)-я величина генеральной совокупности. Например, если она содержит 100 000 величин, а требуется выбрать 1 000, то в выборку попадет каждая 100 000 / 1000 = 100-я величина. Причем, если они не ранжированы, то первая выбирается наугад из первой сотни, а номера других будут на сотню больше. Например, если первой оказалась единица № 19, то следующей должна быть № 119, затем № 219, затем № 319 и т.д. Если единицы генеральной совокупности ранжированы, то первой выбирается № 50, затем № 150, затем № 250 и так далее.
3. Отбор величин из неоднородного массива данных ведется *стратифицированным*(расслоенным) способом, когда генеральная совокупность предварительно разбивается на однородные группы, к которым применяется случайный или механический отбор.
4. Особый способ составления выборки представляет собой *серийный* отбор, при котором случайно или механически выбирают не отдельные величины, а их серии (последовательности с какого-то номера по какой-то подряд), внутри которых ведут сплошное наблюдение.

Качество выборочных наблюдений зависит и от **типа выборки**: *повторная* или *бесповторная.*

При **повторном отборе** попавшие в выборку статистические величины или их серии после использования возвращаются в генеральную совокупность, имея шанс попасть в новую выборку. При этом у всех величин генеральной совокупности одинаковая вероятность включения в выборку.

**Бесповторный отбор** означает, что попавшие в выборку статистические величины или их серии после использования не возвращаются в генеральную совокупность, а потому для остальных величин последней повышается вероятность попадания в следующую выборку.

Бесповторный отбор дает более точные результаты, поэтому применяется чаще. Но есть ситуации, когда его применить нельзя (изучение пассажиропотоков, потребительского спроса и т.п.) и тогда ведется повторный отбор.

Ошибки выборки

Выборочную совокупность можно сформировать по количественному признаку статистических величин, а также по альтернативному или атрибутивному. В первом случае обобщающей характеристикой выборки служит *выборочная средняя* величина, обозначаемая Выборочная средняя, а во втором — *выборочная доля* величин, обозначаемая *w*.

В генеральной совокупности соответственно: *генеральная средняя Генеральная средняя* и *генеральная доля р*.

Разности http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image002_0000.gif — http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image004_0000.gif и *W* — *р* называются *ошибкой выборки*, которая делится на **ошибку регистрации** и **ошибку репрезентативности**.

Первая часть ошибки выборки возникает из-за неправильных или неточных сведений по причинам непонимания существа вопроса, невнимательности регистратора при заполнении анкет, формуляров и т.п. Она достаточно легко обнаруживается и устраняется.

Вторая часть ошибки возникает из-за постоянного или спонтанного несоблюдения принципа случайности отбора. Ее трудно обнаружить и устранить, она гораздо больше первой и потому ей уделяется основное внимание.

Величина ошибки выборки может быть разной для разных выборок из одной генеральной совокупности, поэтому в статистике определяется **средняя ошибка повторной и бесповторной выборки** по формулам:

Средняя ошибка повторной выборки - повторная;

Средняя ошибка бесповторной выборки - бесповторная;

где Дв — выборочная [дисперсия](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#disp).

*Например, на заводе с численностью работников 1000 чел. проведена 5%-ая случайная бесповторная выборка с целью определения среднего стажа работников. Результаты выборочного наблюдения приведены в первых двух столбцах следующей таблицы:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***X***, лет (стаж работы) | ***f***, чел. (число работников в выборке) | ***X***и | ***X***и***f*** | http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image002_0015.gif |
| до 1 | 7 | 0,5 | 3,5 | 38,987 |
| 1-2 | 8 | 1,5 | 12,0 | 14,797 |
| 2-3 | 10 | 2,5 | 25,0 | 1,296 |
| 3-4 | 13 | 3,5 | 45,5 | 5,325 |
| 4-5 | 9 | 4,5 | 40,5 | 24,206 |
| более 5 | 3 | 5,5 | 16,5 | 20,909 |
| Итого | 50 |  | 143,0 | 105,520 |

*В 3-м столбце определены середины интервалов X (как полусумма нижней и верхней границ интервала), а в 4-м столбце - произведения XИf для нахождения выборочной средней по*[*формуле средней арифметической взвешенной*](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#sr-ar-v)*:*

*выборочная средняя = 143,0/50 = 2,86 (года).*

*Рассчитаем выборочную дисперсию взвешенную:*

*Расчет выборочной дисперсии = 105,520/50 = 2,110.*

*Теперь найдем среднюю ошибку бесповторной выборки:*

*расчет средней ошибки бесповторной выборки = 0,200 (лет).*

Из формул средних ошибок выборки видно, что ошибка меньше при бесповторной выборке, и, как доказано в теории вероятностей, она возникает с вероятностью 0,683 (то есть если провести 1000 выборок из одной генеральной совокупности, то в 683 из них ошибка не превзойдет средней ошибки выборки). Такая вероятность (0,683) является невысокой, поэтому она мало пригодна для практических расчетов, где нужна более высокая вероятность. Чтобы определить ошибку выборки с более высокой, чем 0,683 вероятностью, рассчитывают **предельную ошибку выборки**:

предельная ошибка выборки

где *t* – коэффициент доверия, зависящий от вероятности, с которой определяется предельная ошибка выборки.

Значения коэффициента доверия *t* рассчитаны для разных вероятностей и имеются в специальных таблицах (интеграл Лапласа), из которых в статистике широко применяются следующие сочетания:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вероятность вероятность** | **0,683** | **0,866** | **0,950** | **0,954** | **0,988** | **0,990** | **0,997** | **0,999** |
| **t** | **1** | **1,5** | **1,96** | **2** | **2,5** | **2,58** | **3** | **3,5** |

Задавшись конкретным уровнем вероятности, выбирают из таблицы соответствующую ей величину *t* и определяют предельную ошибку выборки по формуле.  
При этом чаще всего применяют http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image002_0005.gif = 0,95 и *t*= 1,96, то есть считают, что с вероятностью 95% предельная ошибка выборки в 1,96 раза больше средней. Такая вероятность (0,95) считается *стандартной* и применяется по умолчанию в расчетах.

*В нашем*[*примере про средний стаж работников*](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#primer-vyb)*, определим предельную ошибку выборки при стандартной 95%-ой вероятности (из*[*таблицы*](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#t)*берем t = 1,96 для 95%-ой вероятности): Расчет предельной ошибки выборки = 1,96\*0,200 = 0,392 (года).*

После расчета предельной ошибки находят **доверительный интервал обобщающей характеристики генеральной совокупности**. Такой интервал для генеральной средней величины имеет вид

доверительный интервал генеральной средней

а для генеральной доли аналогично:

доверительный интервал генеральной доли.

Следовательно, при выборочном наблюдении определяется не одно, точное значение обобщающей характеристики генеральной совокупности, а лишь ее *доверительный интервал* с заданным уровнем вероятности. И это серьезный**недостаток выборочного метода** статистики.

*В нашем*[*примере про средний стаж работников*](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#primer-vyb)*, определим доверительный интервал генеральной средней - среднего стажа работников:  
2,86 - 0,392 http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image002_0025.gif 2,86 + 0,392 или 2,468 лет http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image002_0026.gif3,252 лет.  
То есть средний стаж работников на всем заводе лежит в интервале от 2,468 года до 3,252 года.*

Определение численности выборки

Разрабатывая программу выборочного наблюдения, иногда задаются конкретным значением предельной ошибки с уровнем вероятности. Неизвестной остается минимальная численность выборки, обеспечивающая заданную точность.

Ее можно получить из формул средней и предельной ошибок в зависимости от типа выборки. Так, подставляя [формулу средней ошибки *повторной* выборки](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#povt-vyb-error) и [формулу средней ошибки *бесповторной* выборки](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#bespovt-vyb-error) в[формулу *предельной* ошибки](http://chaliev.ru/statistics/vyborochnoe-nablyudenie.php#pred-error) и, решая ее относительно численности выборки, получим следующие формулы:

Кроме того, при статистических величинах с количественными принаками надо знать и выборочную дисперсию, но к началу расчетов и она не известна. Поэтому она принимается *приближенно* одним из следующих **способов** (в приоритетном порядке):

1. Берется из предыдущих выборочных наблюдений;
2. Используется правило, согласно которому в размахе вариации укладывается примерно шесть стандартных отклонений (правило 6 сигм, а так как http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image004_0012.gif, то отсюда http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image006_0008.gif);
3. Используется правило «трех сигм», согласно которому в средней величине укладывается примерно 3 стандартных отклонения (http://chaliev.ru/statistics/images/vyborochnoe-nablyudenie_clip_image008_0002.gif; отсюда выборочная дисперсия через размах вариации).

При изучении не численных признаков, если даже нет приблизительных сведений о выборочной доле, принимается *w* = 0,5, что по [формуле дисперсии доли](http://chaliev.ru/statistics/srednie-velichiny-i-pokazateli-variatsyi.php#disp-part) соответствует выборочной дисперсии в максимальном размере*Дв =*0,5\*(1-0,5) = 0,25.

**Лекция №9. Статическое изучение динамики социально-экономических явлений**

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений анализируемых показателей во времени, то есть их динамика. Эта задача решается при помощи анализа рядов динамики (временных рядов).

*Ряд динамики* – это числовые значения определенного статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени (т.е. расположенные в хронологическом порядке).

Числовые значения того или иного статистического показателя, составляющего ряд динамики, называют *уровнями* ряда и обычно обозначают через *y*. Первый член ряда *y1* называют начальным (базисным) уровнем, а последний *yn* – конечным. Моменты или периоды времени, к которым относятся уровни, обозначают через *t*.

Ряды динамики, как правило, представляют в виде таблицы или графически, причем по оси абсцисс строится шкала времени *t*, а по оси ординат – шкала уровней ряда *y*.

Таблица 1

**Внешнеторговый оборот государства за период 2000-2006 гг.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
| Млрд. долл. США | 149,9 | 155,6 | 168,3 | 212,0 | 280,6 | 368,9 | 468,4 |

Рис. 1. Внешнеторговый оборот государства за период 2000-2006 гг.

Данные табл. и рис. 1 наглядно иллюстрируют ежегодный рост внешнеторгового оборота государства за период 2000-2006 гг.

## Показатели изменения уровней ряда динамики

Анализ рядов динамики начинается с определения того, как именно изменяются уровни ряда (увеличиваются, уменьшаются или остаются неизменными) в абсолютном и относительном выражении. Чтобы проследить за направлением и размером изменений уровней во времени, для рядов динамики рассчитывают *показатели изменения уровней ряда динамики*:

* абсолютное изменение (абсолютный прирост);
* относительное изменение (темп роста или индекс динамики);
* темп изменения (темп прироста).

Все эти показатели могут определяться *базисным* способом, когда уровень данного периода сравнивается с первым (базисным) периодом, либо *цепным* способом – когда сравниваются два уровня соседних периодов.

*Абсолютное изменение* (абсолютный прирост) уровней рассчитывается как разность между двумя уровнями ряда по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** – для базисного способа сравнения или по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** – для цепного. Оно показывает, на сколько (в единицах показателей ряда) уровень одного (*i*-того) периода больше или меньше уровня какого-либо предшествующего периода, и, следовательно, может иметь знак «+» (при увеличении уровней) или «–» (при уменьшении уровней).

; .

Между базисными и цепными абсолютными изменениями существует взаимосвязь: сумма цепных абсолютных изменений равна последнему базисному изменению, то есть

. ()

В нашем примере про ВО подтверждается правильность расчета абсолютных изменений по формуле : = 318,5 рассчитана в итоговой строке 4-го столбца, а = 318,5 – в предпоследней строке 3-го столбца табл. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

*Относительное изменение* (темп роста или индекс динамики) уровней рассчитывается как отношение (деление) двух уровней ряда по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** – для базисного способа сравнения или по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** – для цепного.

; .

Относительное изменение показывает во сколько раз уровень данного периода больше уровня какого-либо предшествующего периода (при >1) или какую его часть составляет (при <1). Относительное изменение может выражаться в виде *коэффициентов*, то есть простого кратного отношения (если база сравнения принимается за единицу), и в *процентах* (если база сравнения принимается за 100 единиц) путем домножения относительного изменения на 100%.

В табл. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** в столбце 5 рассчитаны базисные относительные изменения по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, а в столбце 6 – цепные относительные изменения по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

Между базисными и цепными относительными изменениями существует взаимосвязь: произведение цепных относительных изменений равно последнему базисному изменению, то есть

.

В нашем примере про ВО подтверждается правильность расчета относительных изменений по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**: = 1,038\*1,082\*1,260\*1,324\*1,315\*1,270 = 3,125 рассчитано по данным 6-го столбца, а = 3,125 – в предпоследней строке 5-го столбца табл. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

*Темп изменения* (темп прироста) уровней – относительный показатель, показывающий, на сколько процентов данный уровень больше (или меньше) другого, принимаемого за базу сравнения. Он рассчитывается путем вычитания из относительного изменения 100%, то есть по формуле:

,

или как процентное отношение абсолютного изменения к тому уровню, по сравнению с которым рассчитано абсолютное изменение (базисный уровень), то есть по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

.

## 4.3. Средние показатели ряда динамики

Каждый ряд динамики можно рассматривать как некую совокупность n меняющихся во времени показателей, которые можно обобщить в виде средних величин. Такие обобщенные (средние) показатели особенно необходимы при сравнении динамики изменений того или иного показателя ВЭД в разные периоды, в разных странах и т.д.

Обобщенной характеристикой ряда динамики служит прежде всего средний уровень ряда .

Для разных видов рядов динамики он рассчитывается неодинаково. Ряды динамики бывают равномерные (с равными интервалами времени между уровнями), для которых средний уровень определяется по простой формуле средней величины, и неравномерные (с неравными интервалами), для которых используются формулы средних взвешенных (по интервалам времени) величин.

В интервальном ряду динамики (в котором время задано в виде промежутков времени, к которым относятся уровни)  определяется по формуле средней арифметической, а в моментном ряду (в котором время задано в виде конкретных моментов времени или дат, к которым относятся уровни) – по формуле средней хронологической.

В табл. приводятся виды рядов динамики и соответствующие формулы для расчета их ***среднего уровня .***

Таблица 2. Виды средних величин, применяемых при расчете среднего уровня

| *Вид ряда динамики* | *Название средней величины* | *Формула средней величины* | *Номер формулы* |
| --- | --- | --- | --- |
| Равномерный интервальный | Арифметическая простая |  | () |
| Равномерный моментный | Хронологическая простая |  | () |
| Неравномерный интервальный | Арифметическая взвешенная |  | () |
| Неравномерный моментный | Хронологическая взвешенная |  | () |

Кроме среднего уровня ряда рассчитываются и другие средние показатели:

* среднее абсолютное изменение (средний абсолютный прирост);
* среднее относительное изменение (средний темп роста);
* средний темп изменения (средний темп прироста).

Каждый из этих показателей может рассчитываться базисным и цепным способом.

*Базисное среднее абсолютное изменение* – это частное от деления последнего базисного абсолютного изменения на количество изменений уровней;

*цепное среднее абсолютное изменение* уровней ряда – это частное от деления суммы всех цепных абсолютных изменений на количество изменений:

*Б = Ц =*

По знаку средних абсолютных изменений также судят о характере изменения явления в среднем: рост, спад или стабильность. Очевидно, что числители формулы **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и равны между собой по формуле, значит, среднее абсолютное изменение не зависит от способа расчета (базисный или цепной), так как результат получится одинаковый. В нашей задаче по формуле или:

Наряду со средним абсолютным изменением рассчитывается и среднее относительное. *Базисное среднее относительное изменение* определяется по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, а *цепное среднее относительное изменение* – по формуле:

*Б==  Ц=*

Естественно, базисное и цепное среднее относительное изменения должны быть одинаковыми и сравнением их с критериальным значением 1 делается вывод о характере изменения явления в среднем: рост, спад или стабильность.

Вычитанием 100% из среднего относительного изменения образуется соответствующий *средний* *темп изменения*, по знаку которого также можно судить о характере изменения изучаемого явления, отраженного данным рядом динамики.

## 4.4. Методы выявления основной тенденции (тренда) в рядах динамики

Одна из основных задач изучения рядов динамики – выявить основную тенденцию (закономерность) в изменении уровней ряда, именуемую *трендом*.

Закономерность в изменении уровней ряда в одних случаях проявляется наглядно, в других – может маскироваться колебаниями случайного или неслучайного характера. Поэтому, чтобы сделать правильные выводы о закономерностях развития того или иного показателя, надо суметь отделить тренд от колебаний, вызванных случайными кратковременными причинами.

На основании выделенного тренда можно экстраполировать (прогнозировать) развитие явления в будущем. С этой целью (устранить колебания, вызванные случайными причинами) ряды динамики подвергают *обработке*.

Существует несколько методов обработки рядов динамики, помогающих выявить основную тенденцию изменения уровней ряда, а именно: метод укрупнения интервалов, метод скользящей средней и аналитическое выравнивание.

Во всех методах вместо фактических уровней при обработке ряда рассчитываются иные (расчетные) уровни, в которых тем или иным способом взаимопогашается действие случайных факторов и тем самым уменьшается колеблемость уровней.

Последние в результате становятся как бы «выравненными», «сглаженными» по отношению к исходным фактическим данным. Такие методы обработки рядов динамики называются *сглаживанием* или *выравниванием* рядов динамики.

Простейший метод сглаживания уровней ряда – *укрупнения интервалов,* для определяется итоговое значение или средняя величина исследуемого показателя.

Этот метод особенно эффективен, если первоначальные уровни ряда относятся к коротким промежуткам времени.

Например, если имеются данные о ежесуточном производстве мороженого на предприятии за месяц, то, естественно, в таком ряду возможны значительные колебания уровней, так как чем меньше период, за который приводятся данные, тем больше влияние случайных факторов.

Чтобы устранить это влияние, рекомендуется укрупнить интервалы времени, например до 5 или 10 дней, и для этих укрупненных интервалов рассчитать общий или среднесуточный объем производства (соответственно по пятидневкам или декадам).

В ряду с укрупненными интервалами времени закономерность изменения уровней будет более наглядной.

По своей сути метод *скользящей средней* похож на метод укрупнения интервалов, но в данном случае фактические уровни заменяются средними уровнями, рассчитанными для последовательно подвижных (скользящих) укрупненных интервалов, охватывающих *m* уровней ряда. Например, если принять *m*=3, то сначала рассчитывается средняя величина из первых трех уровней, затем находится средняя величина из 2-го, 3-го и 4-го уровней, потом из 3-го, 4-го и 5-го и т.д., т.е. каждый раз в сумме трех уровней появляется новый уровень, а два остаются прежними, что и обусловливает взаимопогашение случайных колебаний в средних уровнях. Рассчитанные из *m* членов скользящие средние относятся к середине (центру) каждого рассматриваемого интервала.

Сглаживание методом скользящей средней можно проводить по любому числу членов *m*, но удобнее, если *m* – нечетное число, так как в этом случае скользящая средняя сразу относится к конкретной временнОй точке – середине (центру) интервала. Если же *m* – четное, то скользящая средняя относится к промежутку между временнЫми точками: например, при сглаживании по четырем членам (*m*=4) средняя из первых четырех уровней будет находиться между второй и третьей временной точкой, следующая – между третьей и четвертой и т.д. Тогда, чтобы сглаженные уровни относились непосредственно к конкретным временнЫм точкам, из каждой пары смежных промежуточных значений скользящих средних находят среднюю арифметическую, которую относят к временной точке, находящейся между смежными. Такой прием двойного расчета сглаженных уровней называется *центрированием*.

Недостатком метода скользящей средней является то, что сглаженный ряд укорачивается по сравнению с фактическим с двух концов: при нечетном *m* на (*m*-1)/2, а при четном *m* – на *m*/2 с каждого конца. Применяя этот метод, надо помнить, что он сглаживает (устраняет) лишь случайные колебания. Если же, например, ряд содержит сезонную волну (см. 6.6), она сохранится и после сглаживания методом скользящей средней. Кроме того, этот метод сглаживания, как и метод укрупнения интервалов не позволяет выражать общую тенденцию изменения уровней в виде математической модели.

Наиболее совершенным методом обработки рядов динамики в целях устранения случайных колебаний и выявления тренда является *выравнивание уровней ряда по аналитическим формулам* (или *аналитическое выравнивание*). Суть аналитического выравнивания заключается в замене эмпирических (фактических, исходных) уровней *yi* теоретическими , которые рассчитаны по определенному уравнению, принятому за математическую модель тренда, где теоретические уровни рассматриваются как функция времени: = *f(t)*.

При этом каждый фактический уровень *yi* рассматривается обычно как сумма двух составляющих:

,

где *f(t) =*­ ­- систематическая составляющая, отражающая тренд и выраженная определенным уравнением; - случайная величина, вызывающая колебания уровней вокруг тренда.

Задача аналитического выравнивания сводится к следующему:

1. определение на основе фактических данных формы (вида) гипотетической функции = *f(t)*, способной наиболее адекватно отразить тенденцию развития исследуемого показателя;
2. нахождение по эмпирическим данным параметров указанной функции (уравнения);
3. расчет по найденному уравнению теоретических (выравненных) уровней.

В аналитическом выравнивании наиболее часто используются простейшие функции, представленные в табл. , где обозначено  - теоретические (выравненные) уровни (читается как «игрек, выравненный по *t*»); *t* – условное обозначение времени (1, 2, 3 …); *a0, a1, a2,* ... – параметры аналитической функции; *k* – число гармоник (при выравнивании по ряду Фурье).

Выбор той или иной функции для выравнивания ряда динамики осуществляется на основании графического изображения эмпирических данных. Если по тем или иным причинам уровни эмпирического ряда трудно описать одной функцией, следует разбить анализируемый период на отдельные части и затем выровнять каждую часть по соответствующей кривой.

Таблица 3. Виды математических функций, используемые при выравнивании

| *Название функции* | *Вид функции* | *Формула* |
| --- | --- | --- |
| Прямая линия |  | () |
| Парабола 2-го порядка | или | () |
| Парабола 3-го порядка |  | () |
| Гипербола |  | () |
| Показательная |  | () |
| Степенная |  | () |
| Ряд Фурье |  | () |

Нередко один и тот же ряд можно выровнять по разным аналитическим функциям и получить довольно близкие результаты. В нашем примере про ВО можно произвести выравнивание и по прямой линии, и по параболе. Чтобы решить вопрос о том, использование какой кривой дает лучший результат, обычно сопоставляют суммы квадратов отклонений эмпирических уровней от теоретических (*остатки*), рассчитанным по разным функциям, то есть:

. ()

Та функция, при которой эта сумма минимальна, считается наиболее адекватной, приемлемой. Однако сравнивать непосредственно суммы квадратов отклонений можно в том случае, если сравниваемые уравнения имеют одинаковое число параметров. Если же число параметров *k* разное, то каждую сумму квадратов делят на разность (*n – k*), выступающую в роли числа степеней свободы, и сравнивают уже квадраты отклонений уровней, рассчитанные на одну степень свободы (т.е. остаточные дисперсии на одну степень свободы).

Параметры искомых уравнений (*a0, a1, a2,* ...) при аналитическом выравнивании могут быть определены по-разному, но наиболее распространенным методом является *метод наименьших квадратов* (МНК). При этом методе учитываются все эмпирические уровни и должна обеспечиваться минимальная сумма квадратов отклонений эмпирических значений уровней *y* от теоретических уровней :

.

В частности, при выравнивании по прямой вида параметры и отыскиваются по МНК следующим образом. В формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** вместо  записываем его конкретное выражение . Тогда . Дальнейшее решение сводится к задаче на экстремум, т.е. к определению того, при каком значении и  функция двух переменных *S* может достигнуть минимума. Как известно, для этого надо найти частные производные *S* по  и , приравнять их к нулю и после элементарных преобразований решить систему двух уравнений с двумя неизвестными.

В соответствии с вышеизложенным найдем частные производные:



Сократив каждое уравнение на 2, раскрыв скобки и перенеся члены с *y* в правую сторону, а остальные – оставив в левой, получим систему нормальных уравнений:



где *n* – количество уровней ряда; *t* – порядковый номер в условном обозначении периода или момента времени; *y* – уровни эмпирического ряда.

Эта система и, соответственно, расчет параметров  и  упрощаются, если отсчет времени ведется от середины ряда[[1]](#footnote-1). Например, при *нечетном* числе уровней (как в нашем примере про ВО – 7 уровней) серединная точка времени (год, месяц) принимается за нуль, тогда предшествующие периоды обозначаются соответственно –1, –2, –3 и т.д., а следующие за средним (центральным) – соответственно 1, 2, 3 и т.д. (см. 3-й столбец табл. ). При *четном* числе уровней два серединных момента (периода) времени обозначают –1 и +1, а все последующие и предыдущие, соответственно, через два интервала: , ,  и т.д.

При таком порядке отсчета времени (от середины ряда) = 0, поэтому, система нормальных уравнений **Ошибка! Источник ссылки не найден.** упрощается до следующих двух уравнений, каждое из которых решается самостоятельно:



Как видим, при такой нумерации периодов параметр  представляет собой средний уровень равномерного интервального ряда, то есть формулу . Определим по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** параметры уравнения прямой для нашего примера про ВО, для чего исходные данные и все расчеты необходимых сумм представим в табл. .

Таблица 4. Вспомогательные расчеты для линейного тренда

| *Год* | *y* | *t* | *t2* | *yt* |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2000 | 149,9 | -3 | 9 | -449,7 | 97,557 | 2739,775 | 25636,584 | 11614,681 |
| 2001 | 155,6 | -2 | 4 | -311,2 | 150,929 | 21,822 | 11394,038 | 10418,577 |
| 2002 | 168,3 | -1 | 1 | -168,3 | 204,300 | 1296,000 | 2848,509 | 7987,252 |
| 2003 | 212 | 0 | 0 | 0 | 257,671 | 2085,879 | 0,000 | 2085,879 |
| 2004 | 280,6 | 1 | 1 | 280,6 | 311,043 | 926,768 | 2848,509 | 525,719 |
| 2005 | 368,9 | 2 | 4 | 737,8 | 364,414 | 20,122 | 11394,038 | 12371,795 |
| 2006 | 468,4 | 3 | 9 | 1405,2 | 417,786 | 2561,806 | 25636,584 | 44406,531 |
| Итого | 1803,7 | 0 | 28 | 1494,4 | 1803,700 | 9652,171 | 79758,263 | 89410,434 |

Из табл. получаем, что: *a0* = 1803,7/7 = 257,671 и *a1* = 1494,4/28 = 53,371. Отсюда искомое уравнение тренда: *=257,671+53,371t*. В 6-м столбце табл. приведены теоретические (трендовые) уровни, рассчитанные по этому уравнению, а в итоге 7-го столбца – остатки по формуле . Для иллюстрации построим график эмпирических и трендовых уровней – рис. .

Рис. 1. Эмпирические и трендовые уровни ряда динамики ВО

## 4.5. Оценка адекватности тренда и прогнозирование

Для найденного уравнения тренда необходимо провести оценку его *надежности (адекватности),* что осуществляется обычно с помощью критерия Фишера, сравнивая его расчетное значение *Fр* с теоретическим (табличным) значением *FТ* (Приложение 3). При этом расчетный критерий Фишера определяется по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

,

где *k* – число параметров (членов) выбранного уравнения тренда.

Для проверки правильности расчета сумм в формуле можно использовать следующее равенство:

.

В нашем примере про ВО равенство **Ошибка! Источник ссылки не найден.** соблюдается (необходимые суммы рассчитаны в трех последних столбцах табл. ): 89410,434 = 9652,171 + 79758,263.

Сравнение расчетного и теоретического значений критерия Фишера ведется при заданном уровне значимости (вероятности сделать неверный прогноз) с учетом степеней свободы:  и . При условии *Fр > FТ* считается, что выбранная математическая модель ряда динамики адекватно отражает обнаруженный в нем тренд.

Проверим тренд на адекватность в нашем примере про ВО по формуле:

*FР* = 79758,263\*5/(9652,171\*1) = 41,32 > *FТ*, значит, модель адекватна и ее можно использовать для прогнозирования (*FТ* = 6,61 находим по Приложению 3 в 1-ом столбце [= *k – 1* = 2 – 1 = 1] и 5-й строке [= *n – k* = 5]).

Как уже было отмечено ранее, в нашем примере про ВО можно произвести выравнивание не только по прямой линии, но и по параболе, чего делать не будем, так как уже найденный линейный тренд адекватно описывает тенденцию.

При составлении прогнозов уровней социально-экономических явлений обычно оперируют не точечной, а интервальной оценкой, рассчитывая так называемые *доверительные интервалы прогноза*. Границы интервалов определяются по формуле:

,

где – точечный прогноз, рассчитанный по модели тренда; – *коэффициент доверия по распределению Стьюдента* при уровне значимости  и числе степеней свободы *=n–1* (Приложение 2)[[2]](#footnote-2);  – *ошибка аппроксимации*, определяемая по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

.

Спрогнозируем ВО России на 2007 и 2008 годы с вероятностью 0,95 (значимостью 0,05), для чего найдем ошибку аппроксимации по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**: == 43,937 и найдем коэффициент доверия по распределению Стьюдента по Приложению 2: = 2,4469 при *=* 7 – 1= 6.

Прогноз на 2007 и 2008 годы с вероятностью 0,95 по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

*Y2007* = (*257,671+53,371*\*4)2,4469\*43,937 или 363,6<*Y2007*<578,7 (млрд. долл.);

*Y2008* = (*257,671+53,371*\*5)2,4469\*43,937 или 417,0<*Y2008*<632,0 (млрд. долл.).

Как видно из полученных прогнозов, доверительный интервал достаточно широк (из-за достаточно большой величины ошибки аппроксимации). Более точный прогноз можно получить при выравнивании по параболе 2-го порядка.

**Лекция №10. Индексный метод в статистических исследованиях**

*Индекс* – относительная величина, показывающая, во сколько раз уровень изучаемого явления в данных условиях отличается от уровня того же явления в других условиях. В статистическом анализе индексы используются не только для со­поставления уровней явлений, но и для установления значимости при­чин, вызывающих их изменение.

Если анализируются простые явления или не имеет значения струк­тура сложных явлений, то применяются индивидуальные индексы.

На­пример, такие простые явления как количество проданного товара *q* и его цена *р* своим произведением образуют такое сложное явление, как выручка от продаж *Q=qp.*

Сравнение их значений по отдельности для конкретного товара в отчетном периоде времени относительно ка­кого-либо базисного периода и дает индивидуальные индексы:

1. количества товара *iq* = *q1 /q0* ;
2. его цены *ip = p1/p0* ;
3. выручки от продаж *iQ = Q1 /Q0 .*

Очевидно, что индивидуальный индекс сложного явления формиру­ется из таких индексов простых его составляющих по типологической формуле его определения. То есть

***iQ=iqip*** ()

Подставив сюда индивидуальный индекс выручки, записываем: ***Q1/Q0= iqip***

откуда получаем, что

***Q1= iqipQ0*** ()

Формула представляет собой двухфакторную мультиплика­тивную модель сложного явления, позволяющую находить его измене­ние под влиянием каждого фактора в отдельности.

*Мультипликативной* она называется потому, что содержит только действие умножения. Если в формуле только сложение, или вычитание, или оба этих действия, то она называется *аддитивной* моделью. Если в формуле только деление, то она называется *кратной* моделью. Если в формуле сложение и вычитание с умножением и делением в любом со­четании, то она называется *смешанной* моделью.

Общее изменение выручки равняется *=Q1-Q0*, а ее измене­ние от каждого фактора определяется следующим образом. От измене­ния количества товара при постоянной цене (*ip =* 1) оно равно

***q= iqQ0 - Q0 = (iq –1) Q0,*** ()

а при изменении еще и цены оно будет равным

***p= Q1 - Q0 -q = iqipQ0 - Q0 - (iq –1) Q0= iq(ip –1) Q0,*** ()

Так, если выручка от продаж возросла с *Q0* = 8 млн. сом. в предыдущем периоде до Q1 =12,18 млн. сом. в последующем при увеличении количества проданного товара на 5% (iq =1,05) и повышении цены на 45% (ip =1,45), то можно по формуле записать, что

*Q1* = 1,05\*1,45\*8 = 12,18 млн. сом.

При этом весь прирост выручки в сумме = 12,18-8=4,18 млн. сом. вызван увеличением обоих факторов. За счет изменения количества проданного товара он по формуле составил ***q***=(1,05-1)8=0,4 млн. сом., а за счет изменения цены по формуле равняется ***p***=1,05(1,45-1)8 =3,78 млн. сом. Для контроля отмечаем, что сумма факторных изменений выручки равна общему: 0,4+3,78=4,18 млн. сом.

Формулы и получены исходя из того, что в основной формуле выручки количество товара - первый фактор, а цена - второй. Если эти факторы поменять местами, то выручка и ее общее изменение останутся прежними, но изменения от каждого фактора будут другими.

Так, если основываться на формуле выручки вида *Q = pq,* то ее изменение за счет цены, как первого фактора, по аналогии с формулой будет равняться

***p = (ip –1) Q0 ,*** ()

Изменение выручки за счет количества товара, как второго фактора, по аналогии с формулой определится по выражению

***q= ip(iq –1) Q0.***  ()

Суммарное по факторам изменение выручки по-прежнему равняется ее общему изменению.

В рассмотренном примере, считая цену первым фактором и приме­няя формулу , определяем, что изменение выручки за счет повы­шения цены равняется ***p*** = (1,45-1)8 = 3,6 млн. сом.

Изменение выручки за счет увеличения количества проданного то­вара, как второго фактора, по формуле равно ***q =*** 1,45(1,05-1)8 = 0,58 млн. сом.

Общее изменение выручки осталось прежним: 3,6+0,58=4,18 млн. сом.

В связи с различными факторными изменениями выручки в зависи­мости от места фактора в ее основной формуле, встает вопрос, какую же формулу выручки применять для анализа. Это зависит от конкретной экономической ситуации. Если увеличение выручки обеспечивается главным образом за счет роста количества проданного товара при более или менее стабильной цене, то товар считается первым фактором, а цена — вторым. Если же увеличение выручки достигается в основном повы­шением цен без увеличения и даже при снижении количества проданно­го товара, то цена считается первым фактором, а товар — вторым.

Значит, очередность анализа по факторам вытекает из вида формулы сложного явления. Так, если материальные затраты *М* на выпуск про­дукции определяются как произведение ее количества *q*, удельного расхода материала *т* и его цены *р*, то типологическая формула имеет вид

*М = qmp,* ()

а трехфакторная мультипликативная модель запишется как

*M1=iqimipM0.*()

Следовательно, можно записать следующие формулы факторных изменений материальных затрат   

Меняя факторы местами в основной формуле , можно получать другие факторные формулы. Но всегда общее изменение материальных затрат, равное сумме факторных изменений, будет одинаковым.

Подобные мультипликативные модели можно формировать для не­ограниченного числа факторов.

## Простые общие индексы

Индекс становится общим, когда в основной формуле показывается неоднородность изучаемого явления. Например, анализируется изменение выручки от продаж не одного, а всех или нескольких видов товаров. Тогда общий индекс количества проданных товаров будет равен

***= *** ()

Аналогично по ценам ***=*** ()

Аналогично по выручке ***==*** ()

Однако здесь двухфакторная мультипликативная модель не может выглядеть как в случае индивидуальных индексов, потому что произве­дение простых общих индексов количества товаров и цен не равно об­щему индексу выручки. То есть ******и убеждаемся в этом нера­венстве, подставив значения общих индексов из формул – .

В самом деле: 

Как видим, в числителе и знаменателе левой части произведения сумм, а в числителе и знаменателе правой части сумма произведений и они, конечно, не адекватны.

Это вызвано тем, что записанные выше общие индексы простых яв­лений не отражают взаимосвязи между собой в сложном явлении и по­тому считаются не объективными. Поэтому они помечены штрихом и названы простыми общими индексами.

## Агрегатные общие индексы

Объективность общим индексам придает их запись в агрегатном ви­де, предложенная *Ласпейресом* и *Пааше.*

Агрегатный общий индекс Ласпейреса для количества товаров как первого фактора выручки определяется по формуле

***=*** ()

Аналогично можно записать агрегатный общий индекс Ласпейреса для цен как первого фактора выручки, то есть

***=*** ()

В формулах Ласпейреса знаменатели по существу одинаковые, пред­ставляя собой выручку базисного периода, а числители разные. В фор­муле это отчетная выручка в базисных ценах (количесгво товаров отчетное, а цены — базисные), в формуле наоборот — базисная выручка в отчетных ценах (цены отчетные, а количество товаров — ба­зисное).

Агрегатные общие индексы Пааше применяются ко вторым факто­рам мультипликативных моделей. Поэтому такой индекс для цен как второго фактора выручки определяется по формуле

***=*** ()

Аналогично можно записать агрегатный общий индекс Пааше для количества товаров как второго фактора выручки, то есть

***=*** ()

В формулах Пааше числители по существу одинаковые, представляя собой выручку отчетного периода, а знаменатели аналогичны числите­лям формул Ласпейреса.

Для облегчения запоминания студентами формул Ласпейреса и Пааше предлагаю обратить внимание на букву «ш» в слове «Пааше», которая напоминает «111» - так обозначены отчетные периоды в общей формуле (две единицы – в числителе, а одна – в знаменателе). В формуле же Ласпейреса – три нуля (наоборот к формуле Пааше).

Произведения количественного индекса Ласпейреса и ценового ин­декса Пааше, а также ценового индекса Ласпейреса и количественного индекса Пааше дают общий индекс выручки

. ()

Однако вид этих формул показывает, что однофакторные индексы Ласпейреса и Пааше не равны между собой. То есть не равными явля­ются количественные индексы Ласпейреса и Пааше и ценовые. Амери­канский экономист Гершенкрон обширными расчетами установил, что по одному и тому же фактору индекс Ласпейреса обычно больше индекса Пааше и это открытие названо *эффектом Гершенкрона.*

Но в статистике должно быть одно значение индекса, поэтому аме­риканский экономист Фишер предложил применять среднюю геометри­ческую величину из индексов Ласпейреса и Пааше, определяя ее по формулам:

для количества товаров ***=*** ()

для цен ***=*** ()

## Общие индексы как средние из индивидуальных

Помимо записи общих индексов в агрегатном виде, на практике часто используют формулы их расчета как величин, средних из соответст­вующих индивидуальных индексов.

Используя их формулы, можем записывать, что *q1* = *q0iq* и p1 *= p0ip,* а также, что *q0 =q1/iq* и *р0=р1/ip.* Подставив от­четные значения количества товара и цены в формулу общего индекса выручки, получим

***IQ===.*** ()

Значит, общий индекс выручки можно определять только через ее базисные значения сумножением в числителе на индивидуальный ин­декс выручки по конкретному товару.

Теперь подставим базисные значения количества товара и цены в формулу общего индекса выручки. Тогда получим

***IQ =.*** ()

Значит, общий индекс выручки можно определять только через ее отчетные значения с делением в знаменателе на индивидуальный ин­декс выручки по конкретному товару.

Аналогично через индивидуальные индексы количества товара и це­ны можно выразить агрегатные общие индексы Ласпейреса и Пааше.

## Индекс структурных сдвигов

Выше изложенные общие индексы применимы к изучению явлений, образованных как разными, так и однородными процессами. В послед­нем случае динамику итога можно показать через простые общие ин­дексы отдельных факторов.

Для доказательства в формуле количественного индекса Ласпейреса числитель умножим и разделим на , а знаменатель – на . Тогда будем иметь

***===,*** ()

где= - простой общий индекс количества товаров;

=– доля или удельный вес конкретного товара в общем количестве;

=- агрегатный общий индекс структуры, доли или удельного веса, часто называемый *индексом структурных сдвигов.*

Следовательно, количественный индекс Ласпейреса равняется про­изведению простого общего индекса количества товаров и индекса структурных сдвигов. То есть

***=,*** ()

откуда для определения индекса структурных сдвигов получается до­вольно простая формула

***=/.*** ()

Используя формулу в двухфакторной модели общего индекса выручки, получим его трехфакторную мультипликативную модель вида

***IQ ==.*** ()

Трехфакторная модель возможна к широкому применению в эконо­мическом анализе для установления количественного влияния каждого фактора на вариацию сложного явления.

## Факторный анализ общей и частной выручки

Приравнивая правую часть полученной трехфакторной модели и среднюю часть формулы , записываем выражение

***=,***

из которого заключаем, что общую выручку отчетного периода можно определить через общую выручку базисного периода и общие индексы по мультипликативной формуле

***=.*** ()

Эта формула в точности соответствует мультипликативной модели , что позволяет применять соответствующие формулы факторных изменений. Так, изменение общей выручки за счет изменения общего количества товаров определится по формуле

***=.*** ()

Изменение общей выручки за счет изменения долей конкретных то­варов (структурных сдвигов) определяется по формуле

***=.*** ()

И наконец изменение общей выручки за счет изменения цен опреде­ляется по формуле

***=.*** ()

Естественно, сумма факторных изменений должна равняться общему итоговому изменению. То есть для контроля правильности анализа про­веряется выполнение условия

***=-=++.*** ()

Факторный анализ изменения выручки по отдельному товару в со­ставе общего товарооборота ведется на основе следующей трехфакторной мультипликативной модели

***=,*** ()

где ***= ***— индивидуальный индекс доли конкретного товара.

Следовательно, изменения выручки по конкретному товару за счет изменения каждого фактора могут определяться по формулам:

за счет изменения общего количества товаров (товарооборота)

***=;*** ()

за счет изменения доли конкретного товара

***=;*** ()

за счет изменения цены конкретного товара

***=.*** ()

Естественно, факторные изменения выручки по конкретному товару в сумме должны равняться полному изменению выручки по этому това­ру. То есть для контроля правильности анализа проверяется выполнение условия

***=-=++.*** ()

где *j* — признак конкретного товара.

Кроме того, полные изменения выручки по каждому товару в сумме должны равняться общему изменению выручки по всему товарооборо­ту. То есть для контроля правильности анализа дополнительно проверяется выполнение условия =. При этом для облегчения необходимого контроля результаты факторного анализа представляются в виде факторной таблицы, рассмотренной ниже в методических указа­ниях по теме.

## Индексы фиксированного (постоянного) и переменного состава

В полученной трехфакторной модели второй и третий индексы запишем подробно по формулам их определения, а третий еще и сократим на . Тогда сначала будем иметь

***IQ =====,***

а, произведя очевидное сокращение и обозначив

* =- индекс переменного состава,* ()

получим общий индекс выручки в виде формулы

***IQ =.*** ()

*=* называется индексом *фиксированного (постоянного) состава.* ()

Следовательно, общий индекс выручки есть произведение простого общего индекса количества товаров и индекса переменного состава, который показывает изменение средних цен, т.е. *.*

Из формулы можно заключить, что индекс переменного соста­ва есть частное от деления общего индекса выручки на простой общий индекс количества товаров, тогда как ценовый индекс Пааше наравне с формулой возможно определять как отношение общего индекса выручки и количественного индекса Ласпейреса.

Изложенные математические выкладки позволяют общий индекс выручки определять следующими *семью способами*

*=****======.***

Результат расчета любым способом должен быть одинаковым и это яркий пример того, что истина всегда одна, хотя пути ее достижения могут быть разными.

## Методические указания по теме

Процесс определения всевозможных индексов и факторного анализа сложного явления рассмотрим на примере двух фирм, выпускающих однородный продукт. Исходные данные приведены в табл. .

В табл. итоговое количество продукта есть сумма его количества по фирмам, а итоговая цена представляет собой среднюю арифметиче­скую взвешенную величину, найденную по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

Таблица 5. Результаты работы двух фирм по выпуску однородного продукта

| Фирма | Базисный период (база) | | Отчетный период (отчет) | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Количество продукта q0, тыс.ед. | Отпускная цена p0*,* сом/ед. | Количество продукта q1, тыс.ед. | Отпускная цена p1, сом/ед. |
| 1 | 100 | 20 | 140 | 15 |
| 2 | 150 | 22 | 160 | 25 |
| Итого | 250 | 21,20 | 300 | 20,23 |

Так, для базисного периода она равна

*==* (100\*20+150\*22)/(100+150) = 5300/250 = 21,20 сом./ед.

Для отчетного периода средняя цена равняется

*==* (14\*15+160\*25)/(140+160) = 6100/300 = 20,23 сом./ед.

После этого в табл. ведется расчет индивидуальных индексов.

Таблица 6. Определение выручки и индивидуальных индексов

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Выручка и ин­дексы | База по фирмам | | Отчет по фирмам | |
|  | 1 | 2 | 1 | 2 |
| Выручка *Q,* тыс. сом. | 100\*20=2000 | 150\*22=3300 | 140\*15=2I00 | 160\*25=4000 |
| Изменение выруч­ки , тыс. сом. |  |  | 2100-2000=100 | 4000-3300=700 |
| Доля фирм в ко­личестве продукта *d* | 100/250=0,4 | 150/250=0,6 | 140/300=0,467 | 160/300=0,533 |
| *Индивидуальные индексы:* |  |  |  |  |
| количества *iq* |  |  | 140/100=1,4 | 160/150=1,067 |
| отпускных цен *ip* |  |  | 15/20=0,75 | 25/22=1,136 |
| доли фирм *id* |  |  | 0,467/0,4=1,167 | 0,533/0,6=0,889 |
| выручки *iQ* |  |  | 2100/2000=1,05 | 4000/3300=1,212 |

Из табл. заключаем, что общая выручка по периодам составляет:

*=* 2000+3300 =5300 тыс. сом.; = 2100+4000 =6100 тыс. сом.

Ее абсолютное изменение равно =6100-5300=800 тыс. сом., а общий индекс изменения равняется = 6100/5300 = 1,151.

Контроль правильности расчетов по табл. заключается в сле­дующем.

1. Общее изменение выручки должно равняться сумме ее частных изменений: = 100+700 = 800 тыс. сом.

1. Произведение факторных индивидуальных индексов по периодам должно равняться соответствующему индивидуальному индексу выруч­ки: iQ1=1,4\*0,75 =1,05; iQ2= 1,067\*1,136 = 1,212.
2. Сумма долей количества продукта по периодам должна равняться  
   единице: =0,4+0,6 = 1; =0,467+0,533=1.

Затем переходим к расчету простых и агрегатных общих индексов. Простой общий индекс количества продукта - по формуле =(140+160)/(100+150)=300/250=1,2.

Агрегатный общий количественный индекс Ласпейреса - по форму­ле

==6320/5300=1,192.

Агрегатный общий ценовый индекс Пааше - по формуле

==6100/6320=0,965.

Контрольпо формуле *IQ =*= 1,192\*0,965 = 1,151.

Агрегатный общий ценовый индекс Ласпейреса - по формуле

==5250/5300=0,9905.

Агрегатный общий количественный индекс Пааше — по формуле =6100/5250=1,162.

Контрольпо формуле *IQ =*  *=* 0,9905\*1,162 =1,151.

Средняя геометри­ческая величина из индексов Ласпейреса и Пааше (по методике Фишера) по формулам и

==1,1769 ==0,9777

Общий индекс выручки как средний из ее индивидуальных индек­сов:

— с использованием только базисной выручки — по формуле

*IQ*==1,151.

— с использованием только отчетной выручки — по формуле

*IQ*==1,151.

Индекс структурных сдвигов — по формуле

===21,07/21,2=0,994.

Контроль по формуле =******= 1,2\*0,994\*0,965 = 1,151.

Индекс переменного состава — по формуле

===20,33/21,2=0,959.

Контрольпо формуле =**= 1,2\*0,959=1,151.

Далее выполняется факторный анализ общей выручки. Так ее изме­нение за счет изменения общего количества продукта определится по формуле = (1,2-1)\*5300 = 1060 тыс. сом.

Изменение общей выручки за счет структурных сдвигов в количест­ве продукта находится по формуле = 1,2\*(0,994-1)\*5300 = -40 тыс. сом.

Изменение общей выручки за счет изменения отпускных цен - по формуле

=1,2\*0,994\*(0,965-1)\*5300 = -220 тыс. сом.

Контроль по формуле : = 1060-40-220 = 800 тыс. сом.

Результаты факторного анализа общей выручки заносятся в табл. .

Наконец, ведется факторный анализ изменения частной выручки по формулам – . Так у первой фирмы изменение выручки за счет изменения общего количества продукта равно

=(1,2-1)\*2000 = 400 тыс. сом.

Аналогично у второй фирмы = (1,2-1)\*3300 = 660 тыс. сом.

Контроль: =400+660=1060 тыс.сом.

У первой фирмы изменение выручки за счет структурных сдвигов в количестве продукта равно

=1,2\*(1,167-1)\*2000 = 400 тыс. сом.

Аналогично у второй фирмы =1,2\*(0,889-1)\*3300 = -440 тыс. сом.

Контроль: =400-440= -40 тыс.сом.

У первой фирмы изменение выручки за счет изменения отпускной цены равно

=1,2\*1,167\*(0,75-1)\*2000 = -700 тыс. сом.

Аналогично у второй фирмы =1,2\*0,889\*(1,136-1)\*3300 = 480 тыс. сом.

Контроль: = -700+480= -220 тыс.сом.

Результаты факторного анализа частной выручки также заносятся в табл. табл. 23, в которой все числа оказались взаимно согласованными.

Таблица 7. Результаты факторного анализа сложного явления

| Фирма | Изменение выручки, тыс.сом. | В том числе за счет изменения | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| количества продукта | структурных сдвигов | отпускных цен |
| 1 | 100 | 400 | 400 | -700 |
| 2 | 700 | 660 | -440 | 480 |
| Итого | 800 | 1060 | -40 | -220 |

Таблица. 23 свидетельствует о правильности проведенного факторного анализа, поскольку в ней факторные изменения выручки, как по столбцам, так и по строкам в сумме равняются ее изменениям по отдельным факторам, фирмам и в целом.

1. При расчете параметров уравнения тренда на ЭВМ необходимость вести отсчет от середины ряда динамики отпадает. Например, для получения уравнения тренда в *Microsoft Office Excel* необходимо построить его график с помощью «Мастера диаграмм», после чего вызвать контекстное меню, нажав на правую кнопку мыши на построенном графике, и выбрать пункт «Добавить линию тренда», в появившемся окне выбрать подходящую математическую функцию и установить галочку «показывать уравнение на диаграмме» [↑](#footnote-ref-1)
2. Используется при малом количестве уровней (*n*<30), в противном случае (*n*>30) вместо используют коэффициент доверия *t* нормального закона распределения (Приложение 1) [↑](#footnote-ref-2)